

# Учет неоднородности труда при моделировании монополистической конкуренции. Модель с фиксированным уровнем зарплаты \*

А.Ю. Филатов, Ю.М. Соколовский  
*ИГУ, ИСЭМ СО РАН, Иркутск*

alexander.filatov@gmail.com, sokolovskyuu@yandex.ru

## Аннотация

В работе построена модификация модели монополистической конкуренции с неоднородными фирмами, в которой заработная плата институционально установлена на едином уровне. Причинами этого, в частности, могут являться централизованная фиксация (наличие единой тарифной сетки), отсутствие у фирм информации о качестве конкретного работника на момент заключения контракта или нечто иное. Полученное равновесие сравнивается с равновесием, возникающим в базовой модели, где в каждом секторе устанавливается свой уровень заработной платы. Изучены возможные миграционные потоки неквалифицированных рабочих из города в деревню из-за низкого уровня доходов.

В работе [1], опубликованной в данном сборнике, была предложена модель монополистической конкуренции с неоднородными фирмами, построенная в идеологии Диксита-Стиглица [2] и основанная на CES-функции полезности и возрастающей отдаче от масштаба. Причиной неоднородности являлась различная квалификация рабочих.

При этом в данной «базовой модели» предполагалось, что в каждом из промышленных секторов устанавливается собственная равновесная

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Интеграционного проекта СО РАН "Полиструктурные математические модели экономики: теория, методы, прогнозы".

заработная плата. В то же время в экономике могут присутствовать институциональные ограничения, не позволяющие разграничивать эффективных и неэффективных рабочих. Это может быть централизованно зафиксированный уровень зарплаты (единая тарифная сетка), отсутствие у фирмы информации о качестве конкретного работника на момент заключения контракта или нечто иное.

Как удержать квалифицированных рабочих при низком уровне зарплаты? В качестве возможного варианта можно предложить им премии по итогам работы. Заработная плата устанавливается на едином, достаточно низком уровне. Прибыли фирм неэффективного сектора при этом равны нулю, и рабочие получают только зарплату. В эффективном секторе благодаря низким издержкам и большим объемам фирмы получают прибыли, равномерно распределяющиеся между своими рабочими (по большому счету, при использовании CES-функции полезности нижнего уровня неважно, насколько справедливо эти прибыли распределяются). Несмотря на прибыли, возникновение новых фирм в эффективном секторе невозможно: ресурс эффективного труда задействован полностью. Именно этот вариант был указан в работе [3], посвященной возможности использования фирмами различных технологий производства. В основной части статьи предполагался неограниченный доступ фирм к технологиям, однако в заключении упоминалась «рикардианская неоднородность», означающая ограниченность ресурсов. Исследуем данный случай более подробно.

Пусть на рынке сложился единый уровень заработной платы  $w$ . Тогда цены в эффективном и неэффективном секторе составят соответственно

$$p_1 = \frac{\sigma}{\sigma - 1}wc, \quad p_2 = \gamma \frac{\sigma}{\sigma - 1}wc \quad (1)$$

Прибыль неэффективных фирм равна нулю:

$$q_2 (p_2 - \gamma wc) - wf = 0.$$

Подставив значение цены (1) и выполнив ряд преобразований, получим

$$q_2 = \frac{f(\sigma - 1)}{\gamma c}.$$

Поскольку  $q_1 = q_2 (p_2/p_1)^\sigma$ , объемы производства в эффективном секторе будут равны

$$q_1 = \gamma^\sigma q_2 = \frac{f(\sigma - 1) \gamma^{\sigma-1}}{c}.$$

Вычислим для каждого из секторов промышленности потребности фирм в труде, издержки, выручку и прибыль фирм, их число:

$$l_1 = f + cq_1 = f(1 + (\sigma - 1)\gamma^{\sigma-1}), \quad l_2 = f + \gamma cq_2 = f\sigma,$$

