КОНСПЕКТЫ ЛЕКЦИЙ ПО ТЕОРИИ КОНТРАКТОВ [*]

Андрей Бремзен[†] и Сергей Гуриев [‡]

---

[*] Подготовлено при поддержке Национального фонда подготовки кадров. Предварительный вариант; все замечания и предложения направлять по адресу sguriev@nes.ru. Авторы выражают признательность Сергею Голованю, Борису Ковтуненко, Георгию Колеснику, Алексею Макрушину и Сергею Митякову, без которых подготовка данного пособия была бы невозможна. Авторы также благодарны анонимному рецензенту НФПК, участникам выездной школы-семинара ЦДПО РЭШ по теории контрактов в Екатеринбурге в октябре 2000 года, миникурса в Санкт-Петербурге в апреле 2001 г., Летних школ в Москве в августе 2001 и во Владивостоке в августе 2002 г. за полезные замечания

[†] Преподаватель РЭШ. E-mail: abremzen@nes.ru

[‡] Преподаватель РЭШ. E-mail: sguriev@nes.ru. Вебсайт www.nes.ru/~sguriev/

Содержание

1 Введение.

Теорией контрактов называется возникший в последние 20-30 лет раздел экономической теории, в котором рассматриваются модели с асимметричной информацией и ненаблюдаемыми действиями, а также с несовершенствами составления и исполнения контрактов. Теория контрактов базируется на тех же основных предположениях, что и неоклассическая экономическая теория, созданная в 1950-60 гг. (а именно, предполагает рациональность экономических агентов и широко использует теорию экономического равновесия и теорию игр), однако существенно дополняет ее. В частности, в отличие от основных утверждений теории общего равновесия типа «если выполнены предположения о симметрии информации, совершенстве конкуренции и полноте контрактов и рынков, равновесие эффективно», теория контрактов объясняет, что будет, если эти предположения не выполнены. Теория контрактов по существу предлагает позитивное моделирование трансакционных издержек, описывая, как именно устроены отношения агентов и равновесия в случае невыполнения условий теоремы Коуза (а также теоремы Модильяни-Миллера и первой теоремы благосостояния), и почему условия теоремы Коуза могут не выполняться. В этом смысле теория контрактов частично формализует идеи новой институциональной экономики.

Так как теория контрактов — относительно молодая отрасль экономической теории, до сих пор нет стандартного содержания курса теории контрактов. Тем не менее в последнее время наметилось формирование ядра семестрового курса, который, как правило, читается в магистерских/докторских программах. Общепринятым становится изложение четырех базовых моделей теории контрактов и их многочисленных расширений и обобщений. Как правило, курс также включает приложение базовых моделей или их сочетаний к проблемам, представляющим интерес для студентов (или для преподавателей): трудовые контракты, финансовые контракты, корпоративное управление, коррупция, теория фирмы и т.д.

В некотором смысле, курс теории контрактов избегает построения общей супертеории, которая включала бы в себя все приложения в качестве частных случаев. С другой стороны, цель курса — представить студентам базовые модели таким образом, чтобы студенты смогли их использовать в качестве «кирпичей» при построении собственных моделей или решении прикладных задач.

Начнем с перечисления базовых моделей.

- Модель асимметричной информации, также известная как модель ухудшающего или неблагоприятного отбора, модель самоотбора (adverse selection, screening).

  В этой модели принципал предлагает агенту контракт, при этом в момент заключения контракта агент располагает информацией, недоступной принципалу (как правило, эта информация называется «типом» агента). После заключения контракта все действия и события наблюдаемы обеими сторонами. Проблема заключается в том, чтобы выявить информацию и предложить агенту оптимальный контракт (который, по определению, должен зависеть от его типа).

- Модель информативных сигналов (signaling).

  В отличие от предыдущей модели, агент может предпринять (наблюдаемое) действие до заключения контракта. Следовательно, агент может послать принципалу «сигнал» о своем типе. Естественно, для того, чтобы сигнал был информативным, необходимо, чтобы он не был бесплатным для агента. Поэтому даже при наличии сигналов равновесие может быть неэффективно.

- Модель постконтрактного оппортунистического поведения (постконтрактного оппортунизма, оппортунистического поведения, субъективного риска, морального риска, moral hazard).

  В данной модели асимметрия информации отсутствует в момент заключения контракта, но появляется после его подписания: агент выбирает действие (например, уровень усилий или инвестиций), которое принципал не наблюдает напрямую. Впрочем, принципал наблюдает реализацию случайных величин (например, своего дохода), распределение вероятности которых зависит от усилий агента. Наиболее интересны ситуации конфликта интересов, когда агент предпочел бы выбрать уровень усилий, не являющийся оптимальным для принципала. В этих случаях принципал вынужден использовать контракт для создания стимулов.

- Модель неполных контрактов (incomplete contracts).

  В отличие от предыдущих моделей (которые часто называют моделями полных контрактов), теория неполных контрактов предполагает наличие «наблюдаемых, но не верифицируемых переменных», то есть переменных, которые известны обоим участникам, но не могут быть записаны в контракт, так как их значения не верифицируемы судом. В теории полных контрактов все наблюдаемые переменные верифицируемы. Как правило, в моделях неполных контрактов предполагается отсутствие асимметричной информации, и основная проблема — это предоставление стимулов к выбору оптимального уровня усилий (или инвестиций). В этом смысле модель похожа на модель moral hazard, однако наличие наблюдаемых, но не верифицируемых переменных приводит к совершенно нетривиальной роли пересмотра контракта (renegotiation). В отличие от теории полных контрактов, в теории неполных контрактов стороны могут предпочесть наличие двустороннего пересмотра контрактов даже в равновесии. Поэтому модель неполных контрактов позволяет анализировать роль инструментов, которые влияют на исход переговоров по заключению нового контракта, в том числе и прав собственности.

Вышеперечисленные модели во многом перекликаются с перечнем источников трансакционных издержек, обсуждаемом в основополагающей работе Оливера Уильямсона (1985): оппортунистическое поведение, ограниченная рациональность и несклонность к риску. Оппортунистическое поведение является ключевой проблемой во всех моделях теории контрактов. Собственно, предмет теории контрактов заключается в анализе механизмов его предотвращения. Ограниченная рациональность так или иначе используется для обоснования неполноты контрактов. Несклонность к риску (или его аналог — ограничения ликвидности) является важным элементов все трех моделей базовых контрактов — при наличии нейтральности к риску их анализ был бы тривиальным.

Как уже стало ясно, и как, к сожалению, будет очевидно далее, мы не ставим перед собой цели формирования русскоязычной терминологии теории контрактов. Более того, в тех случаях, где буквальный перевод представляется неудачным, мы настаиваем на использовании англоязычных терминов. Мы полагаем, что это — единственно возможное решение в силу нескольких причин. Во-первых, мы сознательно ограничиваемся конспектом лекций, не претендуя на создание самостоятельного учебника (стоит лишь обратить внимание на уровень исследователей — авторов действительно полноценных учебников по теории контрактов — чтобы согласиться с нашим выбором).[1] Поэтому мы не можем принять на себя ответственность за создание единственно возможного набора переводов теоретико-контрактных терминов. С другой стороны, мы считаем, что в русскоязычной литературе удачный (и потому устоявшийся) перевод данных терминов пока не сложился. К сожалению, теория контрактов — действительно сложный курс, поэтому многие термины требуют объяснения стоящих за ними экономических вопросов. В-третьих, мы считаем, что студенты обязаны в совершенстве владеть англоязычной терминологией (и потому русскоязычный перевод должен позволять легко и однозначно восстанавливать исходный термин). Дело не только в том, что аспиранты и исследователи неизбежно столкнутся с необходимостью читать англоязычную литературу, но и в том, что многие устоявшиеся термины теории контрактов теперь вошли в повседневный словарь экономической политики и корпоративного мира в развитых странах.

2 Модель неблагоприятного отбора (screening).

2.1 Постановка задачи.

В данной модели имеется один принципал и один агент. Предполагается следующая последовательность событий. Сначала агент узнает некоторую информацию (свой «тип»). Принципал не обладает этой информацией и предлагает агенту набор контрактов. Агент выбирает один из предложенных вариантов или отказывается от всех. Контракт выполняется. По существу, задача заключается в поиске равновесия по Штакельбергу.

Рассмотрим простейшую модель с двумя типами агентов. В роли принципала выступает монополист, в роли агента — потребитель. Монополист не имеет информации о предпочтениях агента и стремится использовать ценовую дискриминацию для того, чтобы увеличить свою прибыль. Так как дискриминация первого рода невозможна, монополист использует дискриминацию второго рода, предлагая агенту различные контракты

---

[1] Основные учебники по теории контрактов: Salanie (1997), Laffont and Martimort (2002), Bolton and Dewatripont (2004). См. также учебник бакалаврского уровня Milgrom and Roberts (имеется перевод). Данное пособие не ставит своей целью заменить учебник. Скорее, это комментарии к учебникам и сборникам статей.

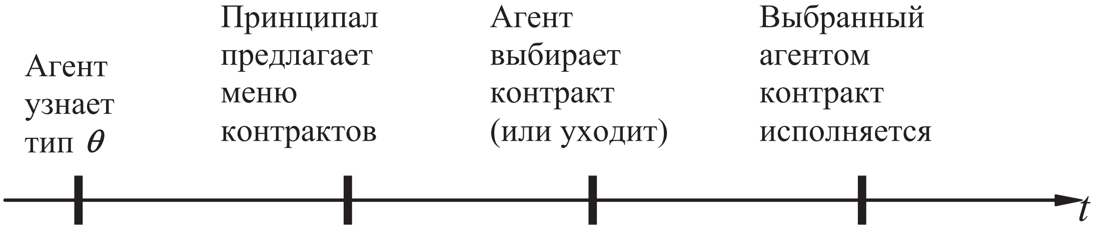

Рис. 1. Последовательность действий в модели неблагоприятного отбора.

на покупку товара. Издержки производства q единиц товара равны cq. Полезность агента от потребления товара равна $U(\theta, q)$. Параметр θ принимает два значения

$$\theta = \begin{cases} \theta^L, & \text{с вероятностью } \pi \\ \theta^H, & \text{с вероятностью } 1-\pi \end{cases}$$

Функция полезности возрастает и вогнута по q. Полезность $U(\theta, q)$ и предельная полезность $U_q(\theta, q)$ возрастают по θ для любого заданного q (условие Спенса-Миррлиса, также известное как «условие однократного пересечения»).[2] Стандартный пример такой функции полезности — $U(\theta, q) = \theta u(q)$. Агент максимизирует $V = U(\theta, q) - t$, где t — деньги, потраченные на покупку товара.[3]

Необходимо отметить, что в задачах такого рода предполагается либо вогнутость функции полезности и линейность функции издержек, либо линейная полезность и выпуклые издержки.[4] Параметр θ может входить в функцию полезности (как в описанной модели), но может и входить в функцию издержек. Разделение потребителей по типам имеет две интерпретации: либо это один потребитель, который может быть двух типов с заданными вероятностями, либо это континиум «очень маленьких» потребителей, доля π которых «низкого типа», а остальные «высокого типа». Отметим, что две интерпретации совпадают, только если издержки линейны, и принципал нейтрален к риску.[5]

---

[2] Хотя условие Спенса-Миррлиса выглядит очень жестким, оно, как правило выполняется в конкретных приложения в том или ином варианте. Например, если и полезность и предельная *убывают* по θ, то задача сводится к исходной перенумерованием типов — замена высокого типа на низкий и наоборот. Если же полезность возрастает, а предельная полезность убывает, то условие Спенса-Миррлиса будет выполняться, если подставить $\psi(q)$ вместо q, где $\psi(\cdot)$ — любая убывающая функция. В некоторых приложениях такая подстановка имеет экономический смысл — в контракте фигурирует не товар q, потребление которого приносит агенту положительную полезность, а «вредный» продукт $\psi(q)$, например, загрязнение, потребление которого уменьшает благосостояние агента.

[3] Мы рассматриваем модель, где q — это количество товара. Однако модель можно с успехом применять и для анализа ситуаций, где q — это *качество* товара или услуги, в случае когда качество верифицируемо третьей стороной, то есть судом.

