

# Численное решение дифференциальных уравнений в частных производных

## Задание № 1: Знакомство с программой «Matlab»

### Дано:

матрица  $A$ , вектор  $c$ , функция  $f(x)$ , натуральные  $m, n$ , числа  $s_i, i = \overline{1, m}$ , отрезок  $[a, b]$ , точка  $z$ .

### Требуется:

1) для матрицы  $A$  и вектора  $c$  найти:

- 1.1) определитель  $\det A$ ;
- 1.2) обратную матрицу  $A^{-1}$ ;
- 1.3) решение  $x^*$  системы  $Ax = c$ ;
- 1.4) вычислить матрицу  $H$ , задаваемую формулой

$$H = E - \frac{2}{c^T \cdot c} \cdot c \cdot c^T,$$

где  $E$  – единичная матрица;

2) для последовательности  $s_i, i = \overline{1, m}$  вычислить величины  $S$  и  $P$ :

$$S = \sum_{i=1}^m s_i, \quad P = \prod_{i=1}^m s_i;$$

3) для функции  $f(x)$ :

- 3.1) построить точки  $x_i = a + (i - 1) \cdot \frac{b - a}{n}, y_i = f(x_i), i = \overline{1, n + 1}$ ;
- 3.2) вычислить величину

$$L = \sum_{i=1}^{n+1} \left( y_i \cdot \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} \frac{z - x_j}{x_i - x_j} \right)$$

## Примечание.

```
clear all    % первые две строки в m-файле  
clc
```

```
вектор=[элемент1; элемент2; ...]
```

```
матрица=[элемент11 элемент12 ...; элемент21 элемент22 ...; ...]
```

```
inv (матрица)
```

```
det (матрица)
```

```
eye (размер)
```

```
 $c^T \rightarrow c'$ 
```

```
 $s_i \rightarrow s(i)$ 
```

```
for счётчик=начало : конец
```

```
    команда1;
```

```
    команда2;
```

```
    ...
```

```
end
```

```
if условие
```

```
    команда1;
```

```
    команда2;
```

```
    ...
```

```
end
```

```
function результат=имя (параметр1, параметр2, ...)
```

```
    команда1;
```

```
    команда2;
```

```
    ...
```

```
    результат=...
```

## Варианты задания

1.

$$A = \begin{pmatrix} 23 & 43 & -44 & -10 \\ -22 & 47 & 55 & 21 \\ -45 & -33 & 45 & 10 \\ 77 & 32 & 45 & 23 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 40 \\ -82 \\ 60 \\ -70 \end{pmatrix}, \quad f(x) = 2^x - \frac{1}{x+1},$$

$$m = 6, \quad n = 10, \quad s_i = 2i - 3, \quad i = \overline{1, m}, \quad a = 0, \quad b = 3, \quad z = a + \frac{1}{7}(b - a)$$

2.

$$A = \begin{pmatrix} 14 & 53 & 23 & 36 \\ -32 & 21 & 16 & 30 \\ 36 & -63 & -23 & -15 \\ 43 & 57 & 37 & 22 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 30 \\ -56 \\ -80 \\ 57 \end{pmatrix}, \quad f(x) = \frac{1}{x} - x^2 \sin x,$$

$$m = 7, \quad n = 15, \quad s_i = 5i + 6, \quad i = \overline{1, m}, \quad a = -4, \quad b = -1, \quad z = a + \frac{5}{7}(b - a)$$

3.

$$A = \begin{pmatrix} 33 & -34 & -14 & 23 \\ -14 & 64 & 33 & 27 \\ -45 & 43 & 27 & 23 \\ 43 & 18 & 23 & 29 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} -68 \\ 92 \\ 83 \\ -84 \end{pmatrix}, \quad f(x) = \frac{1 - \sin^2 x}{e^x},$$

$$m = 8, \quad n = 20, \quad s_i = 8 - 3i, \quad i = \overline{1, m}, \quad a = -1, \quad b = 2, \quad z = a + \frac{2}{9}(b - a)$$

4.

$$A = \begin{pmatrix} -17 & 17 & -34 & 12 \\ 44 & -22 & 88 & 43 \\ 18 & 34 & 36 & 21 \\ 46 & 34 & 42 & -25 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 54 \\ 31 \\ -45 \\ 32 \end{pmatrix}, \quad f(x) = \frac{1}{(x-1)(x+3)},$$

$$m = 6, \quad n = 15, \quad s_i = 2i - 3, \quad i = \overline{1, m}, \quad a = -2, \quad b = 0, \quad z = a + \frac{7}{9}(b - a)$$

5.

$$A = \begin{pmatrix} -26 & 52 & 34 & 23 \\ 12 & -24 & 55 & -46 \\ 33 & 54 & -22 & 76 \\ 46 & 34 & 56 & 23 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 34 \\ -55 \\ 66 \\ 14 \end{pmatrix}, \quad f(x) = \cos x \sqrt{\sin x},$$

$$m = 7, \quad n = 20, \quad s_i = 5i - 2, \quad i = \overline{1, m}, \quad a = 0, \quad b = 3, \quad z = a + \frac{3}{7}(b - a)$$

## Варианты задания

6.

