

# ТЕОРЕТИКО-ИГРОВЫЕ ПОСТАНОВКИ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ<sup>1</sup>

А.Ю. Филатов

*Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева, Иркутск  
e-mail: fial@irlan.ru*

**Аннотация.** В работе осуществляется обзор разработанных к настоящему времени теоретико-игровых моделей, позволяющих оценивать выгоды и издержки изучения иностранных языков, прогнозировать число изучающих и его динамику в определенных условиях. В базовой модели при предположении об одинаковых способностях к языкам у различных людей делается вывод о наличии исключительно угловых равновесий. Диаметрально противоположная картина (внутреннее равновесие) возникает в модели, в которой вводится понятие «способности к языкам», различное для различных индивидов. В обеих моделях изучается устойчивость и эффективность полученных равновесий. Представлены результаты эмпирического исследования, выполненного на основе данных для Евросоюза.

**Ключевые слова:** теория игр, лингвистические модели, равновесие Нэша, эффективность.

## **Введение**

Языковые проблемы являются актуальными как с экономической, так и с политической точки зрения. В частности, в Евросоюзе уже возникли сложности с выбором состава официальных языков: если сократить их число до 1–2, то многие страны, включая крупные, оказываются в ущемленном положении. В то же время очевидна невозможность придать официальный статус не только всем 23 языкам стран-участниц, но и значимой их части. И эта задача не имеет однозначного решения.

Кроме того, в мире на менее чем 300 стран приходится более 7000 живых языков, а значит, многие страны и сами являются мультилингвистическими. Поскольку общение большинства людей не ограничено своей языковой группой, приходится учить второй, третий и т.д. язык. Попробуем разобраться в следующих вопросах:

1. На каких языках говорят люди? Необходима статистика по численности говорящих. В некоторых моделях также проводится разделение тех людей, для кого язык является родным, и тех, кто просто его выучил.

2. Каковы выгоды от изучения языка? Среди причин, толкающих человека на изучение иностранного языка, как правило, выделяются возможность эмиграции или работы за рубежом, общение с носителями данного языка, чтение литературы, а также эстетические цели. При этом выгоды должны (необходимое условие рационального потребительского выбора!) превышать издержки на изучение языка.

3. Каковы издержки на изучения языка? Просто или сложно данному индивиду выучить язык в первую очередь зависит от того, близки ли родной и изучаемый язык друг к другу. В некоторых моделях также рассматриваются различные способности к изучению языков для различных людей.

Впервые формализацией теоретико-игровых постановок языковых задач занялись в 1991 году Селтен и Пул. В их работе [1] были впервые поставлены и вышеприведенные вопросы. Однако очевидно, что ответы на них существенно зависят от дополнительно вводимых предположений.

---

<sup>1</sup> Исследования выполнены при финансовой поддержке РГНФ (проект 06-02-00266а)

### Модель Чёрча-Кинга

Одной из первых моделей по этой тематике является модель Чёрча-Кинга [2]. В ней изучается поведение людей: станут ли они учить иностранные языки сами или будут ждать, пока их язык не выучат другие. Для упрощения будем предполагать:

1. Мир ограничен изучаемой страной, общение с людьми извне не приносит дополнительной полезности.
2. Изучаемая страна является двуязычной (как, например, Канада), общение на третьем языке не представляется возможным.
3. Способности людей к языкам – одинаковы.
4. Нет качественной разницы между родным и приобретенным языком.

Пусть в стране с населением в  $N$  человек английский является родным для  $e_0$  человек, а французский – для  $f_0$  человек. При этом  $e_0 + f_0 = N$ ,  $e_0 > f_0$ . Каждый из жителей страны имеет 2 стратегии: изучить второй язык с издержками  $c$  или остаться при своем. Пусть в результате обучения знание иностранного языка приобрели  $\hat{e}$  англичан и  $\hat{f}$  французов.

Полезность индивида  $u(\cdot)$  в данной модели определяется только числом тех людей, с которым он может общаться, и измеряется в той же метрике, что и издержки. Тогда англичанин, не выучивший французский, сможет общаться только с другими англичанами и теми французами, которые знают английский, и получить полезность  $u(e_0 + \hat{f})$ . Если же он выучит французский, то сможет общаться со всеми и получить полезность  $u(N)$ . Аналогичная ситуация будет для француза.

Условиями изучения иностранного языка для англичан и французов будут тогда следующие соотношения:

$$E: u(N) - u(e_0 + \hat{f}) > c,$$

$$F: u(N) - u(f_0 + \hat{e}) > c.$$

#### Утверждение 1.

1. Если  $u(N) - u(e_0) < u(N) - u(f_0) < c$ , то  $(\hat{f} = 0, \hat{e} = 0)$  – единственное равновесие Нэша.

