Филатов А.Ю. УДК 330.45

ЦЕНОВАЯ ОЛИГОПОЛИЯ С НЕСОВЕРШЕННОЙ ЭЛАСТИЧНОСТЬЮ СПРОСА. МИКРОЭКОНОМИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ[1]

Введение

Рассмотрим модель ценовой олигополии без сговора. Исходный вариант – ценовая война Бертрана [1], в котором олигополисты независимо друг от друга вырабатывают решение об уровне цены, ориентируясь на цены конкурентов, а все потребители приобретают продукцию у олигополиста с самой дешевой продукцией – имеет очевидные недостатки. В частности, следствием предпосылок такой модели в случае постоянства и равенства средних издержек является парадокс Бертрана: фирмы поочередно снижают цены до уровня себестоимости и в точке равновесия получают нулевые прибыли, что полностью эквивалентно ситуации совершенной конкуренции.

Решение парадокса Бертрана с помощью модели Эджворта, в которой объем производства каждой фирмы жестко ограничен сверху определенной величиной, или с помощью модели с возрастающими предельными издержками (мягкий вариант модели Эджворта), также не всегда адекватно реальности. В то же время, слишком сильным является предположение о совершенной взаимозаменяемости продуктов и о том, что все потребители делают покупки у продавца, назначившего самую низкую цену.

Действительно, как минимум, различные потребители проживают в разных местах, и расположение продавцов существенным образом влияет на их предпочтения: помимо цены товара потребители оплачивают транспортные издержки, тем большие, чем большее расстояние отделяет их от продавца. Именно эта интерпретация была предложена Г.Хотеллингом в модели линейного города [2] и С.Сэлопом в модели кругового города [3]. В другой интерпретации, связанной с качеством товара, обслуживанием и сервисом, потребители, имеющие разнородные вкусы, получают некоторую дополнительную полезность в результате потребления самого предпочитаемого ими блага, и готовы за это платить.

При этом фирмы не могут располагаться в каждом потенциальном месте покупки (в частности, из-за постоянных издержек). Следовательно, они на первом шаге выбирают свое местоположение, а на втором шаге, ориентируясь также на местоположение и цены конкурентов, свою цену продукции.

Можно заметить, что фирмы, продающие одинаковую продукцию, обычно не желают располагаться в одном и том же месте. Причиной это является уже упоминавшийся парадокс Бертрана – производители совершенных заменителей сталкиваются с неограниченной ценовой конкуренцией. В противоположность этому дифференциация (как по расположению, так и качествам продукта) позволяет создать клиентуру (занять «рыночную нишу») и пользоваться некоторой рыночной властью над этой клиентурой.

Простейшая модель

Рассмотрим простейшую модель [4]. Пусть товар, производимый с издержками c, в каждой из двух фирм пользуется спросом, описываемым уравнениями

$$q_1(p_1,p_2)=a-bp_1+dp_2,\ q_2(p_1,p_2)=a-bp_2+dp_1,$$

где $0<d<b,\ a>c(b-d)$.

Видим, что прямая ценовая эластичность спроса отрицательна, а перекрестная эластичность – положительна (что следует из знаков коэффициентов при ценах). Если цена в фирме достаточно велика по сравнению с ценой конкурента, то следствием будет отсутствие покупателей. Однако при небольшой разнице цен некоторая часть покупателей остается верной продукции более дорогой фирмы.

Условие $d<b$ означает, что если цены товаров в обеих фирмах вырастут на одну и ту же

[1] Работа поддержана Интеграционным проектом СО РАН «Полиструктурные модели экономики: теория, методы прогнозы»

величину, объем спроса в обеих фирмах сократится. Условие $a > c(b-d)$ означает, что если обе фирмы назначат цены на уровне предельных издержек, объемы спроса на их товары будут положительными.

Определим результат такого взаимодействия, то есть найдем набор цен (p_1^*, p_2^*), максимизирующий прибыль, каждой из фирм:

$$\pi_1 = (p_1 - c)(a - bp_1 + dp_2) \to \max_{p_1},$$

$$\pi_2 = (p_2 - c)(a - bp_2 + dp_1) \to \max_{p_2}.$$

Продифференцировав функции прибыли по p_1 и p_2 найдем кривые реакции:

$$p_1 = \frac{a + bc + dp_2}{2b}, \quad p_2 = \frac{a + bc + dp_1}{2b}.$$

Решив данную систему, получим:

$$p_1^* = p_2^* = \frac{a + bc}{2b - d} = c + \frac{a - c(b-d)}{2b - d} > c.$$

Таким образом, дифференциация товара также смягчает ценовую конкуренцию, то есть соперничество фирм не ведет к полному исчезновению их прибылей.