[4] Если и функция полезности, и функция издержек линейны, то равновесие вырождается и эквивалентно равновесию в случае недискриминирующей монополии.

[5] В модели с линейной функцией полезности и выпуклой функцией издержек, рассмотренной в Salanie (1997), эти две интерпретации приводят к разным результатам. Если π — это доля потребителей высокого типа, то (ожидаемые) издержки монополиста составят $C(\pi q^H + (1-\pi)q^L)$, а если π — это вероятность

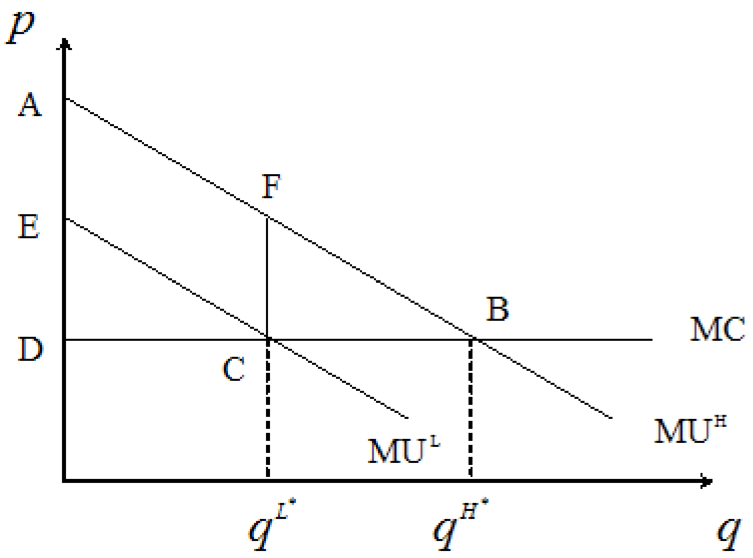

Рис. 2. Общественный оптимум в координатах (q, p).

2.2 Общественный оптимум.

Контракт, предлагаемый производителем имеет вид (t, q), где $q \geq 0$ количество продаваемого товара, а t — стоимость предлагаемого товара (всего товара, а не единицы). Потребитель (A) получает полезность $V^A = U(\theta, q) - t$. Монополист (P) получает прибыль $V^P = t - cq$. Функция спроса индивидуального потребителя $D(\theta, p)$ определяется уравнением $U_q(\theta, q) = p$, где p — цена единицы товара. Функция спроса на рынке ищется при помощи горизонтального суммирования взвешенных индивидуальных функций спроса ($\theta = \theta^L$ с весом π и с $\theta = \theta^H$ с весом $1 - \pi$). Если рынок конкурентный, то $p = c$ и потребители с $\theta = \theta^L$ выбирают $q = q^{L^*}$, удовлетворяющее уравнению $U_q(\theta^L, q^{L^*}) = c$; потребители с $\theta = \theta^H$ выбирают $q = q^{H^*}$ из уравнения $U_q(\theta^H, q^{H^*}) = c$. В случае монополистического производителя, мы рассмотрим несколько моделей (совершенная дискриминация, дискриминация второго рода).

Общественный оптимум представлен на Рис.2. В случае совершенной конкуренции на рынке устанавливается цена, равная предельным издержкам, потребитель H получает ренту (излишек) ADB, потребитель L получает ренту EDC.[6]

того, что единственный потребитель окажется высокого типа, то они составят $\pi C(q^H) + (1 - \pi) C(q^L)$. При выпуклой функции издержек и разделяющем меню контрактов (т. е., $q^H \neq q^L$) эти выражения не совпадают.

[6] В теории контрактов вместо термина «излишек» (surplus) используется термин «рента» (rent).

2.3 Совершенная ценовая дискриминация.

Предположим, что монополист знает тип каждого потребителя и имеет возможность предложить каждому потребителю индивидуальный контракт. Потребитель согласится участвовать в торговле тогда и только тогда, когда $t \leq U(\theta, q)$. Монополист максимизирует прибыль, которая равна $t - cq$. В данном случае производитель имеет возможность назначить максимальную цену при которой состоится торговля $t = U(\theta, q)$. Так как производитель изымает весь излишек у потребителя, то максимизируя свою прибыль $U(\theta, q) - cq$, монополист будет производить социально оптимальное количество продукции. Для потребителей с $\theta = \theta^L$ он назначает $q = q^{L^*}$ такое, что $U_q(\theta^L, q^{L^*}) = c$ и $t^L = U(\theta^L, q^{L^*})$. То есть, цена за каждую единицу назначается равной ее предельной полезности. Аналогично, для потребителей с $\theta = \theta^H$ количество $q = q^{H^*}$ определяется из уравнения $U_q(\theta^H, q^{H^*}) = c$ и $t^L = U(\theta^L, q^{L^*})$. В натуральных показателях равновесие эквивалентно общественному оптимуму, но вся рента достается монополисту. Как видно на Рис.2, общественное благосостояние то же, что и при совершенной конкуренции, но потребители не получают ничего (потребитель L платит сумму t^L, равную $\mathrm{EC}q^{L^*}0$, потребитель H платит сумму t^H, равную $\mathrm{AB}q^{H^*}0$).

Можно также представить себе, что монополист назначает каждому типу потребителей свой двухчастный тариф с одинаковыми ценами ($p = c$), но разными платами за вход. Низкий тип платит за вход $U(\theta^L, q^{L^*}) - cq^{L^*}$, а высокий тип платит $U(\theta^H, q^{H^*}) - cq^{H^*}$.

2.4 Несовершенная информация.

Будем рассматривать ценовую дискриминацию второго рода. В этом случае монополист не может определить тип агента. Покупатель знает «тип», монополист предлагает «меню» контрактов, покупатель выбирает тот контракт, который ему нужен. При этом необходимо также проверить, что монополист не выиграет от отсечения «низкого» типа и обслуживания только «высокого» (в этом случае монополист предлагает только те контракты, которые может купить «высокий» тип и не может «низкий»).

При прямолинейном методе решения, производитель решает задачу

$$\begin{aligned} &E_\theta\left[t(q(\theta)) - cq(\theta)\right] \to \max_{t(\cdot)} \\ &\text{s.t. } q(\theta) \in \arg\max_Q \{U(\theta, Q) - t(Q), 0\} \qquad \text{для всех} \qquad \theta. \end{aligned}$$

При этом производитель определяет цену каждого набора товаров. Однако, существует более простой метод оптимизации поведения монополиста. Можно использовать так называемый «принцип выявления» (revelation principle):[7] зачем предлагать целую кривую контрактов, если в конце концов потребители выбирают не более чем две точки? Нужно найти эти две точки и предложить только два контракта.

---

[7] Подробнее о revelation principle — в главе о разработке механизмов.

2.5 Принцип выявления (revelation principle).

Монополист должен предложить два контракта (t^L, q^L), (t^H, q^H) с целью максимизации

$$\pi(t^L - cq^L) + (1-\pi)(t^H - cq^H) \to \max_{t^L,\, q^L,\, t^H,\, q^H}$$

при ограничениях

$$\begin{aligned}
&U(\theta^L, q^L) - t^L \geq 0 && \text{(individual rationality для } L\text{)}\\
&U(\theta^H, q^H) - t^H \geq 0 && \text{(individual rationality для } H\text{)}\\
&U(\theta^L, q^L) - t^L \geq U(\theta^L, q^H) - t^H && \text{(incentive compatibility для } L\text{)}\\
&U(\theta^H, q^H) - t^H \geq U(\theta^H, q^L) - t^L && \text{(incentive compatibility для } H\text{)}
\end{aligned}$$

Целевая функция монополиста имеет тот же вид, что и раньше. Если данные два контракта искомые, то они должны удовлетворять приведённым ограничениям. Ограничения individual rationality обуславливают то, что агенту невыгодно выходить из игры, а ограничения incentive compatibility — то, что ему невыгодно прикидываться другим типом.

Оказывается, что данные ограничения позволяют однозначно найти оптимальный контракт. При этом стоимость наборов товаров t^L, t^H для заданных q^L, q^H может быть найдена из ограничений, а оптимальный уровень производства определяется как результат максимизации прибыли.

2.6 Решение.

Зафиксируем значения q^L и q^H. Стоимость этих наборов t^L, t^H ограничена сверху, и для того, чтобы производитель мог назначить максимальную цену, необходимо понять, какие именно условия ограничивают их рост. Докажем, что $(IR)^H$ не ограничивает t^L, t^H. Это условие выполняется всегда, когда выполнены условия $(IR)^L, (IC)^H$:

$$U(\theta^H, q^H) - t^H \overset{(IC)^H}{\geq} U(\theta^H, q^L) - t^L \geq U(\theta^L, q^L) - t^L \overset{(IR)^L}{\geq} 0.$$

Запишем вместе $(IC)^H$ и $(IC)^L$

$$U(\theta^H, q^H) - U(\theta^H, q^L) \overset{(IC)^H}{\geq} t^H - t^L \overset{(IC)^L}{\geq} U(\theta^L, q^H) - U(\theta^L, q^L).$$

Условие Спенса-Миррлиса означает, что $(IC)^L$ и $(IC)^H$ совместны тогда и только тогда, когда $q^H \geq q^L$. Теперь легко видеть, что если $(IR)^L$ не выполняется как равенство, то мы можем увеличить t^H, t^L на малую величину так, что при этом все условия будут выполнены, а производитель увеличит свою прибыль. Следовательно, в оптимуме условие $(IR)^L$ выполнено как равенство. Аналогично, в оптимуме выполняется как равенство условие $(IC)^H$, иначе t^H могло бы быть увеличено, что, опять-таки в силу условия

Спенса-Миррлиса, означает,что при $q^H \neq q^{L}$[8] условие $(IR)^L$ не может выполняться как равенство. Таким образом, в оптимуме условия $(IR)^L$, $(IC)^H$ выполняются как равенства, а условия $(IR)^H$, $(IC)^L$ — как строгие неравенства. При этом, t^H ограничено сверху условием $(IC)^H$, и H получает *информационную ренту* (information rent), а t^L ограничено сверху $(IR)^L$, и рента низкого типа L равна нулю.

Теперь подставим стоимость наборов

$$\begin{cases} t^L = U(\theta^L, q^L), \\ t^H = t^L + U(\theta^H, q^H) - U(\theta^H, q^L) = U(\theta^L, q^L) + U(\theta^H, q^H) - U(\theta^H, q^L) \end{cases}$$

в целевую функцию монополиста и получим, что его прибыль равна

$$\pi(t^L - cq^L) + (1-\pi)(t^H - cq^H) =$$

$$= \pi(U(\theta^L, q^L) - cq^L) + (1-\pi)(U(\theta^L, q^L) + U(\theta^H, q^H) - U(\theta^H, q^L) - cq^H)$$

Решая задачу оптимизации, монополист максимизирует $U(\theta^H, q^H) - cq^H$ по q^H и максимизирует $U(\theta^L, q^L) - cq^L + \frac{1-\pi}{\pi}(U(\theta^L, q^L) - U(\theta^H, q^L))$ по q^L. Условия первого порядка имеют вид:[9]

$$c = U_q(\theta^H, q^H), \quad c = U_q(\theta^L, q^L) - \frac{1-\pi}{\pi}(U_q(\theta^H, q^L) - U_q(\theta^L, q^L)). \tag{1}$$

В результате,

$$\begin{cases} q^L \leq q^{L^*}, & t^L = U(\theta^L, q^L), \\ q^H = q^{H^*}, & t^H = U(\theta^L, q^L) + U(\theta^H, q^H) - U(\theta^H, q^L). \end{cases}$$

Итак, мы получили оптимальное меню контрактов: высокий тип покупает эффективное количество товара и информационную ренту, низкий тип не получает ренты и получает количество товара ниже оптимального.

Как мы увидим ниже, эти результаты являются достаточно общими (то есть и в модели с более чем, с двумя типами), если только сформулировать их следующим образом:

1. Самый высокий тип получает эффективное количество товара. Все остальные типы получают меньше, чем они получили бы в общественном оптимуме, причем чем ниже тип, тем больше искажение.[10]

2. Самый низкий тип получает нулевую ренту. Все остальные типы получают положительную ренту, причем чем выше тип, тем больше рента.

---

[8] Если $q^H = q^L$, то с необходимостью $t^H = t^L$ – в оптимуме монополист предпочитает не дискриминировать между типами.