$$A = \begin{pmatrix} 46 & -72 & 32 & -76 \\ 44 & 53 & 78 & -63 \\ 23 & -36 & 16 & 28 \\ 34 & 55 & 45 & 53 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 54 \\ -78 \\ 55 \\ 77 \end{pmatrix}, \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+e^x}},$$

$$m = 8, \quad n = 10, \quad s_i = 7i - 4, \quad i = \overline{1, m}, \quad a = 1, \quad b = 2, \quad z = a + \frac{6}{7}(b - a)$$

7.

$$A = \begin{pmatrix} 51 & -33 & 78 & 51 \\ -17 & 11 & 45 & -44 \\ 65 & 35 & -55 & 12 \\ 57 & 32 & 46 & 53 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 56 \\ 15 \\ 68 \\ -71 \end{pmatrix}, \quad f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 2}},$$

$$m = 6, \quad n = 20, \quad s_i = 5 + 3i, \quad i = \overline{1, m}, \quad a = -1, \quad b = 1, \quad z = a + \frac{4}{9}(b - a)$$

8.

$$A = \begin{pmatrix} 44 & 52 & 13 & 16 \\ 32 & -56 & -14 & 52 \\ 12 & 64 & 16 & 45 \\ -73 & 55 & 17 & -21 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} -10 \\ 23 \\ -43 \\ 12 \end{pmatrix}, \quad f(x) = \sqrt{x} \ln x,$$

$$m = 7, \quad n = 10, \quad s_i = 8 - 2i, \quad i = \overline{1, m}, \quad a = 1, \quad b = 2, \quad z = a + \frac{4}{7}(b - a)$$

9.

$$A = \begin{pmatrix} 23 & 43 & -44 & -10 \\ -22 & 47 & 55 & 21 \\ -45 & -33 & 45 & 10 \\ 77 & 32 & 45 & 23 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 40 \\ -82 \\ 60 \\ -70 \end{pmatrix}, \quad f(x) = 2^x - \frac{1}{x+1},$$

$$m = 6, \quad n = 10, \quad s_i = 2i - 3, \quad i = \overline{1, m}, \quad a = 0, \quad b = 3, \quad z = a + \frac{1}{7}(b - a)$$

10.

$$A = \begin{pmatrix} 14 & 53 & 23 & 36 \\ -32 & 21 & 16 & 30 \\ 36 & -63 & -23 & -15 \\ 43 & 57 & 37 & 22 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 30 \\ -56 \\ -80 \\ 57 \end{pmatrix}, \quad f(x) = \frac{1}{x} - x^2 \sin x,$$

$$m = 7, \quad n = 15, \quad s_i = 5i + 6, \quad i = \overline{1, m}, \quad a = -4, \quad b = -1, \quad z = a + \frac{5}{7}(b - a)$$

## Варианты задания

11.

$$A = \begin{pmatrix} 33 & -34 & -14 & 23 \\ -14 & 64 & 33 & 27 \\ -45 & 43 & 27 & 23 \\ 43 & 18 & 23 & 29 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} -68 \\ 92 \\ 83 \\ -84 \end{pmatrix}, \quad f(x) = \frac{1 - \sin^2 x}{e^x},$$

$$m = 8, \quad n = 20, \quad s_i = 8 - 3i, \quad i = \overline{1, m}, \quad a = -1, \quad b = 2, \quad z = a + \frac{2}{9}(b - a)$$

12.

$$A = \begin{pmatrix} -17 & 17 & -34 & 12 \\ 44 & -22 & 88 & 43 \\ 18 & 34 & 36 & 21 \\ 46 & 34 & 42 & -25 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 54 \\ 31 \\ -45 \\ 32 \end{pmatrix}, \quad f(x) = \frac{1}{(x-1)(x+3)},$$

$$m = 6, \quad n = 15, \quad s_i = 2i - 3, \quad i = \overline{1, m}, \quad a = -2, \quad b = 0, \quad z = a + \frac{7}{9}(b - a)$$

13.

$$A = \begin{pmatrix} -26 & 52 & 34 & 23 \\ 12 & -24 & 55 & -46 \\ 33 & 54 & -22 & 76 \\ 46 & 34 & 56 & 23 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 34 \\ -55 \\ 66 \\ 14 \end{pmatrix}, \quad f(x) = \cos x \sqrt{\sin x},$$

$$m = 7, \quad n = 20, \quad s_i = 5i - 2, \quad i = \overline{1, m}, \quad a = 0, \quad b = 3, \quad z = a + \frac{3}{7}(b - a)$$

14.

$$A = \begin{pmatrix} 46 & -72 & 32 & -76 \\ 44 & 53 & 78 & -63 \\ 23 & -36 & 16 & 28 \\ 34 & 55 & 45 & 53 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 54 \\ -78 \\ 55 \\ 77 \end{pmatrix}, \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + e^x}},$$

$$m = 8, \quad n = 10, \quad s_i = 7i - 4, \quad i = \overline{1, m}, \quad a = 1, \quad b = 2, \quad z = a + \frac{6}{7}(b - a)$$

15.

$$A = \begin{pmatrix} 51 & -33 & 78 & 51 \\ -17 & 11 & 45 & -44 \\ 65 & 35 & -55 & 12 \\ 57 & 32 & 46 & 53 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 56 \\ 15 \\ 68 \\ -71 \end{pmatrix}, \quad f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 2}},$$

$$m = 6, \quad n = 20, \quad s_i = 5 + 3i, \quad i = \overline{1, m}, \quad a = -1, \quad b = 1, \quad z = a + \frac{4}{9}(b - a)$$