2. Если  $u(N) - u(e_0) < c < u(N) - u(f_0)$ , то  $(\hat{f} = f_0, \hat{e} = 0)$  – единственное равновесие Нэша.

3. Если  $c < u(N) - u(e_0) < u(N) - u(f_0)$ , то существует два равновесия Нэша:  $(\hat{f} = f_0, \hat{e} = 0)$  и  $(\hat{f} = 0, \hat{e} = e_0)$ .

Данное утверждение означает, что при высоких издержках никто не будет учить иностранные языки. При уменьшении издержек французам (всем одновременно! – мы предположили, что способности и мотивация у всех одинакова) станет выгодно учить английский, однако англичанам нет резона изучать французский, даже если французы английский язык не выучат (издержки еще достаточно велики). И, наконец, если издержки совсем снижаются, то каждой нации выгодно выучить иностранный язык, если вторая его не выучила.

Оценим эффективность полученных решений с точки зрения общественного благосостояния. Пусть  $W_{NL}, W_{EF}, W_{FE}, W_B$  – характеристика благосостояния соответственно для случаев, когда никто не учит иностранных языков, когда англичане учат французский, когда французы учат английский и когда иностранный язык учат все. Их можно отыскать по следующим формулам:

$$W_{NL} = e_0 u(e_0) + f_0 u(f_0),$$

$$W_{EF} = Nu(N) - e_0 c,$$

$$W_{FE} = Nu(N) - f_0 c,$$

$$W_B = Nu(N) - Nc.$$

**Утверждение 2.**

1.  $W_B < W_{EF} < W_{FE}$ .

2.  $W_{NL} < W_{FE}$ , если  $c < c^*$ ,  $c^* = (u(N) - u(e_0))e_0 / f_0 + (u(N) - u(f_0))$ .

Второе утверждение говорит о том, что не могут быть эффективными ситуации, когда все учат иностранный язык и когда иностранный язык учат англичане (поскольку их больше). При низких издержках общественно эффективным является обучение всех французов. При повышении издержек общественно эффективнее никому не учить язык.

Посмотрим, как соотносятся общественная эффективность и равновесные ситуации. Продемонстрируем в таблице 1, при какой величине издержек какие ситуации будут равновесными, а какие эффективными.

**Табл. 1.** Эффективные и равновесные ситуации при различной величине издержек

интервал 1	интервал 2	интервал 3	интервал 4
$c < u(N) - u(e_0)$	$c \in [u(N) - u(e_0); u(N) - u(f_0)]$	$c \in (u(N) - u(f_0); c^*)$	$c \geq c^*$
FE эффективно FE / EF равновесны	FE эффективно FE равновесно	FE эффективно NL равновесно	NL эффективно NL равновесно

Видим, что государство должно вмешиваться на интервале 3 (когда равновесное решение не является эффективным) и на интервале 1 (когда появляется второе неэффективное равновесие). На интервале 3 государство должно пытаться снизить издержки, чтобы стимулировать французов изучать английский. На интервале 1 же издержки должны быть увеличены (либо введено координирующее вмешательство государства), чтобы англичане не стремились изучать французский.

Если государство в состоянии диктовать каждой из наций, какое количество ее представителей должно учить иностранный язык, спектр возможностей расширяется. В [2] показано, что если функция полезности является вогнутой ( $u''(x) < 0$ ) и выполняется условие  $\rho \equiv -u''(x)x/u'(x) < 1$  (для функции  $u = Ax^\alpha$  справедливо при любых  $\alpha > 0$ ), эффективной не может быть ситуация, когда кто-то из англичан учит французский. Таким образом, остаются 3 возможности: все французы учат английский язык, часть французов учит английский и никто не учит иностранный язык. Что будет эффективно, снова зависит от издержек. Обозначим  $c_1 = u(N) - u(f_0) + e_0 u'(N)$ ,  $c_2 = u(N) - u(f_0) + e_0 u'(e_0)$ . Представим результаты в таблице 2:

**Табл. 2.** Эффективные и равновесные ситуации в модели с частичным изучением нацией иностранного языка

	интервал 1	интервал 2	интервал 3	интервал 4	интервал 5
<b>границы</b>	$c < u(N) - u(e_0)$	$[u(N) - u(e_0); u(N) - u(f_0)]$	$(u(N) - u(f_0); c_1)$	$[c_1; c_2]$	$c > c_2$
<b>эффективно</b>	$\hat{f} = f_0$	$\hat{f} = f_0$	$\hat{f} = f_0$	$\hat{f} \in [0; f_0]$	NL
<b>равновесно</b>	$\hat{f} = f_0 / \hat{e} = e_0$	$\hat{f} = f_0$	NL	NL	NL

В данной модели получили новый четвертый интервал, в котором издержки слишком велики, чтобы было эффективно с точки зрения общественного благосостояния всем французам изучать английский (предельная полезность от того, что последний француз выучит английский слишком невелика), однако часть из них должна изу-

чить язык. В то же время, добиться этого невозможно, иначе как насильственными методами.