[9] Первое условие является необходимым и достаточным для определения q^H при достаточно стандартных предположениях о свойствах функции полезности. Второе условие определяет q^L, только если $q^L > 0$. В случае $\pi c + (1-\pi)U_q(\theta^H, 0) > U_q(\theta^L, 0)$ оптимум достигается при $q^L = 0$.

[10] Еще одно свойство решения заключается в том, что искажение для данного типа тем больше, чем больше $1 - \pi$ — вес типов выше данного.

Свойства решения непосредственно вытекают из структуры несовершенства информации. Более высокие типы стремятся выдать себя за низких. Следовательно, продавец должен предложить низкому типу настолько плохой контракт, что высокий тип не будет на него претендовать.

Рассмотрим две стандартных примера. Авиалинии продают билеты бизнес- и экономклассов с тем, чтобы дискриминировать две категории пассажиров: бизнесменов и туристов. Бизнесмены богаты и много летают, поэтому они ценят комфорт больше, чем деньги. Туристы ценят деньги больше, чем комфорт. Естественно, что в оптимуме уровень комфорта, предлагаемый туристам, должен быть ниже. Однако авиакомпании должны принимать во внимание возможность того, что бизнесмены соблазнятся низкими ценами в экономклассе. Поэтому авиакомпании (в соответствии с изложенной выше моделью) предпочтут снизить уровень комфорта в экономклассе. Это позволит им увеличить прибыль, так как они смогут увеличить цену за бизнескласс, и при этом бизнесмены все еще не станут покупать билеты экономкласса.

Аналогичный анализ можно провести и для рынка книг. Книги можно издавать в мягком или жестком переплете. Некоторые читатели собираются читать книгу несколько раз, и поэтому для них качество переплета имеет большее значение, чем для тех читателей, которые собираются читать книгу только один раз. Издатель может назначить очень высокую цену за книгу в жестком переплете, только если мягкий переплет будет достаточно низкого качества, чтобы отпугнуть читателей высокого типа.

2.7 Различия во внешних возможностях.

Заметим, что мы предполагали одинаковыми внешние возможности обоих типов потребителей. Но так ли это в реальности? В самом деле, пусть речь идет, скажем, о бутике модной одежды в Москве. Можно предположить, что покупатели низкого типа — это москвичи, никогда никуда не выезжающие. А покупатели высокого типа — модники (т.е., с более высоким вкусом в смысле Спенса-Миррлиса), регулярно выезжающие за границу, где имеют доступ к субститутам московского товара (соответственно, у них выше внешние возможности).[11]

Модель этой главы нетрудно нетрудно расширить, допустив разные внешние возможности для разных типов. Будем считать, что у высокого типа внешние возможности w_0^H выше, чем у низкого ($w_0^L = 0$). Проследим (на качественном уровне), что происходит с решением при росте w_0^H.

Если w_0^H лишь чуть-чуть больше нуля, то ничего не изменится: ведь в исходном решении $(IR)^H$ выполнялось как строгое неравенство. Соответственно, это неравенство по-прежнему будет выполняться и в окрестности $w_0^H = 0$.

---

[11] Еще более естественно выглядит пример, соответствующий линейной полезности и выпуклым издержкам: если принципал нанимает агентов двух типов (уровней квалификации), а квалификация агента не вполне специфична именно для этой работы, то естественно предполагать, что более квалифицированные агенты могут рассчитывать на более высокую зарплату в другом месте.

При дальнейшем росте w_0^H старое оптимальное меню уже не годится: потребители высокого типа откажутся от участия. Соответственно, придется снижать t^H, что, в свою очередь, ослабит ограничение $(IC)^H$ и, таким образом, позволит поднять q^L и t^L: ведь в исходном решении q^L было ниже оптимума именно из-за ограничения $(IC)^H$. На этом участке либо $q^L = q^{L^*}$, либо $(IC)^H$ по-прежнему выполнено как равенство.

Наконец, при еще больших значениях w_0^H начинает становиться ограничивающим условие $(IC)^L$ — это значит, что надо снижать уже не только t^H, но и t^L, а также q^H. Заметим, что $(IC)^H$ и $(IC)^L$ не могут одновременно выполняться как равенства, так что на этом участке (если он вообще достигается) низкий тип получает оптимальное количество товара; таким образом, при любом значении w_0^H один из типов получает оптимальное количество товара.

Конечно, на любом из участков (кроме первого) может находиться точка $q^H = 0$, $t^H = 0$ — монополист может отказаться от обслуживания покупателей высокого типа. Это произойдет при тем меньших значениях w_0^H, чем выше доля π потребителей низкого типа.

2.8 Графическое решение.

Стандартное графическое представление решения обычно отображается в координатах (q, t) (см. Рис.3). В этих координатах можно построить кривые безразличия для обоих типов $U(\theta^H, q) - t = const$ и $U(\theta^L, q) - t = const$. При этом (в силу условия Спенса-Миррлиса) кривые безразличия высокого типа более крутые. Так как потребители предпочитают больше q и меньше t, они стремятся попасть на самые низкие кривые безразличия. По определению, угол наклона кривой безразличия низкого типа равен c при $q = q^{L^*}$, а угол наклона кривой безразличия высокого типа равен c при $q = q^{H^*}$.

Итак, графически задача решается следующим образом. Проводим кривую безразличия низкого типа из начала координат. Это множество контрактов, дающих низкому типу нулевую ренту. Выберем на ней некоторую точку q^L, t^L и проведем через нее кривую безразличия высокого типа до пересечения с вертикалью $q = q^{H^*}$. Полученная точка и будет контрактом, предлагаемым высокому типу. Нетривиальной задачей является выбор точки q^L, t^L. Если она лежит слишком близко к началу координат, то контракт высокого типа обеспечивает производителю достаточно высокую цену t^H, но с низкого типа производитель получает слишком мало (так как $q^L < q^{L^*}$, чем меньше q^L, тем дальше от оптимума q^{L^*} и тем меньше прибыль, получаемая с агента низкого типа). С другой стороны, если q^L, t^L лежит дальше от начала координат, то монополист получает большую прибыль с низкого типа, но меньшую прибыль с высокого типа. Таким образом, выбор q^L, t^L зависит от соотношения долей агентов низкого типа π и высокого $1 - \pi$.

Другой, реже используемый, способ графического решения заключается в отображении предельных полезностей в координатах (q, p) (см. Рис.4). Выберем произвольную точку q^L. Величина t^L равна потребительскому излишку, получаемому низким типом от потребления q^L, то есть площади EGq^LO. При этом высокий тип получает q^{H^*} и платит ровно столько денег, чтобы у него не было стимулов выдавать себе за агента низкого

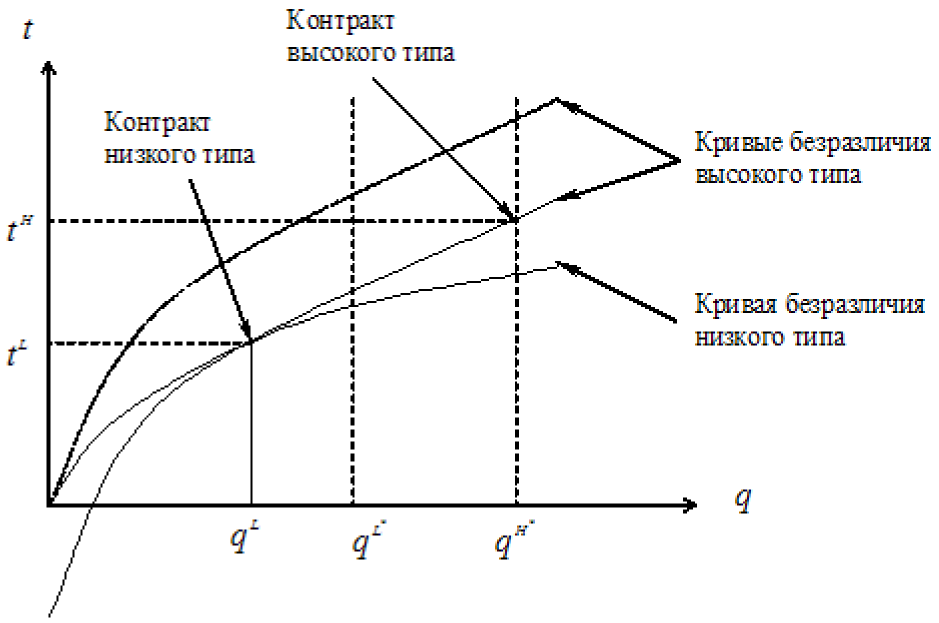

Рис. 3. Графическое решение задачи adverse selection. На рисунке изображены кривые безразличия каждого типа $U(q, \theta) - t = const$. Каждый агент стремится выбрать точку с наибольшим q и наименьшим t, то есть предпочитает более низкие кривые безразличия. Рента агента равна расстоянию от нуля до точки пересечения кривой безразличия, проходящей через точку контракта, с вертикальной осью координат.

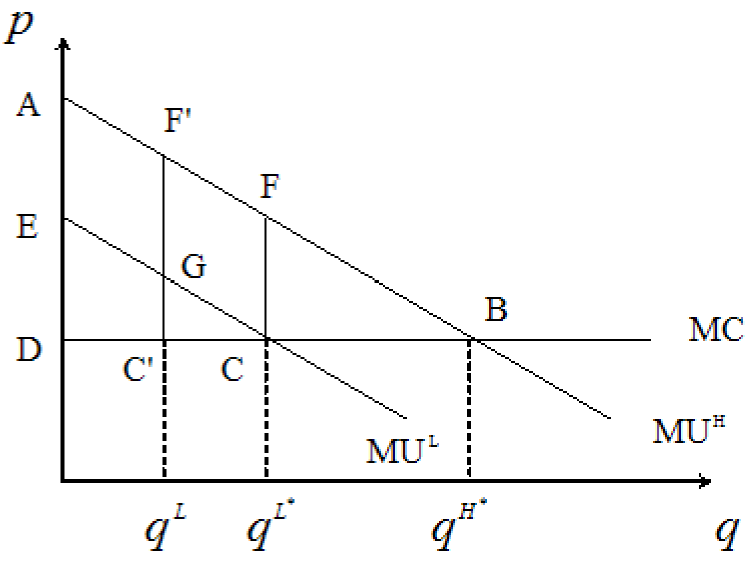

Рис. 4. Графическое решение задачи adverse selection в координатах (q, p).

типа. Если высокий тип выдает себя за агента низкого типа, он получает полезность равную площади $AF'GE = AF'q^LO - EGq^LO$. Если же он говорит правду, то он получает $ABq^{H^*}O - t^H$. Чтобы агент высокого типа говорил правду, необходимо назначить $t^H = ABq^{H^*}O - AF'GE = DBq^{H^*}O + EGC'D + F'BC'$. Чистая прибыль монополиста (за вычетом издержек производства) равна

$$\pi(t^L - cq^L) + (1-\pi)(t^H - cq^H) = \pi(EGC'D) + (1-\pi)(EGC'D + F'BC') = EGC'D + (1-\pi)F'BC'$$

При увеличении q^L монополист выигрывает от увеличения $EGC'D$, но проигрывает от уменьшения $F'BC'$. Таким образом, оптимум достигается, когда $GC' = (1-\pi)F'C'$, $GC'/GF' = (1-\pi) : \pi$.[12]

2.9 Последние штрихи к решению.

Изложенное выше меню контрактов является оптимальным из всех разделяющих. Для полноты картины необходимо также проверить, что оптимальная прибыль

$$\Pi^* = (1-\pi)(U(\theta^H, q^{H^*}) - cq^{H^*}) + \pi \max_{q^L \geq 0} \left[U(\theta^L, q^L) - cq^L - \frac{1-\pi}{\pi}(U(\theta^H, q^L) - U(\theta^L, q^L)) \right]$$

больше той, которую монополист может получить, ничего не продавая или предлагая один и тот же контракт обоим типам, или продавая только высокому типу.