Однако существенным недостатком простейшей модели является то, что суммарный спрос на рынке одинаково реагирует на снижение цены как в дешевой, так и в дорогой фирме:

$$Q(p_1, p_2) = q_1(p_1, p_2) + q_2(p_1, p_2) =$$
$$= 2a - (b-d)p_1 - (b-d)p_2.$$

В то же время интуитивно понятно, что расширение рынка происходит в первую очередь при снижении цены в дешевой фирме, ориентированной на менее обеспеченных людей. Понижение же цены в дорогой фирме приводит в основном к перераспределению покупателей между фирмами.

В связи с этим в [5] была предложена альтернативная модификация модели, в которой предполагалось, что спрос на продукт зависит именно от «нижней» цены (цены продукта в самой дешевой фирме). В [6] данная модель была обобщена на случай произвольного числа фирм. Попробуем осуществить обоснование сделанного предположения на основе теории пространственной экономики.

Микроэкономическое обоснование модели

Пусть на рынке присутствуют 2 фирмы, расположенные на разных концах (в точках 0 и 1) линейного города. Несмотря на то, что они продают однородный продукт по различным ценам p_1 и p_2 (для определенности примем $p_1 < p_2$), у второй фирмы могут быть рационально действующие покупатели – люди, проживающие неподалеку. Действительно, покупатель оценивает не только стоимость покупки, но и транспортные издержки (в т.ч. затраты времени), необходимые для того, чтобы добраться до места продажи.

Если предположить, что транспортные издержки пропорциональны расстоянию, то клиент, проживающий в точке $x \in [0; 1]$ и тратящий в денежном выражении сумму t на проезд через весь город (из точки 0 в точку 1) оценивает покупку в первой фирме в сумму

$$\hat{p}_1 = p_1 + tx,$$

а во второй фирме в сумму

$$\hat{p}_2 = p_2 + t(1-x).$$

Если минимальная из этих величин не превышает тот максимум θ, который клиент готов заплатить за продукт, покупка осуществляется. Изобразим на графиках соответствующие зависимости и проинтерпретируем их:

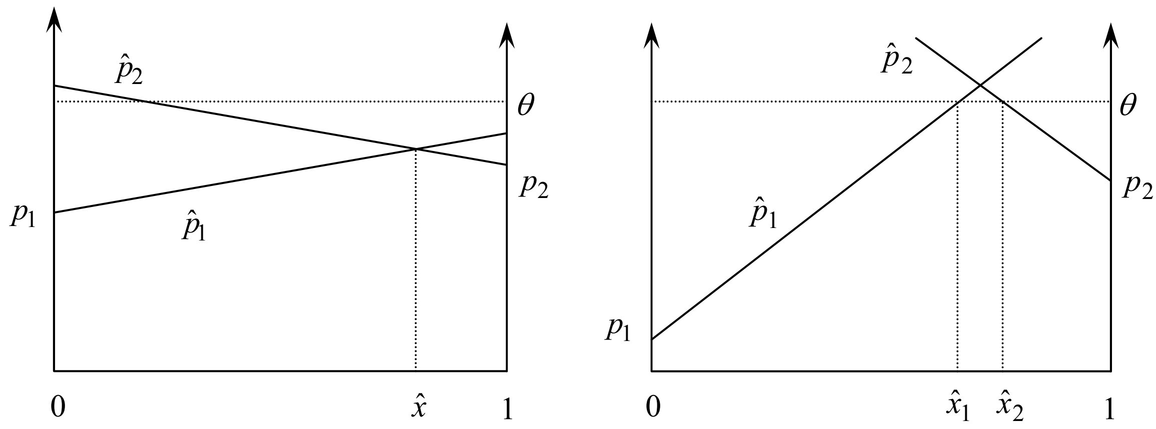

Рис.1–2. Зависимость реальной цены продукта от номинальной цены, места проживания клиента и его транспортного тарифа

На рис.1 изображена ситуация с невысоким транспортным тарифом. Таким образом, большую часть рынка, интервал $x \in [0; \hat{x})$, захватывает первая фирма, установившая меньшую цену. В то же время даже в этой ситуации более дорогая фирма обслуживает некоторое, пускай и небольшое, количество клиентов $x \in (\hat{x}; 1]$, проживающих рядом с ней. Все люди, оценившие продукт в указанную сумму θ, вне зависимости от места проживания, его приобретут.

На рис.2 транспортный тариф существенно выше. Несмотря на то, что первая фирма очень сильно снизила цену, ее клиентами останутся лишь те, чье место проживания $x \in [0; \hat{x}_1]$. Более того, проживающие в интервале $x \in (\hat{x}_1; \hat{x}_2)$ вообще откажутся от совершения покупки где бы то ни было, если их максимальная оценка продукта составляет θ.