$$TC_1 = fw(1 + (\sigma - 1)\gamma^{\sigma-1}), \quad TC_2 = fw\sigma,$$

$$TR_1 = p_1q_1 = fw\sigma\gamma^{\sigma-1}, \quad TR_2 = p_2q_2 = fw\sigma,$$

$$\pi_1 = TR_1 - TC_1 = fw(\gamma^{\sigma-1} - 1), \quad \pi_2 = TR_2 - TC_2 = 0,$$

$$n_1 = \frac{\alpha_1 L}{f(1 + (\sigma - 1)\gamma^{\sigma-1})}, \quad n_2 = \frac{\alpha_2 L}{f\sigma}.$$

Не забудем, что в доходы  $\alpha_1 L$  квалифицированных рабочих помимо зарплаты входит доля прибыли в размере  $\pi_1/l_1$ . Поэтому они составляют

$$I_1 = w + \frac{fw(\gamma^{\sigma-1} - 1)}{f(1 + (\sigma - 1)\gamma^{\sigma-1})} = \frac{w\sigma\gamma^{\sigma-1}}{1 + (\sigma - 1)\gamma^{\sigma-1}}$$

Предложение сельскохозяйственного продукта в равновесии полностью обеспечивает спрос. Найдем уровень зарплаты  $w$  из равенства

$$(1 - \alpha_1 - \alpha_2)L = (1 - \mu) \left( \alpha_1 L w \frac{\sigma\gamma^{\sigma-1}}{1 + (\sigma - 1)\gamma^{\sigma-1}} + \alpha_2 L w + (1 - \alpha_1 - \alpha_2)L \right).$$

Обозначив  $k_2 = \frac{\sigma\gamma^{\sigma-1}}{1 + (\sigma - 1)\gamma^{\sigma-1}}$  и выполнив ряд преобразований, получим

$$w = \frac{\mu}{1 - \mu} \frac{1 - \alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 k_2 + \alpha_2} \quad (2)$$

Заметим, что формула (2) совпадает с формулой зарплаты неэффективного сектора базовой модели с заменой коэффициента  $k_2$  на  $k_1 = \gamma^{(\sigma-1)/\sigma}$ .

Как и для базового варианта [1], проанализируем влияние параметров модели на равновесие в модификации с фиксированным уровнем заработной платы. Отличия, приведенные в таблице 1, будут касаться только характера влияния параметров  $\gamma$  и  $\sigma$ .

Таблица 1: Влияние параметров модели с фиксированной зарплатой на равновесие

	$p_1$	$p_2$	$q_1$	$q_2$	$TR_1$	$TR_2$	$I_1$	$I_2$	$n_1$	$n_2$	$l_1$	$l_2$
$\gamma$	↓	↑	↑	—	↑	↓	↑	↓	↓	·	↑	·
$\sigma$	↓	↓	↑	↑	↑	↑	↑↓	↓↑	↓	—	↑	+

Из таблицы видно (ячейки с отличиями выделены серым цветом), что в отличие от модели, в которой заработная плата в каждом из промышленных секторов формируется самостоятельно, здесь увеличение различий между секторами более благоприятно сказывается на эффективном секторе: в нем происходит укрупнение фирм, благодаря чему удается снизить цены и расширить поставки. В то же время усиление взаимозаменяемости товаров приводит к укрупнению фирм обоих секторов, включая эффективный. Уровень зарплат в экономике не падает бесконечно, а с некоторого критического значения  $\tilde{\sigma}$  начинает возрастать. Напротив, в эффективном секторе не наблюдается неограниченного роста доходов, рост сменяется снижением. При очень высоких значениях  $\sigma$  сектора выравниваются, поскольку уменьшаются прибыли. Наконец, исчезает зона убывания выручки неэффективного сектора, начиная с  $\sigma = 1$ , наблюдается ее рост.