Если монополист ничего не продает, он получает 0. Если монополист хочет продавать только высокому типу, то он предлагает ему контракт, отбирающий всю ренту $q = q^{H^*}, t = U(\theta^H, q^{H^*})$. При этом прибыль равна

$$(1-\pi)(U(\theta^H, q^{H^*}) - cq^{H^*}) \tag{2}$$

(потребители низкого типа ничего не покупают). Отметим, что если $U(\theta, 0) = 0$, то ни решение ничего не продавать, ни решение исключить низкий тип не приносят монополисту больше денег, чем Π^*.[13]

Рассмотрим ситуацию, когда монополист предлагает один и тот же контракт (q, t) обоим типам. Аналитически решение можно найти следующим образом. Так как контракт всего лишь один, необходимо лишь проверить, что (q, t) удовлетворяет ограничениям индивидуальной рациональности. Так как высокий тип получает большую полезность, он по-прежнему получает положительную ренту, а ограничение индивидуальной рациональности низкого типа выполняется как равенство $t = U(\theta^L, q) < U(\theta^H, q)$. Количество товара определяется из максимизации $U(\theta^L, q) - cq$, то есть равно q^{L^*}. Легко видеть, впрочем, что если $\pi \in (0, 1)$, то $U(\theta^L, q^{L^*}) - cq^{L^*}$ всегда меньше, чем Π^*, так что монополист

---

[12] Это условие эквивалентно условию первого порядка (1): оба можно записать в виде $U_q(\theta^L, q^L) - c = (1-\pi)(U_q(\theta^H, q^L) - c))$.

[13] Решение исключить низкий тип, то есть предложить $q^L = 0$, $t^L = 0$ может быть частным случаем разделяющего равновесия.

предпочитает разделяющий контракт. Это ясно и из анализа графика в координатах t, q. Действительно, смешивающий контракт соответствует ситуации, когда $q^L = q^H = q^{L^*}$ (то есть контракты обоих типов — пересечение вертикали $q = q^{L^*}$ и кривой безразличия низкого типа, выходящей из нуля). Очевидно, что если предложить еще один контракт $q = q^{H^*}$, $t = U(\theta^H, q^{H^*}) - U(\theta^H, q^{L^*}) + U(\theta^L, q^{L^*})$, то высокий тип предпочтет второй контракт (это контракт, лежащий на пересечений кривой безраличия высокого типа, выходящей из точки первого контракта, и вертикали $q = q^{H^*}$). При этом продавец получит ту же прибыль с низкого типа и более высокую прибыль с высокого типа). Поэтому смешивающий контракт доминируется некоторым разделяющим контрактом, который, в свою очередь, доминируется оптимальным разделяющим контрактом.

2.10 Общая модель неблагоприятного отбора.

2.10.1 Модель с конечным количеством типов.

Модель с двумя типами является самой простой моделью, которая, хотя и иллюстрирует основные качественные характеристики решения, все же слишком далека от действительности, так как рассматривает лишь возможность двух типов агентов. Рассмотрим модель с несколькими типами. Оказывается, что модель с несколькими дискретными типами сложнее, чем модель с континуумом типов (в первом случае приходится использовать перебор, а во втором — дифференцирование и условие первого порядка). Поэтому сначала (без доказательства) обсудим результаты для дискретного случая, а потом полностью решим задачу с континуумом типов. Допустим, что агент максимизирует $U(\theta, q) - t$, где тип θ принимает значения θ_i с вероятностями π_i, $i = 1...N$, $\sum_{i=1}^N \pi_i = 1$. Для простоты будем считать, что θ_i возрастает по i.

Предположим, что условие Спенса-Миррлиса по-прежнему имеет место, то есть и полезность, и предельная полезность возрастают по θ. Тогда задача монополиста имеет следующий вид: выбрать меню контрактов (q_i, t_i), $i = 1...N$, которое максимизирует

$$\sum_{i=1}^N \pi_i(t_i - cq_i)$$

при ограничениях индивидуальной рациональности

$$U(\theta^i, q_i) - t_i \geq 0$$

для всех i и ограничениях совместимости стимулов

$$U(\theta^i, q_i) - t_i \geq U(\theta^i, q_j) - t_j$$

для всех i, j. Ограничения индивидуальной рациональности необходимы для того, чтобы все агенты предпочитали участвовать (а не уходить), а ограничения совместимости стимулов побуждает тип i отказаться от желания выдавать себя за тип j.

Если условие Спенса-Миррлиса имеет место, то решение очень напоминает решение в случае двух типов: ограничение индивидуальной рациональности выполняется как равенство только у самого низкого типа, ограничения совместимости по стимулам выполняются как равенства для пар i, $i-1$ — необходимо предоставить каждому типу стимулы не выдавать себя за соседний снизу тип, и тогда каждый честно выберет свой контракт. В результате все типы, кроме самого нижнего, получают информационную ренту, причем чем выше тип, тем больше рента. Все типы, кроме самого высокого, получают количество товара, меньшее, чем в общественном оптимуме, и лишь самый высокий тип получает эффективное количество.

Если условие Спенса-Миррлиса не выполняется, то решение данной задачи становится очень сложным, так как в общем случае необходимо перебрать слишком много случаев.

2.10.2 Модель с континуумом типов.

Предположим, что тип агента θ распределён на множестве $[\underline{\theta}, \overline{\theta}]$ в соответствии с функцией распределения $F(\theta)$. Будем также предполагать, что функция распределения дифференцируема и $f(\theta) = F^{'}(\theta)$. Принципал максимизирует функцию

$$\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} [t(\theta) - cq(\theta)] \ f(\theta) d\theta \to \max_{t(\cdot),\, q(\cdot)}$$

на множестве возможных контрактов $(t(\cdot),\ q(\cdot))$, при ограничениях

$$U(\theta, q(\theta)) - t(\theta) \geq 0 \qquad \forall \, \theta \tag{IR}$$

$$U(\theta, q(\theta)) - t(\theta) \geq U(\theta, q(\theta^{'})) - t(\theta^{'}) \qquad \forall \, \theta, \theta^{'} \tag{IC}$$

Решая эту задачу, мы используем альтернативную технику решения, часто применяемую в теории разработки оптимальных механизмов (mechanism design). Выигрыш агента θ, если он выдает себя за $\theta^{'}$, равен $V(\theta, \theta^{'}) = U(\theta, q(\theta^{'})) - t(\theta^{'})$. Условия $(IC), (IR)$ принимают вид

$$V(\theta, \theta) \geq 0 \tag{IR}$$

$$\theta = \arg\max_{\theta'} V(\theta, \theta^{'}) \tag{IC}$$

Функции $V(\theta, \theta^{'})$ достигает максимума по $\theta^{'}$ в точке θ, если

$$\left.\frac{\partial V}{\partial \theta'}\right|_{\theta'=\theta} = 0, \qquad \left.\frac{\partial^2 V}{\partial \theta'^2}\right|_{\theta'=\theta} \leq 0$$

Запишем более подробно условия первого и второго порядка

$$\frac{dt(\theta)}{d\theta} = U_q(\theta, q(\theta))\frac{dq(\theta)}{d\theta},$$
$$\frac{d^2t(\theta)}{d\theta^2} \geq U_{qq}(\theta, q(\theta))\left(\frac{dq(\theta)}{d\theta}\right)^2 + U_q(\theta, q(\theta))\frac{d^2q(\theta)}{d\theta^2}.$$

Эти условия выполняются для всех типов $\theta \in [\underline{\theta}, \overline{\theta}]$, поэтому можно продифференцировать условие первого порядка по θ. Полученное выражение для второй производной

$$\frac{d^2t(\theta)}{d\theta^2} = U_{q\theta}(\theta, q(\theta))\frac{dq(\theta)}{d\theta} + U_{qq}(\theta, q(\theta))\left(\frac{dq(\theta)}{d\theta}\right)^2 + U_q(\theta, q(\theta))\frac{d^2q(\theta)}{d\theta^2}$$

подставим в уравнение второго порядка:

$$U_{q\theta}(\theta, q(\theta))\frac{dq(\theta)}{d\theta} \geq 0.$$

Из условия Спенса—Миррлиса (условия однократного пересечения) $U_{q\theta} > 0$ следует $\frac{dq(\theta)}{d\theta} \geq 0$. Обозначим выигрыш агента θ в равновесии через $R(\theta) = V(\theta, \theta)$. В новых обозначениях условия первого порядка имеют вид

$$\frac{dR(\theta)}{d\theta} = U_\theta(\theta, q(\theta)) \geq 0.$$

Следовательно,

$$R(\theta) = \int_{\underline{\theta}}^{\theta} U_\theta(\widetilde{\theta}, q(\widetilde{\theta}))\, d\widetilde{\theta}.$$

Заметим, что $R(\theta)$ возрастает по θ, поэтому для самого нижнего типа верно $R(\underline{\theta}) = 0$ и $R(\theta) \geq R(\underline{\theta})$ для всех $\theta > \underline{\theta}$.

Осталось подставить найденную функцию $t(\theta) = U(\theta, q(\theta)) - R(\theta)$ в функцию прибыли принципала:[14]

$$\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} \left[-cq(\theta) + U(\theta, q(\theta)) - \int_{\underline{\theta}}^{\theta} U_\theta(\widetilde{\theta}, q(\widetilde{\theta}))\, d\widetilde{\theta}\right] dF(\theta) =$$
$$\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} \left[U(\theta, q(\theta)) - cq(\theta) - \frac{1 - F(\theta)}{f(\theta)} U_\theta(\theta, q(\theta))\right] f(\theta)\, d\theta.$$

Обозначим виртуальный излишек

$$H(q(\theta), \theta) = U(\theta, q(\theta)) - cq(\theta) - \frac{1}{h(\theta)} U_\theta(\theta, q(\theta)),$$

---

[14] При интегрировании последнего члена необходимо поменять порядок интегрирования — сначала интегрировать по θ от $\widetilde{\theta}$ до $\overline{\theta}$, а затем по $\widetilde{\theta}$ от $\underline{\theta}$ до $\overline{\theta}$.

где $h(\theta) = \frac{f(\theta)}{1-F(\theta)}$ — коэффициент выбытия (hazard rate).[15]

Итак, принципал должен решить задачу

$$\max_{q(\theta)} = \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} H(q(\theta), \theta) f(\theta)\, d\theta, \tag{3}$$

при условии, что $q(\theta)$ — неубывающая по θ функция, то есть

$$dq/d\theta \geq 0. \tag{4}$$

Возможны два случая: ограничение (4) выполняется всюду как строгое неравенство или при некоторых θ ограничение (4) выполняется как равенство.

Первый случай очень прост: множитель Лагранжа при ограничении (4) равен нулю и $q(\theta)$ определяется из условия $\frac{\partial H(q(\theta),\theta)}{\partial \theta} = 0$, то есть

$$c = U_q(\theta, q(\theta)) - \frac{1}{h(\theta)} U_{q\theta}(\theta, q(\theta)) \tag{5}$$

Каждый тип агентов получает свой контракт ($q(\theta)$ строго возрастает по θ). Вновь имеют место сформулированные выше свойства: все типы, кроме самого высокого, получают уровень q меньше оптимального, а самый высокий тип получает эффективное количество (для него $1/h(\theta) = 0$).

Если же хотя бы при некоторых θ ограничение (4) выполняется как равенство, ситуация гораздо сложнее. Для решения задачи нужно использовать принцип максимума Понтрягина. Рассмотрим динамическую задачу максимизации (3), где θ — аналог времени, q — фазовая переменная, изменяющаяся по закону $dq/d\theta = \omega$, а ω — управление, ограниченное снизу $\omega \geq 0$.

Как правило, задачу решают следующим образом. Сначала предполагают, что контракт разделяющий и вычисляют $q(\theta)$ из (5). Если полученная функция $q(\theta)$ неубывает, то задача решена, оптимальный контракт разделяющий. Если же полученная функция имеет убывающие участки, но необходимо решать изложенную выше задачу оптимального управления. При этом некоторые агенты с различными типами получат одинаковые контракты, то есть равновесие частично смешивающее.

3 Информативные сигналы.

В данном разделе мы рассматриваем ситуацию, в которой агент знает свой тип и пытается доказать принципалу, что он высокого типа.[16] Что может быть использовано в качестве

---

[15] Термин «коэффициент выбытия» объясняется следующим образом. Допустим, что $F(\theta)$ — функция распределения времени поломки оборудования. Тогда $\frac{f(\theta)}{1-F(\theta)}$ есть не что иное, как вероятность того, что оборудование сломается в следующий момент времени при условии, что в момент времени θ оно еще цело.