Если  $\rho > 1$ , модель становится менее прозрачной. В некоторых случаях может возникнуть ситуация, когда части англичан будет целесообразно с точки зрения общества выучить французский из-за того, что сетевые внешние эффекты будут превосходить увеличивающиеся личные издержки. В то же время более адекватно описывает подобную ситуацию модель [3], в которой вводится гетерогенность индивидов в плане способности к изучению языков.

### Модель Габжевича-Гинзбурга-Вебера

По-прежнему будем рассматривать двуязычную страну (либо, что то же самое, 2 страны, жители которых изучают языки друг друга), однако теперь издержки изучения иностранного языка будут отличаться для различных индивидов. Это предположение приведет нас к тому, что угловые равновесия модели Чёрча-Кинга (когда все граждане страны в едином порыве либо учат, либо не учат иностранный язык) сменятся внутренними равновесиями.

Пусть в странах  $i$  и  $j$  живет соответственно  $N_i$  и  $N_j$  граждан. Введем понятие «неспособность к языкам»  $\theta$ , равномерно распределенную на отрезке  $[0; 1]$ . Значение  $\theta_i = 0$  означает, что этот человек учит языки без каких-либо издержек (например, во сне), а  $\theta_i = 1$  – что этому человеку языки даются труднее всех. Очевидно, что если в данной стране будет учить иностранный язык доля жителей, равная  $\alpha_i$ , то учить будут в точности те люди, для которых  $\theta_i \in [0; \alpha_i]$ .

Рассмотрим простейший случай, когда функция полезности одинакова для всех и в точности равна числу людей, с которыми данный индивид в состоянии общаться:  $u(x) = x$ . Издержки же каждого конкретного индивида будут зависеть от его способности к языкам  $\theta_i$  и от того, насколько объективно сложно выучить иностранный язык (обозначим эту величину  $c_i$ ) и будут равны  $c_i\theta_i$ . Отметим, что возможен случай  $c_i \neq c_j$ : среднестатистическому англичанину выучить китайский объективно сложнее, чем среднестатистическому китайцу выучить английский.

Пусть в двух странах стратегию «учить иностранный язык» выбирают соответственно доли  $\alpha_i$  и  $\alpha_j$  населения страны, т.е.  $\alpha_i N_i$  и  $\alpha_j N_j$  человек. Критическим является последний человек, выучивший язык – ему он дается труднее всего, и именно для него увеличение полезности от изучения языка (он может говорить со всеми  $N_i + N_j$  индивидами, в то время как прежде мог говорить только с  $N_i$  согражданами и  $\alpha_j N_j$  иностранцами, выучившими его язык) в точности совпадет с издержками. Для следующего человека издержки будут еще больше, и он откажется от обучения. Получим равенство:

$$(N_i + N_j) - (N_i + \alpha_j N_j) = c_i \theta_i.$$

Поскольку  $\theta_i = \alpha_i$ ,  $\alpha_i = (1 - \alpha_j)N_j / c_i$ . Аналогичная картина будет для жителей второй страны:  $\alpha_j = (1 - \alpha_i)N_i / c_j$ . Кроме того, нужно учитывать, что  $\alpha_i \in [0; 1]$  и  $\alpha_j \in [0; 1]$ .

Смысл уравнений реакции понятен: доля изучающих язык другой страны прямо пропорциональна числу ее жителей, обратно пропорциональна издержкам изучения и тем больше, чем меньше жителей другой страны знает наш язык.

Обозначим за  $b_i^j = N_j / c_i$  выгоды от увеличения общения, нормированные на издержки. Они тем больше, чем больше население страны изучаемого языка и тем меньше, чем сложнее этот язык выучить. Тогда кривые реакции перепишутся следующим образом:

$$\alpha_i = \min\left\{(1 - \alpha_j)b_i^j; 1\right\}, \quad \alpha_j = \min\left\{(1 - \alpha_i)b_j^i; 1\right\}.$$

Найдем пересечение кривых реакции, решив данную систему уравнений:

$$\alpha_i^* = \min\left\{\frac{b_i^j(1 - b_j^i)}{1 - b_i^j b_j^i}; 1\right\}, \quad \alpha_j^* = \min\left\{\frac{b_j^i(1 - b_i^j)}{1 - b_i^j b_j^i}; 1\right\}.$$