Также можно сравнить получаемые в равновесии цены, зарплаты, объемы продаж, число фирм и их размер для модели с единой зарплатой относительно базового варианта. Ключевым отличием моделей является, то, что в формулах зарплат неэффективного сектора используются различные коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$ . Поэтому важнейшим моментом является соотношение  $k_1 > k_2$ , выполняемое при любых  $\gamma > 1$ ,  $\sigma > 1$ .

Внесем в таблицу 2 результаты сравнения двух рассмотренных модификаций модели. Символом «Б» обозначим те переменные, значения которых в равновесии оказываются больше в базовой модели, а символом «Ф» – в варианте с фиксированным уровнем зарплат.

Таблица 2: Сопоставление базовой и модифицированной модели

$p_1$	$p_2$	$q_1$	$q_2$	$TR_1$	$TR_2$	$w_1$	$w_2$	$I_1$	$I_2$	$n_1$	$n_2$	$l_1$	$l_2$
Б	Ф	Ф	=	Ф	Ф	Б	Ф	Б	Ф	Б	=	Ф	=

Из таблицы видно, что институциональная фиксация зарплат ведет к следующим тенденциям в экономике:

1. Выравнивание доходов в эффективном и неэффективном секторах, несмотря на попытки уменьшить данный эффект с помощью распределения прибыли.

2. Увеличение разрыва в ценах между эффективным и неэффективным секторами. Пояснить это можно следующим образом: товары эффективного сектора благодаря сокращению расходов на зарплату становятся еще более доступными, а в неэффективном секторе рост зарплат еще сильнее увеличивает его неэффективность.

3. Укрупнение фирм эффективного сектора при одновременном со-

кращении разнообразия предоставляемых продуктов, что уменьшает достигаемое значение полезности потребителей.

Исследуем еще один эффект, который может возникать как в базовой, так и в модифицированной модели монополистической конкуренции. С учетом того, что доходы рабочих сельскохозяйственного сектора приняты за единицу, а равновесная зарплата в неэффективном секторе промышленности может оказаться меньше данной величины, часть неквалифицированных рабочих может «уехать в деревню». Уменьшающееся число промышленных рабочих увеличит спрос на труд и заработные платы в промышленности. Соответственно отъезд завершится, когда зарплаты неквалифицированных промышленных рабочих выровняются на единичном уровне.

Можно посчитать для двух модификаций модели, рассмотренных выше, долю  $\Delta$  неквалифицированных рабочих, «переезжающих в деревню». Используем для этого баланс спроса и предложения на сельскохозяйственную продукцию и равенство единице зарплаты неэффективного сектора. Для базовой модели соотношение примет вид

$$(1 - \mu)(\alpha_1 k_1 + (\alpha_2 - \Delta)) * 1 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 + \Delta),$$

откуда найдем долю переезжающих, учитывая, что она не может быть отрицательной:

$$\Delta_1 = \max \{0; (1 - \mu)(\alpha_1 k_1 + \alpha_2) - \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2)\} \quad (3)$$

Для модификации модели с фиксированным уровнем зарплаты коэффициент  $k_1$  меняется на  $k_2$ , в остальном формула остается неизменной

$$\Delta_2 = \max \{0; (1 - \mu)(\alpha_1 k_2 + \alpha_2) - \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2)\} \quad (4)$$

Поскольку выполняется неравенство  $k_1 > k_2$ , деиндустриализация неэффективного сектора при фиксации уровня зарплаты по промышленности будет ниже, чем в базовой модели (из (3) и (4) следует  $\Delta_2 < \Delta_1$ ). Это может в какой-то степени компенсировать сокращение разнообразия и не вполне справедливое перераспределение доходов в пользу рабочих низкой квалификации.