[16] Вообще говоря, из изложенной выше модели adverse selection следует, что агент высокого типа не заинтересован в выявлении своего типа. Действительно, если принципал не знает тип агента, агент

сигнала? Один из способов — образование: очень часто при найме на работу важна не специальность, полученная в университете, а высокие оценки, которые дают работодателю сигнал о высокой производительности и обучаемости кандидата. В данном разделе мы обсуждаем лишь основные свойства модели информативных сигналов (см. намного более подробное изложение в Salanie, 1997, или работах Спенса, например, Spence, 1973) с тем, чтобы продемонстрировать ее связь с базовой моделью adverse selection.

Рассмотрим следующую задачу: производительность θ известна только агенту (работнику), но не работодателю (принципалу). При этом, $\theta = \theta_L$ с вероятностью π и $\theta = \theta_H$ с вероятностью $1 - \pi$ (и это работодатель знает). Работник имеет возможность затратить время и усилия на образование и достичь верифицируемого уровня образования e. Издержки усилий по достижению этого уровня равны $c(e, \theta)$, причем

$$\frac{dc(e,\theta)}{de} > 0, \qquad \frac{d^2c(e,\theta)}{de^2} > 0, \qquad \frac{dc^2(e,\theta)}{ded\theta} < 0 \quad \text{(условие Спенса-Миррлиса).}$$

3.1 Свойства модели.

1. Образование не влияет на производительность.

2. Уровень образования наблюдаем и верифицируем.

3. Между работодателями имеет место совершенная конкуренция (или конкуренция по Бертрану)

$$w = E\theta = \mu(e)\theta_L + (1 - \mu(e))\theta_H,$$

где $\mu(e)$ — доля работников $\theta = \theta_L$ среди работников с образованием e.

Последнее предположение выглядит несколько странно. Действительно, в предыдущем разделе мы рассматривали модель, где принципал был монополистом. Очень важно понимать, что если работодатель является монополистом, то стимулы к получению образования будут отсутствовать — монополист-работодатель отберет у работника всю ренту. Поэтому модель информативных сигналов нетривиальна тогда и только тогда, когда либо имеет место некоторая конкуренция между работодателями, либо у агента имеется некоторая переговорная сила.

3.2 Разделяющее равновесие.

Полезности рабочих имеют вид:

$$U_H = W - c(e, \theta_H),$$

$$U_L = W - c(e, \theta_L).$$

высокого типа получает информационную ренту. С другой стороны, это следствие того, что принципал обладает полной переговорной силой. См. раздел 3.1.

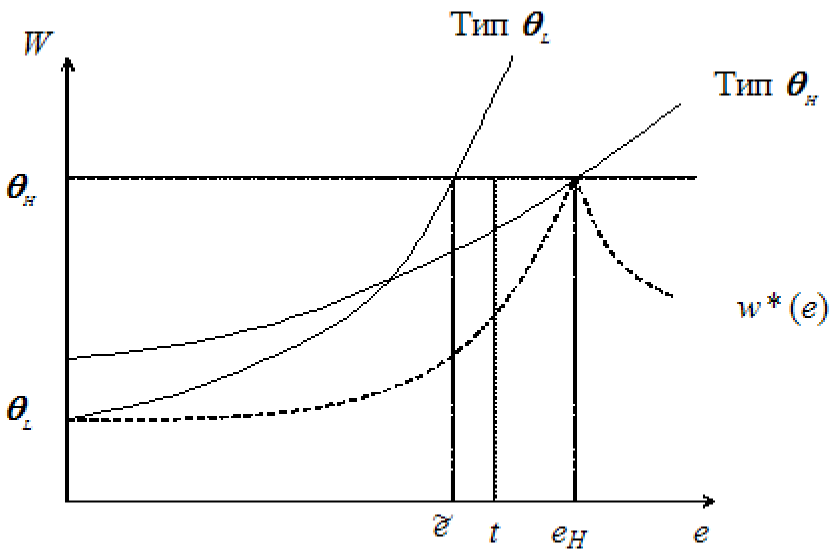

Рис. 5. Пример разделяющего равновесия. На рисунке показаны кривые безразличия агентов в пространстве (e, W). С точки зрения низкого типа оптимальный выбор $e = 0$, $W = w(0) = \theta_L$. Высокий тип выбирает $e = e_H$, $W = w(e_H) = \theta_H$.

В разделяющем равновесии хороший работник должен выбирать уровень обучения не ниже, чем $\widetilde{e}$. На рисунке 5 приведена такая функция $w^*(e)$, что оптимальным уровнем обучения для хорошего работника является e_H. В разделяющем равновесии плохим работникам нет смысла учиться. Действительно, в модели всего два типа, поэтому, если равновесие разделяет типы, рынок платит низкому типу самую низкую зарплату $w = \theta_L$.

3.3 Смешивающее равновесие.

В смешивающем равновесии функция $w^*(e)$ подобрана таким образом, что часть плохих рабочих учится наряду с хорошими. На рисунке 6 изображён случай, когда все рабочие получают одинаковое образование $e^{'}$.

3.4 Критерии отбора равновесий.

Как показано выше, если понимать равновесие в смысле определения совершенного байесовского равновесия, получается, что в модели существует континуум смешивающих и континуум разделяющих равновесий. Как предсказать, какое именно равновесие будет иметь место? Нельзя ли ужесточить требования к равновесиям с тем, чтобы отбросить лишние равновесия? Оказывается, можно сформулировать так называемый *интуитивный критерий* (intuitive criterion), предложенный в статье Cho and Kreps (1987). Рассмотрим его сначала на примере смешивающих равновесий. Совершенное байесовское равно-

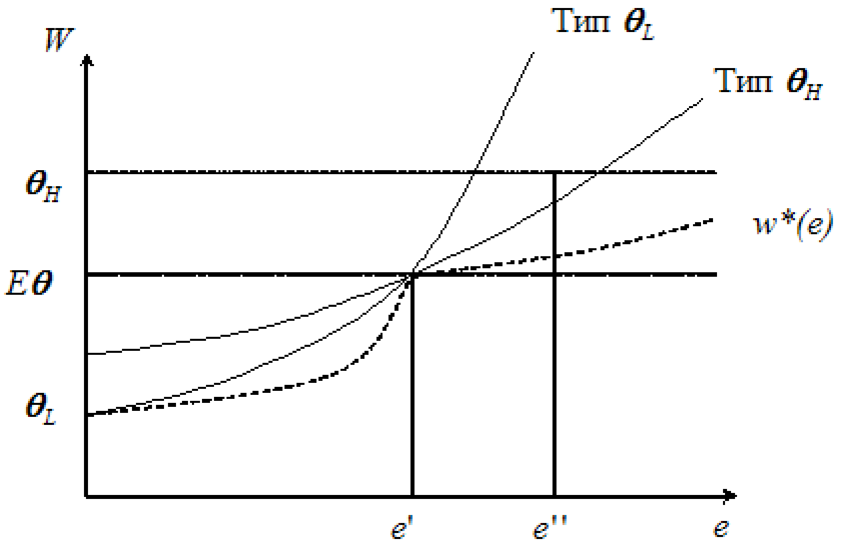

Рис. 6. Пример смешивающего равновесия. На рисунке показаны кривые безразличия агентов в пространстве (e, w). Высокий тип выбирает $e = e'$, $W = w(e') = E\theta = \pi\theta_L + (1-\pi)\theta_H$. Низкому типу все равно, выбирать ли $e = e'$ или $e = 0$.

весие устроено следующим образом: при заданных ожиданиях $\mu(e)$ (и, следовательно, $w(e)$) выбор агентов оптимален, но совершенно не важно, как ожидания рынка устроены вне равновесия. Как отреагирует рынок, если агент выберет $e \neq e'$? Предположим, например, что рынок наблюдает уровень образования $e'' > e'$, такой что:

$$\theta_H - c(e'', \theta_L) < E\theta - c(e'', \theta_L), \quad \theta_H - c(e'', \theta_H) > E\theta - c(e'', \theta_H).$$

Такой уровень e'' существует в любом смешивающем равновесии, так как кривая безразличия нижнего типа, выходящая из точки равновесия, пересекает горизонталь $w = \theta_H$ левее, чем аналогичная кривая безразличия высокого типа (см. рисунок). Очевидно, равновесный уровень образования e' дает низкому типа строго более высокий уровень полезности, чем e'' (а высокому — наоборот, более низкий) поэтому рынок должен полагать, что если имеет место $e = e''$, то агент является агентом высокого типа с вероятностью 1. Следовательно, в равновесии должно иметь место $w(e'') = \theta_H$, то есть наше рассуждение отвергает возможность смешивающих равновесий. Это рассуждение и есть суть интуитивного критерия. Строго говоря, интуитивный критерий заключается в следующем. Допустим, агент отклоняется от равновесия; тогда ожидания других агентов (в нашем случае ожидания рынка) относительно его типа должны приписывать вес ноль типам, для которых такое отклонение принесет заведомо меньшую полезность, чем следование равновесной стратегии. [17]

---

[17] Естественно, интуитивный критерий применим к гораздо более общему классу игр с сигналами. См. учебники Mascollel, Whinston, Green (1995) и Fudenberg, Tirole (1992).

Аналогичное применение интуитивного критерия к разделяющим равновесиям оставляет только одно разделяющее равновесие, а именно такое равновесие, в котором $e_L = 0$, а $e_H = \widetilde{e}$, то есть определяется из условия $\theta_H - c(e_H, \theta_L) = \theta_L - c(0, \theta_L)$. Действительно, рассмотрим разделяющее равновесие с $e_H > \widetilde{e}$. Очевидно, что это равновесие исключается интуитивным критерием: если агент выбирает $t \in (\widetilde{e}, e_H)$, рынок знает, что агент является агентом высокого типа с вероятностью 1, и $w(e) = \theta_H$.

3.5 Свойства решения.

1. Агент с $\theta = \theta_L$ завидует агенту $\theta = \theta_H$, поэтому e_H^* должно быть достаточно велико. IC_L выполняется как равенство.
2. Низкий тип не учится (то есть получает в равновесии эффективный уровень образования), высокий тип учится достаточно много (то есть получает неэффективно высокий уровень образования).

Интересно сравнить свойства решения в данной модели с решением задачи неблагоприятного отбора. На первый взгляд, у этих решений нет ничего общего. Однако, если поменять «высокий» и «низкий» тип местами, все встает на свои места. Общее правило таково. Рассмотрим два типа: А и В. Найдем общественный оптимум (то есть равновесие с совершенной информацией). Теперь предположим, что принципал не знает тип. Если при этом тип А будет стараться прикинуться типом В, то в разделяющем равновесии с асимметричной информацией тип А получит эффективный уровень, а тип В — неэффективный. Последнее необходимо, чтобы удовлетворить условие совместимости стимулов типа А: искажение распределения ресурсов возникает вследствие того, что необходимо ухудшить контракт В для того, чтобы А не выдавал себя за В.

4 Приложения моделей с асимметричной информацией

Прежде чем переходить к теории *постконтрактного* оппортунистического поведения (moral hazard), стоит остановиться на некоторых основных приложениях рассмотренных выше моделей, в которых ключевую роль играет асимметрия информации в момент заключения контракта. Оказывается, что и без предположения о ненаблюдаемости действий агента после заключения контракта, теория асимметричной информации помогает объяснить многие экономические явления.

В данном разделе мы стараемся не использовать математический формализм. По большому счету, для каждого из изложенных ниже приложений можно описать игру в нормальной форме, а затем построить строгий переход от исходной постановки задачи к постановкам, рассмотренным выше. В теории контрактов используется скорее другой подход: цель общей теории — не предложить наиболее общую постановку, которая охватывала бы все возможные предложения, а продемонстрировать основные экономические идеи, которые можно было бы использовать при (формальном и строгом) решении конкретных задач.