Отметим, что для людей с высокой оценкой продукта изменение цены в любой из фирм приводит лишь к возможной смене места покупки. В то же время для людей, оценивающих порог θ ниже, уменьшение цены может оказаться значимым фактором при принятии решения о покупке. При этом с большой вероятностью критическим окажется снижение цены именно в дешевой фирме.

С помощью метода Монте-Карло попробуем смоделировать влияние на спрос изменения цен в дешевой и дорогой фирме. Пусть для некоторого потребителя проживающего в случайной точке $x \in [0; 1]$ максимальная оценка продукта равномерно распределена на отрезке $\theta \in [10; 160]$, а транспортные издержки равномерно распределены на отрезке $t \in [0; 50]$. Исходя из цен p_1 и p_2, потребитель принимает решение о приобретении или неприобретении продукта и возможном месте покупки.

Например, если цены в обеих фирмах составляют 90 руб., потребитель, проживающий в точке $x = 0{,}3$, оценивающий транспортные издержки в $t = 30$ руб., а продукт в $\theta = 100$ приобретет его в первой фирме:

$$\hat{p}_1 = 90 + 0{,}3 * 30 = 99 \text{ руб.},$$

$$\hat{p}_2 = 90 + 0{,}7 * 30 = 111 \text{ руб.}$$

Заметим, что второй фирме не поможет и снижение цены до 80 руб. Также видим, что повышение транспортных издержек до $t = 40$ руб., оставляет данного человек вообще без продукта.

Смоделировав в соответствии с указанными законами распределения по 10 тыс. человек для каждой из возможных цен $p_i = \{60; 70; 80; ...; 150\}$, установленных в фирмах, получим соответствующие объемы продаж. Сведем данные о спросе q_1 в первой, более дешевой, фирме, спросе q_2 во второй, более дорогой, фирме и суммарном спросе $Q = q_1 + q_2$ в таблицах 1–3. Отметим, что нет смысла рассматривать разность цен от 50 руб. и выше, поскольку при данных условиях в более дорогой фирме заведомо не останется ни одного покупателя.

С помощью метода наименьших квадратов найдем наилучшую в классе линейных функций зависимость спроса от установленных цен:

$$Q = 10152 - 56{,}5 p_1 - 9{,}9 p_2 .$$

Видим, что спрос гораздо сильнее зависит от цены p_1, установленной в более дешевой фирме. Еще более ярко выраженным этот факт становится, если учесть наличие положительной корреляции между транспортными издержками t и максимальной ценой θ, которую человек готов заплатить за данный продукт (большую сумму, как правило, готовы заплатить более обеспеченные люди, которые более высоко ценят свое время), а также вспомнить, что p_1 и p_2 также положительно коррелированны.

Таблица 1. Зависимость спроса q_1 от цен p_1 и p_2.

$p_1 \setminus p_2$	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
60	3125	4703	5324	5747	5835					
70		2742	4147	4740	5038	5184				
80			2473	3708	4131	4353	4482			
90				2130	3194	3527	3763	3836		
100					1807	2651	2940	3076	3153	
110						1452	2121	2335	2545	2471
120							1131	1636	1770	1877
130								802	1131	1236
140									474	619
150										187

Таблица 2. Зависимость спроса q_2 от цен p_1 и p_2.

$p_1 \setminus p_2$	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
60	3089	1305	594	236	41					
70		2775	1185	479	166	36				
80			2477	1017	441	155	32			
90				2087	829	350	108	23		
100					1788	722	253	79	9	
110						1446	546	190	42	5
120							1100	362	115	32
130								852	227	44
140									441	84
150										164

Таблица 3. Зависимость суммарного спроса Q от цен p_1 и p_2.

$p_1 \setminus p_2$	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
60	6214	6008	5918	5983	5876					
70		5517	5332	5219	5204	5220				
80			4950	4725	4572	4508	4514			
90				4217	4023	3877	3871	3859		
100					3595	3373	3193	3155	3162	
110						2898	2667	2525	2587	2476
120							2231	1998	1885	1909
130								1654	1358	1280
140									915	703
150										351

Таким образом, вполне соответствующим реальности можно считать предположение, что суммарный спрос на рынке зависит именно от минимальной цены, сложившейся на рынке. Нумерацию осуществим так, что эта цена будет наблюдаться в первой фирме:

$$p_1 = \min_{i=1,\dots,n} p_i .$$

При этом понимаем, что все результаты будут выполняться с точностью до нумерации, а значит, в реальности будет не одно, а n равновесий.