Если полученная пара  $(\alpha_i^*, \alpha_j^*)$  лежит внутри интервала  $(0; 1)$  по каждой координате, то имеем внутреннее равновесие. Если какая-то из величин  $\alpha_i^*$  или  $\alpha_j^*$  выходит за пределы интервала, то она должна обращаться в ноль или единицу соответственно. В этом случае получаем угловое равновесие: никто из жителей страны не учит иностранный язык или его учат все. Равновесия  $A(0; 0)$  и  $B(1; 1)$  невозможны, исходя из видов кривых реакции. Равновесие  $C(1; 0)$  достигается, если  $b_i^j \geq 1$ , а равновесие  $D(0; 1)$  – если  $b_j^i \geq 1$ .

Возможные ситуации изобразим на рис. 1–4. Первая из них (рис.1) характеризует случай  $b_i^j < 1$ ,  $b_j^i < 1$  и внутреннее равновесие. Вторая (рис.2) – случай  $b_i^j \geq 1$  и равновесие  $C(1; 0)$ . Третья (рис.3) –  $b_j^i \geq 1$  и равновесие  $D(0; 1)$ . И, наконец, в последней ситуации (рис.4)  $b_i^j > 1$  и  $b_j^i > 1$ . Это означает, что издержки достаточно малы, чтобы реальными оказались 3 равновесия: все жители каждой из стран могут выучить иностранный язык, если в другой стране обучаться никто не будет. Кроме того, как и в первой ситуации, возможно внутреннее равновесие.

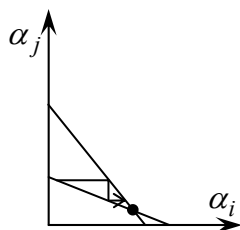


Рис. 1

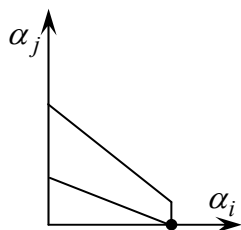


Рис. 2

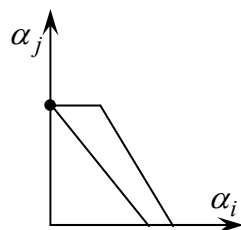


Рис. 3

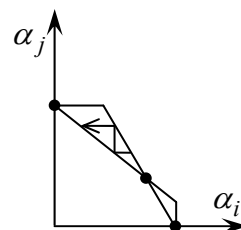


Рис. 4

Проанализируем полученные равновесия. Видим, что внутреннее равновесие достигается, когда обе величины  $b_i^j$  и  $b_j^i$  одновременно меньше (случай I, рис.1) или больше (случай II, рис.4) единицы. Если они обе равны единице, то решениями являются любые точки  $\alpha_i^* + \alpha_j^* = 1$ ,  $\alpha_i^* \in [0; 1]$ ,  $\alpha_j^* \in [0; 1]$ .

Равновесия I и II отличаются по своим свойствам. Равновесие I устойчиво. Действительно, издержки обучения достаточно велики по сравнению с выгодами, и не всем жителям каждой страны есть резон изучать иностранный язык. Равновесие же II устойчивым не является: при любом отклонении, мы скатываемся в крайевые равновесия  $C(1; 0)$  или  $D(0; 1)$ : выгоды настолько превосходят издержки, что жители каждой страны могут, поступая рационально, выучить иностранный язык, если жители другой страны не будут этого делать.

Используя формулы для внутреннего равновесия, получим условие

$$\alpha_i^* - \alpha_j^* = \frac{b_i^j - b_j^i}{1 - b_i^j b_j^i}.$$

Оно означает, что при  $b_i^j < 1$ ,  $b_j^i < 1$  (равновесие I) в стране, где выше выгоды, нормированные на издержки, выше и доля изучающих язык, что полностью соответствует здравому смыслу.

Это подтверждается и эмпирическими исследованиями. В частности, в Канаде 41% франкоговорящего населения знает английский язык, в то время как всего 10%

англоговорящих жителей знает французский. Аналогичная ситуация наблюдается и в Бельгии. Несмотря на то, что голландский язык является родным для большинства бельгийцев, значительная их доля изучает французский, ориентируясь на соседство с большой Францией. При этом всего 12% французского населения Бельгии говорит по-голландски.

При  $b_i^j > 1$ ,  $b_j^i > 1$  (равновесие II) из-за отрицательного знаменателя получим обратную картину: учить язык будут больше в той стране, где выгоды меньше. Что еще раз подтверждает вывод о неустойчивости равновесия.