4.1 Подоходный налог

Одно из первых приложений теории асимметричной информации — анализ оптимального механизма подоходного налога (выполненный Миррлисом еще в 1970е гг.). Агенты отличаются врожденными способностями к производству и получению дохода. Впрочем, способности известны лишь агентам, но не разработчикам системы подоходного налогообложения. Разработчики максимизируют некоторую функцию общественного благосостояния, в которой в некоторой степени учтены эгалитарные предпочтения. Каким образом построить подоходный налог? Фактически речь идет о непосредственном использовании рассмотренных выше моделей. Оказывается, что оптимальный налог является нелинейным. Более того, лишь при некоторых ограничениях на параметры модели оптимальный налог исключает регрессивные участки.

4.2 Рационирование кредитов

Банки (или другие кредиторы) вынуждены учитывать, что они знают о своих клиентах гораздо меньше, чем сами клиенты. В данном случае асимметрия информации приводит к так называемому «рационированию кредитов». Банки устанавливают ставку процента, но дают кредит по этой ставке не всем потенциальным заемщикам. С точки зрения неоклассической экономики, такой поведение выглядит более чем странным: почему бы не поднять ставку и получить дополнительную прибыль? Действительно, можно подобрать величину повышения ставки таким образом, что при отказе от рационирования банк сохранит то же самое количество клиентов, но будет с каждого из них получать более высокую прибыль.

Ответ на этот вопрос содержится в анализе модели с асимметричной информацией, несмотря на то, что модели неблагоприятного отбора не вполне применимы. Дело в том, что условие Спенса-Миррлиса не выполнено, и разделить типы невозможно. Поэтому банк предпочитает установить ставку на низком уровне и отказать некоторому количеству вкладчиков, чем повысить ставку. Действительно, если банк повысит ставку, то качество клиентов ухудшится — кредит будут брать заемщики, которые знают, что с высокой вероятностью они обанкротятся и не будут платить завышенную ставку процента. Поэтому банк предпочитает смешивающее равновесие с рационированием разделяющему.

4.3 Структура капитала и «иерархия источников финансирования»

Известная теорема Модильяни-Миллера утверждает, что в модели с совершенной конкуренцией на финансовом рынке, без трансакционных издержек и различий в налогообложении, различные способы финансирования проектов (и капитала вообще) обходятся фирме в одну и ту же сумму. Безусловно, одно из ключевых отличий реального мира от модели Модильяни-Миллера — это асимметричная информация о качестве фирмы или ее проектов. К каким результатам приводит анализ структуры капитала при помощи моделей асимметричной информации? Оказывается, что даже без учета влияния эффекта контрактов на стимулы (рассматриваемых в следующем разделе) можно построить так называемую иерархию источников финансирования (pecking order theory of finance): дешевле всего финансирование за счет собственных средств, затем идут долговые инструменты, и лишь затем — выпуск акций. Отметим, что эта теория вполне соответствует основным чертам структуры капитала практически во всех странах: даже в современных США, подавляющее большинство инвестиций финансируется за счет собственных средств, за счет кредитов и облигаций финансируется около 20% инвестиций, а акции используются в считанных процентах случаев (безусловно, в отдельных отраслях ситуация существенно отличается).

Рассмотрим влияние информационной асимметрии на выбор между заемным и акционерным капиталом. Предположим, что изначально фирма принадлежит одному агенту (менеджеру-собственнику). Для реализации прибыльного проекта менеджеру не хватает заданной суммы, которую он может либо занять в долг (пока не так важно, в банке или на рынке облигаций), либо выпустить на эту сумму акций. Инвесторы знают, что менеджер обладает информацией о качестве (то есть прибыльности и распределении рисков) проекта, и учитывают это при покупке акций. Таким образом, цена акций будет существенно зависеть от представлений инвесторов о том, почему менеджер выбрал тот или иной источник финансирования.

Как выбор менеджера зависит от качества проекта? Долговые инструменты предполагают, что менеджер должен вернуть инвесторам фиксированную сумму (долг плюс проценты) вне зависимости от реализовавшейся доходности проекта. С другой стороны, акционерный капитал предполагает, что менеджер не должен платить заданную фиксированную сумму, а должен отдать оговоренную долю доходов. Следовательно, если менеджер знает, что проект принесет высокий доход, он скорее предпочтет долговое финансирование акционерному. Естественно, рациональные инвесторы учитывают этот эффект, и цена акций ниже «справедливого уровня», то есть средней цены в отсутствие информационной асимметрии. Поэтому финансирование инвестиций за счет выпуска акций обходится дороже. Следовательно, долговое финансирование должно вытеснять акционерное.

Впрочем, если фирма занимает слишком много, то и долговое финансирование начинает обходиться все дороже. Действительно, если долговое бремя достаточно существенно, то вероятность банкротства (при котором кредиторы получают меньше оговоренной в контракте суммы выплат) перестает быть тривиальной. Это соображение, во-первых, объясняет недостатки долгового финансирования по сравнению с использованием внутренних средств; во-вторых, оно показывает, почему акционерное финансирование все же имеет место — после обширных заимствований фирмы вынуждены обращаться к рынку акций, так как дополнительное долговое финансирование обходится слишком дорого.

4.4 Трудовые контракты

Еще один простой пример — это дискриминация второго рода на рынке труда. Предположим, что рабочие обладают различными способностями. В момент найма на работу имеет место асимметрия информации — рабочие знают о своих способностях существенно больше, чем работодатели. Могут ли работодатели отсеять потенциальных сотрудников с низким уровнем способностей?

Рассмотрим предпочтения рабочих по отношению к следующей паре контрактов: (а) контракт с фиксированной зарплатой, не зависящей от производительности; (б) контракт с низкой (или даже нулевой) базовой зарплатой, но существенной премией за высокую производительность. Рабочие с высоким уровнем способностей знают, что они смогут добиться хороших результатов, поэтому они скорее предпочтут контракт (б) контракту (а), чем рабочие с низким уровнем.

Отметим, что рассмотренные в следующем разделе модели стимулирующих контрактов усиливают данный эффект - чем больше доход агент связан с результатами его деятельностью, тем лучше он работает. Однако, стимулирующие контракты играют важную роль и за счет отсеивания низких типов, даже если бы и эффект стимулирования усилий и не играл бы роли.

5 Moral hazard (постконтрактный оппортунизм).

Модель moral hazard является ключевой в теории контрактов. В этой модели рассматривается вопрос, о том, как при помощи контракта стимулировать выбор желаемого действия агентом, если само действие не наблюдается принципалом. При этом имеет место ситуация конфликта интересов: в отсутствие контракта (или других механизмов стимулирования) агент выбрал бы действие, отличное от того, в котором заинтересован принципал.

Приложения данной модели чрезвычайно широки: ее можно использовать и для описания отношений между собственниками и менеджерами корпораций, между законодательной и исполнительной властью, между менеджером и рабочим и т.д.

В российской литературе пока отсутствует устойчивый перевод термина moral hazard. Часто используется буквальный перевод, например субъективный риск или моральный риск. Более точно смысл передается терминами «оппортунистическое поведение» или «постконтрактный оппортунизм». По определению Оливера Уильямсона (1985), оппортунистическое поведение также включает в себя ситуации с асимметричной информацией в момент заключения контракта (рассмотренные выше модели неблагоприятного отбора и сигналов). Однако, в более поздней литературе эти понятия разделены, модели предконтрактного оппортунизма (модели с асимметричной информацией), как правило, не рассматриваются в качестве частного случая оппортунистического поведения, а термин «оппортунистическое поведение» используется в качестве синонима «постконтрактного оппортунизма», тем более что во многих моделях и особенно обобщениях и приложениях моделей moral hazard отсутствует контракт как таковой — его роль играет рыночная кон-

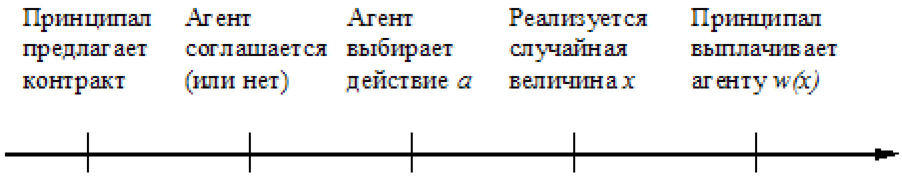

Рис. 7. Последовательность действий в модели moral hazard.

куренция, права собственности и т.д. Строго говоря, эти модели не относятся к классу, рассматриваемому в данной главе, однако, их также принято называть моделями moral hazard, так как в них используются ключевые идеи теории moral hazard. Поэтому мы будем использовать все три термина — «moral hazard», «оппортунистическое поведение», «постконтрактный оппортунизм» как синонимы.

5.1 Структура модели.

Рассмотрим общую структуру модели:

- Тип агента известен и верифицируем. Имеет место следующая последовательность действий:
    1. Принципал предлагает агенту контракт $w(x)$: если имеет место результат x (например, рыночная капитализация, прибыль, объём продаж), принципал платит агенту w.
    2. Агент подписывает контракт или уходит.
    3. Агент выбирает действие a, ненаблюдаемое или неверифицируемое.
    4. Принципал наблюдает x и платит зарплату $w(x)$.
- Функция распределения x зависит от a.
- Выигрыш принципала зависит от x и w (например, $x - w(x)$).
- Выигрыш агента зависит от w и a (например, $u(w(x)) - c(a)$, где $u(w(x))$ — полезность потребления, $c(a)$ — издержки усилий).

Модели оппортунистического поведения описывают и ситуации при найме на работу, заключении подрядов на оказание услуг, в т.ч. госзаказов, на рынке страхования, то есть ситуации, в которых большую роль играет распределение риска. Поэтому очень важно сделать предположение о том, насколько агент предпочитают избавляться от риска. В большинстве подобных моделей предполагается, что агент больше боится риска, чем принципал. Как правило, принципал максимизирует ожидаемый доход (то есть нейтрален к риску), а функция полезности агента вогнута $U'' < 0$.

5.2 Простейшая модель.

Возможны два уровня усилий: $a = 0, a = 1$. Низкий уровень усилий не требует от работника никаких затрат, а высокий уровень усилий требует издержек, равных 1. Результатом работы является один из двух возможных исходов: $x = F$ (провал), $x = S$ (успех). Если $a = 0$, вероятность успеха p_0, если $a = 1$, вероятность успеха p_1, при этом $0 < p_0 < p_1 < 1$. В контракт может быть записан только x. Поэтому контракт имеет следующий вид: $w(x) = \{w_F, w_S\}$. Если проект провалился, доход от реализации проекта равен нулю. Если проект удался, доход равен $\pi > 0$.[18]

Принципал нейтрален к риску. Если агент откажется участвовать в проекте, его полезность будет равна $\underline{U}$. Отметим, что и в случае высоких, и в случае низких усилий. Вероятности успеха и провала нетривиальны, так что наблюдая x, принципал не может с точностью утверждать, какие именно усилия приложил агент. Таким образом, выигрыши участников имеют следующий вид.

$$\begin{aligned} \Pi &= p_a(\pi - w_S) + (1 - p_a)(0 - w_F), \\ U &= p_a u(w_S) + (1 - p_a)u(w_F) - a. \end{aligned}$$

Задачу можно переформулировать и следующим образом. Агент выбирает распределение вероятности $p_a, 1 - p_a$. Если бы принципал и агент не вступали бы в контрактные отношения (то есть $w_S = w_F = 0$), то интересы принципала и агента не совпадали бы. Агент предпочитает распределение $p_0, 1 - p_0$ (усилия $a = 1$ влекут за собой издержки), а принципал предпочитает $p_1, 1 - p_1$ ($\pi > 0$, $p_1 > p_0$). Если бы интересы принципала и агента совпадали бы (то есть, например, $\pi < 0$ или $p_1 < p_0$), то контракт был бы не нужен. Задача, которую преследует принципал при заключении контракта — предоставить агенту стимулы для выбора того распределения, которое более выгодно принципалу.

5.3 Решение.

Техника решения подобных задач весьма схожа с техникой, применяемой при решении задач при помощи revelation principle. Сначала нужно понять, сколько принципал выиграет от применения того или иного уровня усилий, а затем необходимо посчитать, сколько стоит заставить агента выбрать нужный уровень усилий (то есть какими должны быть w_F и w_S).