Формализация модели и некоторые качественные выводы

Пусть на рынке присутствуют n одинаковых фирм, производящих продукцию с издержками c. Суммарный спрос на рынке составляет

$$Q = a - bp_1 .$$

Если все фирмы устанавливают одинаковые цены, то этот спрос делится поровну между ними. В то же время при повышении цены в j-фирме на каждый рубль объем продаж в ней сокращается на величину $b\Delta$, а у каждого из $(n-1)$ конкурентов увеличивается на $b\Delta/(n-1)$.

Представленную модель запишем в матричном виде:

$$\mathbf{q} = \left(\frac{1}{n}\mathbf{a} + b\mathbf{Bp} \right),$$

где $\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \dots \\ q_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \dots \\ p_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} a \\ a \\ a \\ \dots \\ a \end{pmatrix},$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -\Delta - \frac{1}{n} & \frac{\Delta}{n-1} & \frac{\Delta}{n-1} & \dots & \frac{\Delta}{n-1} \\ \frac{\Delta}{n-1} - \frac{1}{n} & -\Delta & \frac{\Delta}{n-1} & \dots & \frac{\Delta}{n-1} \\ \frac{\Delta}{n-1} - \frac{1}{n} & \frac{\Delta}{n-1} & -\Delta & \dots & \frac{\Delta}{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\Delta}{n-1} - \frac{1}{n} & \frac{\Delta}{n-1} & \frac{\Delta}{n-1} & \dots & -\Delta \end{pmatrix}.$$

Выпишем эти же соотношения покомпонентно:

$$q_1 = \frac{1}{n}\left(a - (n\Delta + 1)bp_1 + \frac{n\Delta}{n-1} b \sum_{j=2}^{n} p_j \right),$$

$$q_i = \frac{1}{n}\left(a + \left(\frac{n\Delta}{n-1} - 1 \right) bp_1 + \frac{n\Delta}{n-1} b \sum_{j=2,\, j\neq i}^{n} p_j - n\Delta bp_i \right),$$

$i = 2, \dots, n$.

В условиях данной модели можно исследовать различные стратегии поведения олигополистов (максимизация собственной прибыли в зависимости от выбора цен конкурентов, максимизация прибыли с учетом возможной реакции других фирм, стратегии кооперативного взаимодействия и т.д.) и получаемые при этом равновесные ситуации.

Наиболее интересный качественный результат связан с существованием равновесия Нэша при несовпадающих ценах и объемах продаж одинаковых олигополистов. Например, при дуополии одной фирме экономически выгодно установить более низкую цену, увеличив тем самым продажи своей продукции, а второй выгодно поднять цену с целью получения более высокой удельной прибыли. При этом обе фирмы получают положительную экономическую прибыль.

В то же время, при сильной реакции потребителя на разницу цен максимизация прибыли ограничена так называемой «инверсией фирм» – ситуацией, когда одной из дорогих фирм может оказаться выгодно в одностороннем порядке занять место на дешевом ценовом сегменте.

В [7] также построены равновесия Нэша в двухуровневой игре, являющие аналогами равновесия Штакельберга для ценовой олигополии. Изучена ситуация объединения фирм в картель и ситуация максимизации прибыль на основе ценовой дискриминации. Показано, что суммарная прибыль фирм в этом случае может превышать монопольную. Приведены результаты расчетов на численном примере.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. **Bertrand J.** Theorie Mathematique de la Richesse Sociale // «Journal des savants». – 1883. – P.499–508.
2. **Hotelling H.** Stability in Competition // «Ibid». – 1929. – V.39. – P.41–57.
3. **Salop S.** Monopolistic Competition with Outside Goods // «Bell Journal of Economics». – 1979. – V.10. – P.141–156.
4. **Авдашева С.Б., Розанова Н.М.** Теория организации отраслевых рынков. – М.: «Магистр». – 1998.
5. **Филатов А.Ю.** Развитие модели Бертрана на случай несовершенной ценовой эластичности спроса // Труды XIII Байкальской международной школы-семинара «Методы оптимизации и их приложения». – Иркутск, 2005. – том 6. – С.350–354.
6. **Филатов А.Ю.** Модель олигополии Бертрана с несовершенной ценовой эластичностью спроса для произвольного числа фирм // «Инструменты анализа и управления переходными состояниями в экономике»: сборник статей. – Екатеринбург. – 2008. – С.111–123.
7. **Филатов А.Ю.** Модель ценовой олигополии с несовершенной эластичностью спроса // «Теория и методы согласования решений», Новосибирск: «Наука». – 2009 – С.130–145.