Изучим общественную эффективность полученных равновесий. Функция общественного благосостояния для  $i$ -страны будет иметь следующий вид:

$$W_i(\alpha_i, \alpha_j) = (1 - \alpha_i)N_i(N_i + \alpha_j N_j) + \alpha_i N_i(N_i + N_j) - c_i \int_{\theta=0}^{\alpha_i N_i} \frac{\theta}{N_i} d\theta.$$

Здесь первые два слагаемых означают суммарное благосостояние  $(1 - \alpha_i)N_i$  людей, не изучающих иностранный язык, и  $\alpha_i N_i$  изучающих. Третье же интерпретируется как совокупные издержки обучения.

Взяв интеграл и осуществив несложные преобразования, получим:

$$W_i(\alpha_i, \alpha_j) = N_i^2 + N_i N_j (\alpha_i - \alpha_i \alpha_j + \alpha_j) - \frac{1}{2} c_i \alpha_i^2 N_i.$$

Симметричная картина будет и для  $j$ -страны:

$$W_j(\alpha_i, \alpha_j) = N_j^2 + N_i N_j (\alpha_i - \alpha_i \alpha_j + \alpha_j) - \frac{1}{2} c_j \alpha_j^2 N_j.$$

Суммарное общественное благосостояние будет иметь вид

$$\begin{aligned} W(\alpha_i, \alpha_j) &= W_i(\alpha_i, \alpha_j) + W_j(\alpha_i, \alpha_j) = \\ &= N_i^2 + N_j^2 + 2N_i N_j (\alpha_i - \alpha_i \alpha_j + \alpha_j) - \frac{1}{2} c_i \alpha_i^2 N_i - \frac{1}{2} c_j \alpha_j^2 N_j. \end{aligned}$$

Найдем частные производные  $W(\alpha_i, \alpha_j)$  по каждой переменной и приравняем их к нулю

$$\begin{cases} \frac{\partial W(\alpha_i, \alpha_j)}{\partial \alpha_i} = 2N_i N_j (1 - \alpha_j) - \alpha_i N_i c_i = 0, \\ \frac{\partial W(\alpha_i, \alpha_j)}{\partial \alpha_j} = 2N_i N_j (1 - \alpha_i) - \alpha_j N_j c_j = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_i = 2b_i^j (1 - \alpha_j), \\ \alpha_j = 2b_j^i (1 - \alpha_i). \end{cases}$$

Кроме того, учтем, что доли изучающих язык не могут превышать 100%.

Заметим, что полученные формулы очень похожи на формулы для равновесия Нэша. Единственное отличие в коэффициенте 2, но это многое меняет. Критическими значениями теперь будут не  $b_i^j = 1$  и  $b_j^i = 1$ , а  $b_i^j = 0,5$  и  $b_j^i = 0,5$ . Покажем на рис. 5–8 равновесные (черный кружок) и эффективные (белый кружок) решения

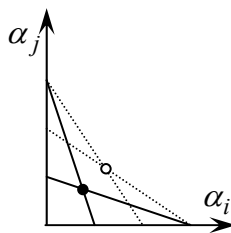


Рис. 5

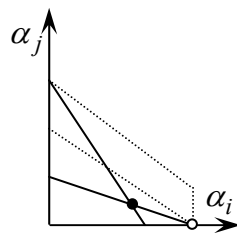


Рис. 6

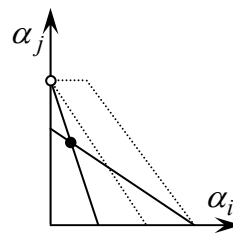


Рис. 7

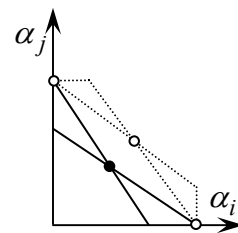


Рис. 8

Видим, что только при  $b_i^j < 0,5$ ,  $b_j^i < 0,5$  (рис.5) эффективным оказывается внутреннее решение. Однако даже в нем доля изучающих иностранный язык должна

быть гораздо выше (что связано с положительными внешними эффектами), чем в равновесии Нэша. При  $b_i^j \geq 0,5$  (рис.6) иностранный язык должны учить все жители  $i$ -страны, симметричная картина при  $b_j^i \geq 0,5$  (рис.7). И, наконец, если выгоды, нормированные на издержки, больше 0,5 для обеих стран (рис.8), имеются 2 эффективных угловых решения (хотя бы одно из которых является глобальным) и внутреннее локально эффективное решение. Равновесное решение совпадает с эффективным только если  $b_i^j \geq 1$  или  $b_j^i \geq 1$ .