Рассмотрим численный пример. Пусть экзогенные параметры модели принимают значения  $f = 1$ ,  $c = 1$ ,  $L = 120$ ,  $\gamma = 2$ ,  $\sigma = 3$ ,  $\alpha_1 = 0,25$ ,  $\alpha_2 = 0,25$ ,  $\mu = 0,7$ . В таблице 3 сведем информацию о равновесных значениях цен, объемов, выручки и издержек, зарплаты и доходов рабочих, числе фирм и спросе на труд. Здесь же покажем, что произойдет, если доля расходов на промышленные товары снизится с 70 до 50

процентов. Заметим, что при этом доходы неквалифицированных рабочих окажутся меньше единицы, что вызовет их вероятную миграцию из города в деревню. В базовой модели миграционные потоки составят 7,3% населения, в модифицированной – 4,2%.

Таблица 3: Равновесные значения переменных для численного примера

		$\mu = 0,7$		$\mu = 0,5$		деиндустр.	
		Баз.	Фикс.	Баз.	Фикс.	Баз.	Фикс.
Цена продукции	$p_1$	4,295	3	1,841	1,286	2,381	1,5
	$p_2$	5,411	6	2,319	2,571	3	3
Объем производства	$q_1$	2	8	2	8	2	8
	$q_2$	1	1	1	1	1	1
Выручка фирмы	$TR_1$	8,589	24	3,681	10,286	4,762	12
	$TR_2$	5,411	6	2,319	2,571	3	3
Издержки фирмы	$TC_1$	8,589	18	3,681	7,714	4,762	9
	$TC_2$	5,411	6	2,319	2,571	3	3
Зарботная плата	$w_1$	2,863	2	1,227	0,857	1,587	1
	$w_2$	1,804	2	0,773	0,857	1	1
Доходы рабочих	$I_1$	2,863	2,667	1,227	1,143	1,587	1,333
	$I_2$	1,804	2	0,773	0,857	1	1
Число фирм	$n_1$	10	3,333	10	3,333	10	3,333
	$n_2$	10	10	10	10	10	10
Спрос на труд	$l_1$	3	9	3	9	3	9
	$l_2$	3	3	3	3	3	3
Доля пере-езжающих	$\Delta$					0,073	0,042

Конечно, предположение о наличии всего двух уровней квалификации промышленных рабочих является серьезной натяжкой. В то же время, модель достаточно легко модифицируется на случай произвольного числа классов, включая непрерывное распределение квалификации рабочих. Ожидается, что качественные выводы в обобщенной модели окажутся сходными с полученными в данной работе, а для случая равномерного распределения рабочих по качеству на отрезке  $c(i) \in [c; \gamma c]$  удастся получить и количественные оценки равновесных значений

В качестве других перспективных направлений развития предложенной модели можно указать следующие:

1. Исследование образования как фактора, позволяющего повысить квалификацию рабочего и претендовать на более высокую заработную плату. Можно изучить противоположные рассмотренным в работе ми-

грационные потоки крестьян, получающих образование и переезжающих в город с целью повышения своего уровня жизни, а также динамику увеличения доли фирм эффективного сектора в зависимости от цены образования.

2. Исследование торговых потоков при открытии границ в двух странах, смоделированных описанным в работе образом, а также влияние введения таможенных пошлин различного вида на получаемые равновесия. Особенно интересной может оказаться сравнительная статика в случае существенно различающихся по уровню развития стран. Например, полезным будет изучение эффекта, когда в результате введения свободы торговли полезность потребителей увеличивается благодаря росту разнообразия, однако происходит деиндустриализация страны, производящей неконкурентоспособную продукцию.

3. Исследование модели с произвольной функцией полезности нижнего уровня.

## Список литературы

- [1] *Филатов А.Ю., Соколовский Ю.М.* Учет неоднородности труда при моделировании монополистической конкуренции. Базовая модель // Материалы XV Байкальской международной школы «Методы оптимизации и их приложения». – 2011.
- [2] *Dixit A., Stiglitz J.* Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity // *American Economic Review*. – №67, 1977. – P.297–308.
- [3] *Echazu L., Lugovsky V.* Monopolistic Competition and Optimal Product Diversity with Heterogeneous Firms // Working Paper, 2007.