В случае низкого уровня усилий ($a = 0$), выигрыши принципала и агента равны, соответственно,

$$\begin{aligned} \Pi &= p_0(\pi - w_S) + (1 - p_0)(0 - w_F), \\ U &= p_0 u(w_S) + (1 - p_0)u(w_F). \end{aligned}$$

---

[18] Можно предположить, что в случае успеха принципал получает π_S, а в случае провала — π_F, но для стимулов имеет значение только относительный выигрыш $\pi = \pi_S - \pi_F$.

Аналогично, в случае высокого уровня усилий,

$$\begin{aligned} \Pi &= p_1(\pi - w_S) + (1-p_1)(0 - w_F), \\ U &= p_1 u(w_S) + (1-p_1)u(w_F) - 1. \end{aligned}$$

Рассмотрим, сколько стоит реализовать низкий уровень усилий. Чтобы агент выбрал низкий уровень усилий, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие ограничения

$$p_0 u(w_S) + (1-p_0)u(w_F) \geq \underline{U}, \tag{IR}$$

$$p_0 u(w_S) + (1-p_0)u(w_F) \geq p_1 u(w_S) + (1-p_1)u(w_F) - 1. \tag{IC}$$

При этом, принципал минимизирует ожидаемые выплаты рабочему при заданном уровне усилий (задача, эквивалентная максимизации прибыли)

$$E\{w|a=0\} = p_0 w_S + (1-p_0)w_F \to \min_{w_F,\, w_S}$$

Полученное значение $E\{w|a=0\}$ и есть стоимость реализации $a=0$. Аналогично, стоимость реализации $a=1$ определяется из задачи

$$E\{w|a=1\} = p_1 w_S + (1-p_1)w_F \to \min_{w_F,\, w_S}$$

$$\text{s.t. } p_1 u(w_S) + (1-p_1)u(w_F) - 1 \geq \underline{U}, \tag{IR}$$

$$p_1 u(w_S) + (1-p_1)u(w_F) - 1 \geq p_0 u(w_S) + (1-p_0)u(w_F). \tag{IC}$$

Если бы уровень усилий был бы наблюдаем, то зарплата не зависела бы от того, успешен ли проект или нет, а зависела бы исключительно от уровня усилий. Агент в этом случае полностью застрахован (так как принципал меньше боится риска, он взял бы весь риск на себя, назначив зарплату для каждого уровня усилий, которая не зависела бы от реализации x).

Интересно отметить, что ограничения индивидуальной рациональности (IR) и совместимости стимулов (IC) имеют здесь несколько иной смысл, чем в модели неблагоприятного отбора. Здесь агент не имеет информационного преимущества перед принципалом в момент заключения контракта, так что ограничение индивидуальной рациональности скорее всего будет выполнено как равенство. По той же причине агент выбирает не из меню контрактов, ему предлагается лишь один контракт, который стимулирует эффективный выбор усилий *после* подписания контракта.

Так как функция полезности агента вогнута, в случае низкого уровня усилий $a = 0$, зарплата не будет зависеть от результата (если $w_S > w_F$ и ограничения удовлетворены, то можно немного уменьшить w_S и увеличить w_F, не нарушив ограничений, и при этом издержки принципала на зарплату уменьшатся). Искомая зарплата $\underline{w}$ определяется из уравнения $u(\underline{w}) = \underline{U}$. Формальное доказательство выглядит следующим образом. Запишем функцию Лагранжа и предположим, что условие IC выполняется как строгое неравенство. Тогда легко показать, что в равновесии множитель Лагранжа при ограничении IR равен как $1/u'(w_S)$, так и $1/u'(w_F)$. Следовательно, $w_S = w_F$ и условие IC действительно можно отбросить. Естественно, принципал хочет минимизировать зарплату, так что единственное оставшееся ограничение на зарплату снизу — это ограничение IR, из которого и определяется зарплата.

Если принципал хочет добиться высокого уровня усилий $a = 1$, ему необходимо заинтересовать работника в успехе, и поэтому необходимо, чтобы в случае успеха зарплата была бы выше $w_1 > w_0$. Нетрудно получить, что при высоком уровне усилий оба ограничения выполнены как равенства. Действительно, из вышеприведенных аргументов следует, что если отбросить IC, то решением будет контракт с полной страховкой $w_S = w_F$, который обеспечивает выбор низкого уровня усилий $a = 0$, а не $a = 1$.

$$u(w_S) - u(w_F) = \frac{1}{p_1 - p_0}, \tag{IC}$$

$$u(w_F) = \underline{U} - \frac{p_0}{p_1 - p_0}, \quad u(w_S) = \underline{U} + \frac{1 - p_0}{p_1 - p_0}. \tag{IR}$$

Отсюда находятся значения w_S, w_F. Чтобы выбрать оптимальный контракт, принципал должен сравнить значения прибыли при разных уровнях усилий $a = 0$ и $a = 1$.

Из решения видно, что реализация высокого уровня усилий требует от принципала создания стимулов для работника (incentives), то есть w_S и w_F должны существенно различаться. В то же время, эффективность требует полной страховки для агента (insurance), то есть равенства w_S и w_F. Налицо конфликт между стимулами и страховкой. Конфликта не происходит, только если оба участника игры нейтральны к риску.

5.4 Ограничения ликвидности.

В этом параграфе мы рассматриваем некоторые специальные случаи и обобщения модели moral hazard.

Самый первый из них — когда агент, также, как и принципал, нейтрален к риску. Вспомним, что источник неэффективности оптимального контракта заключался до сих пор в конфликте стимулирования усилий и страховки. Стимулирование усилий агента предполагает компенсацию, напрямую зависящую от результата, тогда как страховка предполагает, наоборот, выравнивание доходов агента при разных реализациях случайной величины. Если же агент нейтрален к риску, то он не нуждается в страховке, и конфликт, таким образом, исчерпывается; из общих соображений следует ожидать, что в этой ситуации удастся достичь социального оптимума.

Действительно, его можно достичь, если принципал предложит агенту контракт вида $w(x) = x - p$, где p — некоторая величина, не зависящая от x (выбираемая с таким расчетом, чтобы конфисковать у агента всю ренту, т.е., так, чтобы ограничение (IR) выполнялось с равенством). Нетрудно видеть, что оптимизационная задача, которую будет решать агент при таком контракте совпадает (с точностью до постоянной величины p) с задачей социального планирования, а потому решение будет эффективно.

Социального оптимума, однако, не удаётся достичь, если нейтральный к риску агент имеет ограниченную ответственность (работник не может получать отрицательную зарплату). Этот случай схож со случаем отрицательного отношения к риску, так как в обоих случаях функция полезности вогнута.[19] При этом в оптимуме агент получает (по крайней мере, если его альтернативная зарплата равна нулю) положительную ренту: его зарплата никогда не меньше нуля, а с положительной вероятностью (т.е., при высоком результате) строго положительна.

К отклонению от оптимума может также приводить несовершенство финансовых рынков (проценты по кредиту выше процентов по депозиту, то есть отрицательная зарплата ведет к дополнительным трансакционным издержкам для рабочего и т.д.).

Опишем теперь свойства социально оптимального (при совершенной информации, т.е., при наблюдаемых усилиях агента) и наилучшего в условиях moral hazard контракта (для избегающего риска агента) в зависимости от параметра $\pi = \pi_S - \pi_F$, т.е., от добавочного дохода при высоком результате (по сравнению с низким результатом). При этом мы считаем издержки приложения усилий $c(a)$ постоянными.

Если π близко к нулю, то социально оптимальным будет низкий уровень усилий агента, и его несложно достичь (положив зарплату постоянной) в условиях асимметричной информации. Если π растет, то достигается точка π^*, в которой безразлично (с точки зрения социальной), прикладывает ли агент высокие или низкие усилия. Сразу за ней высокий уровень усилий становится оптимальным, но он не будет реализован принципалом при составлении контракта из-за проблем со страховкой (ведь переход к контракту, стимулирующему высокий уровень усилий агента чреват дискретным ростом издержек неполной страховки, сопровождаемым лишь малым, в окрестности π^*, ростом непосредственного дохода принципала); при этом сохраняется полная (т.е., оптимальная) страховка, но выбор уровня усилий уже не оптимален. Наконец, при дальнейшем росте π доход принципала от высокого уровня усилий агента превышает расходы на страховку и, соответственно, принципал выбирает контракт, стимулирующий высокий уровень усилий. На этом последнем участке выбор усилий агента оптимален, но из-за неполной страховки возникают потери по сравнению с ситуацией полной информации.

Проводимые нами рассуждения носят теоретический характер. В реальности руководство крупных корпораций также хорошо знакомо с проблемой адекватного стимулирования усилий крупных менеджеров, от деятельности которых, главным образом, и зависит доход корпораций, и, соответственно, с возникающим при этом конфликтом стимулирования усилий и страховки отрицательно относящихся к риску менеджеров. Традиционным решением, чаще всего используемым на практике, являются опционы: менеджерам предоставляется право (но не вменяется в обязанность!) в оговоренный момент выкупить оговоренное количество акций корпорации по заранее оговоренной цене. Таким образом,

---

[19] В случае ограниченной ответственности функция полезности доопределяется на отрицательной полуоси минус бесконечностью.

для менеджера снижается опасность рискованных действий: если дела пойдут плохо, то акции можно не выкупать. Если правильно подобрать количество опционов, дату их реализации и цену выкупа, то можно значительно продвинуться в стимулировании высокого уровня усилий агента, в достаточной мере страхуя его при этом от неудач. Важно, однако, соблюсти баланс, чтобы менеджеру не было выгодно реализовывать проекты, сопряженные с чрезмерным риском, злоупотребляя своей застрахованностью.

5.5 Moral hazard: более общий случай.

Предположим, что как и ранее, возможны только два уровня усилий $a = 0$ или $a = 1$, однако наблюдаемая переменная x может принимать произвольно большое количество значений. Издержки усилий равны $c(a) = a$. Если уровень усилий низкий $a = 0$, то результат x распределён в соответствии с функцией распределения $F_0(x)$. При высоком уровне усилий $a = 1$ функция распределения дохода фирмы равна $F_1(x)$. Условное распределение выигрыша принципала имеет вид

$$E\{x - w(x)|a\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{x - w(x)\} f_a(x)\, dx.$$

Выигрыш агента равен

$$E\{u(w(x)) - c(a)\} = \int_{-\infty}^{\infty} u(w(x)) f_a(x)\, dx - a.$$

Если принципал хочет реализовать $a = 0$, то он решает задачу

$$\int_{-\infty}^{\infty} w(x) f_0(x)\, dx \to \min_{w(\cdot)}$$

$$\text{s.t.} \int_{-\infty}^{\infty} u(w(x)) f_0(x)\, dx \geq \underline{U}, \tag{IR}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} U(w(x)) f_0(x)\, dx \geq \int_{-\infty}^{\infty} U(w(x)) f_1(x)\, dx - 1. \tag{IC}$$

Решение имеет ту же структуру, что и в дискретном случае: агенту будет предоставлена полная страховка $w(x) = \underline{w}$. При любом результате зарплата будет постоянна и определяется уравнением $u(\underline{w}) = \underline{U}$. Ограничение (IR) выполняется как равенство, а (IC) можно отбросить.