На практике ситуации  $b_i^j \geq 1$  или  $b_j^i \geq 1$  маловероятны. Следовательно, без государственного вмешательства мы наблюдаем недостаточное количество людей, знающих иностранный язык. Однако и при государственном вмешательстве оптимум не может достигаться в одностороннем порядке, эффективное решение возможно только при координации усилий обоих государств. Приблизиться к эффективному решению в большой степени также помогают меры, направленные на увеличение числа иностранцев, изучающих язык рассматриваемой страны.

### Модель Гинзбурга, Ортуно-Ортина, Вебера

В рассмотренных выше моделях не делалось никаких различий между родным языком и всеми остальными. В тоже время существует качественное отличие. Несомненно, для большинства индивидов число людей, изначально говорящих на его родном языке, важнее, чем число выучивших этот язык. То, что половина человечества говорит на «ломаном английском», конечно, приятный факт для англичан, но несопоставимый с ситуацией, когда для половины человечества английский бы был родным.

В модели из [4] будут рассматриваться 2 страны  $i$  и  $j$  с населением  $N_i$  и  $N_j$  соответственно. Все жители каждой страны изначально знают родной язык, но не знают чужого. Пусть  $N_{ij}$  – число жителей  $i$ -страны, выучивших иностранный. Поскольку модель мультипликативная, перейдем к логарифмам соответствующих величин. Их будем обозначать строчными буквами:  $n_i = \ln N_i$ ,  $n_j = \ln N_j$ ,  $n_{ij} = \ln N_{ij}$ . Обозначим также  $l_{ij}$  – логарифм расстояния между языками в соответствии с работой Дайена [5].

Предположим, что полезность индивида положительно зависит от числа людей, для которых родным является тот же язык, и от числа людей, с которыми просто есть возможность общаться. При этом первый аргумент существенно сильнее второго. Третьим аргументом функции полезности является расстояние между языками. Чем языки дальше друг от друга, тем выше полезность от их изучения. Действительно, россиянин, приехавший на Украину, или испанец, приехавший в Португалию, сможет там общаться, даже не зная языка.

У каждого человека из  $i$ -страны есть альтернатива, учить язык  $j$ -страны или не учить. В первом варианте он сможет общаться как со всеми соотечественниками, так и со всеми иностранцами, его полезность составит  $u(n_i, n_j, l_{ij})$ . Во втором варианте он сможет общаться только с иностранцами, выучившими его родной язык, его полезность будет равна  $u(n_i, n_{ji}, l_{ij})$ . Предположим также, что все жители одинаково способны к языкам, а издержки обучения зависят лишь от расстояния между языками  $c(l_{ij})$ : чем языки ближе, тем издержки меньше и наоборот.

В работе [4] показано, что при ряде дополнительных предположений справедливы следующие утверждения:

1. Функция спроса на язык  $D_i(n_i, n_j, l_{ij})$  убывает по  $n_i$  и возрастает по  $n_j$ . Это означает: чем больше страна, тем меньше смысла ее гражданам изучать иностранные языки, но тем больше спрос на ее язык со стороны других стран.

2. Функция спроса  $D_i(n_i, n_j, l_{ij})$  убывает по расстоянию между языками  $l_{ij}$ . Данное утверждение (наименее очевидное в рассматриваемой модели) означает, что несмотря на то, что выгоды от общения увеличиваются с ростом расстояния между языками (люди из стран с близкими языками могут сносно общаться безо всякого обучения), но возрастающие издержки обучения приводят к тому, что совсем чуждые языки (для Европы – любые языки неиндоевропейской группы) решаются учить лишь немногие. Из двух противоположных эффектов более важными оказываются издержки.

#### Эмпирическое исследование

Интересно выяснить, насколько полученные в соответствии с вышеописанной моделью теоретические результаты адекватны реальным данным. В таблице 3 приведем число людей, для которых каждый из четверки наиболее распространенных европейских языков является родным (в т.ч. за пределами Евросоюза – наибольшие отличия здесь будут для испанского языка) и число людей (также по всему миру), говорящих на каждом из языков.

**Табл. 3.** Число говорящих на наиболее распространенных языках Евросоюза

Язык	Родной, ЕС, млн.чел.	Родной, млн.чел.	Говорят, млн.чел.
Английский	62,4	341	1800
Немецкий	85,3	100	126
Французский	60,7	77	169
Испанский	39,7	340	450

В таблице 4 укажем для 13 стран исходного состава Евросоюза (всех, кроме Бельгии и Люксембурга) долю населения, говорящего на каждом из четверки наиболее распространенных языков.

**Табл. 4.** Доля населения стран Евросоюза, говорящего на английском, немецком, французском и испанском языках

Страна	Родной язык млн.чел.	Доли знающих язык, %			
		Английский	Немецкий	Французский	Испанский
Австрия (GE)	100	46	100	11	1
Великобритания (EN)	341	100	22	9	5
Германия (GE)	100	54	100	16	2
Греция (GR)	12	47	12	12	5
Дания (DA)	5	75	37	5	1
Ирландия (EN)	341	100	6	23	2
Испания (SP)	340	36	2	19	100
Италия (IT)	62	39	4	29	3
Нидерланды (NL)	20	70	59	19	1
Португалия (PT)	176	35	2	28	4
Финляндия (FI)	6	61	7	1	1
Франция (FR)	77	42	8	100	15
Швеция (SW)	9	79	31	7	4

И, наконец, в таблице 5 приведем фрагмент матрицы Дайена [5] расстояний между четверкой наиболее распространенных и остальными европейскими языками. Здесь значение 0 означает совпадение двух языков, а 1000 – полное отсутствие общих корней в рассматриваемых языках.



Табл. 5. Матрица расстояний между языками (\*1000)

	Английский	Немецкий	Французский	Испанский
Английский	0	422	764	760
Голландский	392	162	756	742
Греческий	838	812	843	833
Датский	407	293	759	750
Испанский	760	747	266	0
Итальянский	753	735	197	212
Немецкий	422	0	764	747
Португальский	760	753	291	126
Финский	1000	1000	1000	1000
Французский	764	756	0	266
Шведский	411	305	756	747

Построим уравнения регрессии, аппроксимирующие функции спроса на  $j$ -язык (английский, немецкий, французский и испанский) для жителей, чей родной язык  $i$

$$\ln \frac{N_{ij}}{N_i} = \theta_0 + \theta_1 \ln N_i + \theta_2 \ln N_j + \theta_3 \ln L_{ij} + \varepsilon_{ij}.$$

В качестве исходных данных для оценивания взяты доли знающих язык  $N_{ij}/N_i$  (таблица 4, столбцы 3–6), число людей, для которых данный язык является родным  $N_i$  (таблица 4, столбец 2), число людей, говорящих на данном языке  $N_j$  (таблица 3, столбец 4), и умноженные на тысячу расстояния между языками  $L_{ij}$  (таблица 5).

С помощью метода наименьших квадратов получены следующие результаты для четырех языков, обозначенных E, G, F и S, по отдельности:

$$\ln \frac{\hat{N}_{iE}}{N_i} = 0,733^* - 0,153^* \ln N_i - 0,408^* \ln L_{ij}, \quad \hat{R}^2 = 0,919;$$

(0,016)      (0,021)      (0,082)

$$\ln \frac{\hat{N}_{iG}}{N_i} = 0,586^* - 0,361^* \ln N_i - 1,362^* \ln L_{ij}, \quad \hat{R}^2 = 0,910;$$

(0,077)      (0,072)      (0,214)

$$\ln \frac{\hat{N}_{iF}}{N_i} = 0,193^* + 0,355^* \ln N_i - 0,512 \ln L_{ij}, \quad \hat{R}^2 = 0,599;$$

(0,121)      (0,138)      (0,416)

$$\ln \frac{\hat{N}_{iS}}{N_i} = 0,091 + 0,032 \ln N_i - 0,560 \ln L_{ij}, \quad \hat{R}^2 = 0,232.$$

(0,109)      (0,168)      (0,385)

Звездочкой обозначены коэффициенты, значимо отличающиеся от нуля при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ .

Данная модель может быть записана в изначальной мультипликативной форме. Например, для английского языка она примет вид

$$\frac{\hat{N}_{iE}}{N_i} = e^{0,733} N_i^{-0,153} L_{ij}^{-0,408}.$$

Можно построить единую модель, используя дамми-переменные для немецкого ( $d_G$ ), французского ( $d_F$ ) и испанского ( $d_S$ ) языков:

$$\ln \frac{\hat{N}_{ij}}{N_i} = 0,080 - 0,233^* d_G - 0,112 d_F - 0,514^* d_S -$$

(0,100)      (0,061)      (0,062)      (0,050)

$$- 0,058 \ln N_i + 0,625^* \ln N_j - 0,954^* \ln L_{ij}, \quad \hat{R}^2 = 0,758.$$

(0,069)      (0,057)      (0,200)

Первым выводом по эмпирической части является довольно высокая доля (почти 76%) вариации, объясненная влиянием 3 переменных. Все коэффициенты по знаку совпадают с предсказанными теоретической моделью.  $\hat{\theta}_1 = -0,058 < 0$  означает, что в больших странах меньше учат иностранные языки,  $\hat{\theta}_2 = 0,625 > 0$  говорит о том, что люди чаще учат более распространенные языки,  $\hat{\theta}_3 = -0,954 < 0$  демонстрирует, что люди не склонны изучать языки, очень непохожие на их собственный. Более того, последние 2 регрессора (число говорящих на изучаемом языке и расстояние между языками) оказываются значимыми при  $\alpha = 0,05$ .

В то же время, результаты для четырех языков существенно различаются. Английский и немецкий язык (первая и вторая модели) идеально укладываются в картину: прогнозируется более 90% вариации, значимыми оказываются все регрессоры. Для французского и, особенно, для испанского языка (третья и четвертая модели) результаты существенно хуже: расстояние между языками влияет на долю изучающих, но значимого отличия коэффициента от нуля при  $\alpha = 0,05$  мы здесь не наблюдаем. Размер же собственной страны влияет на изучение французского и испанского языка не отрицательно, а положительно, причем для французского эта связь значима. Следовательно, мотивация людей здесь иная.

Единая модель с дамми-переменными также демонстрирует, что немецкий и, особенно, испанский языки изучают значимо меньше людей, чем английский. Попробуем объяснить этот эффект наличием или отсутствием активных торговых связей между государствами. Пусть  $Tr_{ij}$  – объем внешнеторгового оборота между странами  $i$  и  $j$ . По-прежнему в модель включим дамми-переменную для испанского языка. Оценив модель с помощью метода наименьших квадратов, получим

$$\ln \frac{\hat{N}_{ij}}{N_i} = 0,070 - 0,340 * d_S - 0,055 \ln N_i + 0,600 * \ln N_j - 0,789 * \ln L_{ij} + 0,249 \ln Tr_{ij},$$

$$\hat{R}^2 = 0,712.$$

(0,096) (0,044) (0,070) (0,067) (0,205) (0,134)

Видим, что хотя включение в модель торговых связей помогает неплохо объяснить ведущую роль английского языка, а также чуть худшее положение французского и немецкого, оно не способно дать ответ на вопрос о причинах существенного отставания испанского (действительно, во всех странах Евросоюза, кроме Франции, более 95% населения не знают испанского языка). Вероятно, основных причин здесь две:

1. Большая часть испаноговорящего населения проживает в Латинской Америке, далеко за пределами Евросоюза. Следовательно, социальные и культурные связи оказываются гораздо менее сильными, чем это было бы, будь страны соседями. В самом же Евросоюзе на испанском языке говорит в 2,5 раза меньше жителей, чем на немецком и в 1,5 раза меньше, чем на французском.

2. Вторая причина – длительная изоляция Испании в период военной диктатуры Франко с 1939 по 1975 годы. Несмотря на то, что в настоящее время Испания является демократическим государством, развиваются торговые и культурные связи с другими государствами Евросоюза, а также туризм, 40 лет изоляции не могли не повлиять значимо на стремления людей изучать или не изучать испанский язык.

#### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. **R. Selten, J. Pool** «The Distribution of Foreign Language Skills as a Game Equilibrium» // «Game Equilibrium Models IV: Social and Political Interaction», Berlin: Springer-Verlag, 1991.
2. **J. Church, I. King** «Bilingualism and Network Externalities» // Canadian Journal of Economics, 1993, №26 (2).
3. **J. Gabszewicz, V. Ginsburgh, S. Weber** «Bilingualism and Communicative Benefits» // Canadian Journal of Economics, 2007 (forthcoming).
4. **V. Ginsburgh, I. Ortuno-Ortin, S. Weber** «Learning Foreign Languages. Theoretical and Empirical Implications of the Selten and Pool Model», 2007 (forthcoming).
5. **I. Dyen, J. Kruskal, P. Black** «An Indo-European Classification: a Lexicostatistical Experiment» // Transactions of the American Philosophical Society, 1992, №82 (5).

## THE GAME THEORY STATEMENTS OF THE LINGUISTIC MODELS

A.Yu. Filatov

*Institute of energy systems named after L.A. Melent'ev, Irkutsk  
e-mail: fial@irlan.ru*

**Abstract.** We propose the survey of the worked till the present moment game theory models that can estimate benefits and costs of learning foreign languages, forecast the number of learners and it's dynamics under some conditions. In the basic model we suppose that all persons have the same learning skills. It follows that only corner equilibria will exist. On the contrary the interior equilibrium emerges if people have heterogeneous learning skills. In the both models we explore stability and efficiency of the obtained equilibria. We also propose the results of the empirical research on the data for European Union.

**Key words:** game theory, the linguistic models, the Nash equilibrium, efficiency.