Если надо реализовать $a = 1$, задача принципала имеет вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} w(x) f_1(x)\, dx \to \min_{w(\cdot)}$$

$$\text{s.t.} \int_{-\infty}^{\infty} u(w(x)) f_1(x)\, dx - 1 \geq \underline{U}, \tag{IR}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(w(x)) f_1(x)\, dx - 1 \geq \int_{-\infty}^{\infty} u(w(x)) f_0(x)\, dx. \tag{IC}$$

Выпишем Лагранжиан задачи

$$L = \int_{-\infty}^{\infty} \Big[w(x) f_1(x) - \mu u(w) f_1(x) - \lambda u(w) f_1(x) + \lambda u(w) f_0(x) \Big]\, dx - \mu - \mu \underline{U} - \lambda.$$

Здесь λ — множитель к ограничению (IC), а μ — множитель к ограничению (IR). Для каждого x найдём оптимальное $w(x)$:

$$w(x) f_1(x) - u(w(x)) \big[\mu f_1(x) + \lambda (f_1(x) - f_0(x)) \big] \to \min_{w(x)}.$$

Выпишем условие первого порядка:[20]

$$1 = u^{'}(w(x)) \left[\mu + \lambda \left(1 - \frac{f_0(x)}{f_1(x)} \right) \right].$$

Перепишем уравнение в другом виде

$$\frac{1}{u^{'}(w(x))} = \mu + \lambda \left(1 - \frac{1}{f_1(x)/f_0(x)} \right).$$

Отношение $\frac{f_1(x)}{f_0(x)}$ представляет собой отношение правдоподобия (likelihood ratio). Если результат работы фирмы равен x, отношение правдоподобия показывает насколько вероятно, что агент приложил много усилий. Левая часть уравнения возрастает по w, отсюда легко видеть, что $w(x)$ возрастает по x тогда и только тогда, когда отношение правдоподобия возрастает по x. Зарплата монотонна по x тогда и только тогда, когда отношение правдоподобия монотонно (то есть имеет место MLRP — monotone likelihood ratio — свойство монотонности отношения правдоподобия). Класс распределений с монотонным отношением правдоподобия содержит большое количество функций и глубоко изучен в математической статистике. Отметим, впрочем, что взяв произвольные функции $f_0(x)$,$f_1(x)$, мы вряд ли получим MLRP. Поэтому монотонность зарплаты по x не всегда имеет место. Впрочем, после некоторого размышления можно понять, что это вполне логично. Например, рассмотрим технологию $x = a + \xi$, причем ξ принимает значения -1 и 1 с равной вероятностью. Тогда принципал будет точно знать, что агент приложил низкие уровень усилий ($a = 0$) тогда и только тогда, когда $x = -1$ или $x = 1$, но будет полагать, что уровень усилий был высоким, если $x = 0$ или $x = 2$. Если принципал хочет, чтобы агент выбрал высокий уровень усилий, необходимо наказывать агента в случаях $x = -1$ и $x = 1$ и поощрять в случаях $x = 0$ и $x = 2$. Получается, что $w(1) < w(0)$.

Почему эта проблема не возникает в простейшей постановке? Дело в том, что для случайной величины с двумя возможными значениями MLRP эквивалентно FOSD (условию стохастического доминирования первого порядка, $F_1(x) \le F_0(x)$ для всех x), и оба записываются достаточно просто: $p_1 > p_0$, где p_a — вероятность высокой прибыли принципала

---

[20] Для простоты мы предполагаем, что условия второго порядка выполнены. Вообще говоря, условия второго порядка нарушаются в целом ряде задач и приложений (см., например, Rogerson (1985) и Jewitt (1988)).

при выборе усилий a. В случае же, когда возможных исходов хотя бы три, из MLRP следует FOSD, но не наоборот. Поэтому FOSD (достаточно естественное предположение, выполняющееся, например, для $x = g(\varepsilon, a)$, где ε — случайная величина, g возрастает по a) в общем случае недостаточно для монотонности $w(x)$ (как показано выше).

Заметим, что зарплата определяется только отношением правдоподобия, то есть в данном случае отношение правдоподобия является достаточной статистикой для x. Это один из главных результатов теории контрактов. Он показывает, какие именно переменные должны быть записаны в контракт. Если принципал хочет стимулировать тот или иной уровень усилий, вознаграждение при заданном исходе x должно зависеть только от условной вероятности того, что был выбран именно желаемый уровень при условии, что имеет место x, то есть от отношения правдоподобия.

5.6 Moral hazard: ещё более общий случай.

Будем теперь предполагать, что и усилия a непрерывны. Агент выбирает уровень $a \geq 0$ и несет издержки $c(a)$. Функция $c(a)$ дважды дифференцируема, строго возрастает и выпукла. Функция распределения дохода имеет вид $F(x, a)$, функция плотности $f(x, a) = \partial f(x, a)/\partial x$. Условие совместимости по стимулам принимает вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(w(x))f(x, a)\, dx - c(a) \geq \int_{-\infty}^{\infty} u(w(x))f(x, b)\, dx - c(b) \quad \forall b.$$

Это условие выполняется, если имеет место условие первого порядка

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(w(x))\frac{\partial f(x, a)}{\partial a}\, dx = c^{'}(a).$$

Условие индивидуальной рациональности имеет вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(w(x))f(x, a)\, dx - c(a) \geq \underline{U}.$$

Выпишем Лагранжиан задачи

$$L = \int_{-\infty}^{\infty} \Big[w(x)f(x, a) - \mu u(w)f(x, a) - \lambda u(w)\frac{\partial f(x, a)}{\partial a}\Big]\, dx - \mu c(a) - \mu\underline{U} - \lambda c^{'}(a).$$

Решение этой задачи похоже на полученное ранее:

$$\frac{1}{u^{'}(w(x))} = \mu + \lambda\frac{\partial f(x, a)}{\partial a}\Big/ f(x, a).$$

Отношение $\frac{\partial f(x,a)}{\partial a}\Big/ f(x, a)$ является дифференциальным аналогом отношения правдоподобия. В отличие от предыдущей постановки задачи, агент выбирает усилия из континуума; при заданном исходе x принципал оценивает, насколько вероятен выбор агентом равновесного уровня усилий a или небольшое отклонение $a + da$. Отметим, что найти нетривиальную функцию с монотонным отношением $\frac{\partial f(x,a)}{\partial a} \Big/ f(x,a)$ несколько сложнее, чем в случае дискретного набора уровней усилий. Одним из способов построить такую функцию является следующее семейство функций распределения

$$f(x,a) = af_1(x) + (1-a)f_0(x),$$

где распределение $f_1(x)$ доминирует $f_0(x)$ по MLRP.

6 Moral hazard: обобщения и расширения.

6.1 Линейные контракты.

Вышеизложенная модель приводит к крайне сложной формуле оптимального контракта. В реальности контракты устроены гораздо проще. Как правило, используются линейные или кусочно-линейные зависимости. Неужели издержки составления сложных контрактов настолько высоки, что стороны согласны пожертвовать дополнительной прибылью и ограничиться простой формулой контракта? Нет ли у линейных контрактов дополнительных преимуществ? Ответ выглядит достаточно очевидным: преимущество линейного контракта в том, что он позволяет сгладить ненужные изменения уровня усилий в зависимости от внешних воздействий.

Типичный пример: поведение менеджера-собственника фирмы, находящейся на грани банкротства. До того как долговое бремя стало чрезмерным, стимулы собственника были фактически линейными: каждый дополнительный доллар прибыли доставался ему (выплаты по долгу по определению фиксированы). Однако, как только менеджер начинает понимать, что вероятность банкротства становится существенной, его «контракт» становится выпуклым: если банкротства не произойдет (прибыли превысят необходимые долговые выплаты), то он по-прежнему получает каждый дополнительный доллар, если же прибыль ниже необходимых выплат по долгу, он получает ноль, и каждый дополнительный доллар достается кредиторам. Естественно, искаженные (нелинейные) стимулы приводят к тому, что менеджер предпринимает очень рискованные (и не обязательно прибыльные, в смысле математического ожидания дохода) проекты: он получает выигрыш в случае положительного исхода, но не заботится о проигрыше в случае отрицательного исхода.

Для того, чтобы смоделировать такого рода соображения, Holmström и Milgrom (1987) предложили следующую модификацию изложенной выше модели. Доход принципала по-прежнему зависит от усилий агента и внешних (случайных воздействий), однако вместо одномоментного соотношения $x = a+\varepsilon$ рассмотрим динамику выбора усилий и случайных факторов в течение данного периода $t \in [0,1]$. Предположим, что доход накапливается со временем по закону $dx = adt + \sigma dW$, где $a(t)$ — уровень усилий в момент времени t, а W — винеровский случайный процесс (иначе говоря, единичное броуновское случайное блуждание). За время dt приращение винеровского процесса dW — это нормально распределенная случайная величина со средним 0 и дисперсией dt (среднеквадратичное отклонение равно $\sqrt{dt}$). Таким образом, в конце периода $x(1) = x(0) + \int_0^1 adt + \varepsilon$, где $\varepsilon \in N(0, \sigma^2)$. Положим $x(0) = 0$ и введем обозначение $\overline{a} = \int_0^1 adt$ для среднего уровня усилий). Тогда в конце периода доход принципала опять-таки равен среднему уровню усилий плюс нормально распределенная случайная величина: $x(1) = \overline{a} + \varepsilon$. Следующее (естественное) предположение заключается в том, что принципал наблюдает x только в конце периода (например, получает годовой отчет, но не может следить за ежедневными результатами деятельности агента).

В чем же отличие от стандартной постановки? Дело в том, что в данном случае агент выбирает уровень усилий в промежуточные моменты времени, зная реализацию случайных факторов к данному моменту. Поэтому, выбор $a(t)$ существенно зависит от наблюдаемой им (но не принципалом) величины $x(t)$: если агент знает, что в предыдущие момент времени ему повезло, то его шансы добиться более высоких результатов в конце периода выше (даже при том же уровне усилий). Поэтому агент будет ориентироваться на ту часть контракта $w(x(1))$, которая оговаривает зарплату в случае высоких результатов. Если же агенту не повезло и величина $x(t)$ не так велика, то более вероятны низкие значения $x(1)$, и он будет скорее рассматривать ту часть контракта $w(x(1))$, которая определяет платежи в случае плохих результатов.

Насколько такая волатильность хороша для принципала, агента и общего благосостояния? Как и в предыдущей модели, агент получает нулевую ренту, поэтому максимизация выигрыша принципала соответствует задаче максимизации общего благосостояния. С этой же точки зрения, гибкость — это плохо. Действительно, агент боится риска, поэтому, если его усилия будут меняться в зависимости от промежуточных реализаций случайных величин, принципалу придется повысит его среднюю зарплату в качестве компенсации за риск. Следовательно, принципал заинтересован в том, чтобы агент выбирал один и тот же уровень усилия. Этого можно добиться тогда и только тогда, когда предельные стимулы, предоставляемые контрактом не будут зависеть от реализации случайных величин. Другими словами, у линейного контракта $w(x(1)) = \alpha x(1) + \beta$ есть серьезные преимущества.

Holmström и Milgrom доказывают оптимальность линейных контрактов для следующего примера. Принципал нейтрален к риску, а агент обладает постоянной абсолютной несклонностью к риску r, то есть его функция полезности CARA (constant absolute risk aversion): $u(w) = 1 - e^{-r(w-c(a))}$. Для простоты предположим, что функция издержек от усилий $c(a) = a^2/2$.[21] Даже для этой (вообще говоря, простейшей возможной) постановки доказательство оказывается достаточно сложным, поэтому мы не будем его обсуждать, но рассмотрим оптимальный контракт.

В равновесии агент получает линейный контракт $w(x(1)) = \alpha x(1) + \beta$ и выбирает один и тот же уровень усилий $a(t) = a$ в каждый момент времени. Чтобы вычислить

---

[21] Очень важно, что издержки от усилий входят в аргумент функции полезности. Именно поэтому изменчивость усилий по времени дорого обходится принципалу. Результаты будут другими, если агент максимизирует матожидание выражения $1 - e^{-rw} - c(a)$.

оптимальные параметры α, β, необходимо вернуться к исходной (статической постановке) и решить задачу об оптимальном контракте при ограничении линейности контракта. Другими словами, необходимо искать не оптимальный контракт в общем виде, а всего лишь максимизировать по α, β.

Ограничения индивидуальной рациональности и совместимости по стимулам имеют следующий вид.

$$E_\varepsilon\left[1-e^{-r\left(w(x)-a^2/2\right)}\right] \geq 1-e^{-r\underline{u}} \tag{IR}$$

$$E_\varepsilon\left[1-e^{-r\left(w(x)-a^2/2\right)}\right] \geq E_\varepsilon\left[1-e^{-r\left(w(x)-\widetilde{a}^2/2\right)}\right] \tag{IC}$$

Здесь $\underline{u}$ — доход, который агент получит (с вероятностью 1), отказавшись от заключения контракта.

Вследстие нормальности $Ee^\varepsilon = e^{-\frac{\sigma^2}{2}}$, поэтому ожидаемую полезность агента можно записать в виде:

$$E_\varepsilon\left[1-e^{-r\left(\alpha a+\beta-\frac{a^2}{2}\right)}e^{-r\alpha\varepsilon}\right] = E_\varepsilon\left[1-e^{-r\left(\alpha a+\beta-\frac{a^2}{2}+\frac{r\alpha^2\sigma^2}{2}\right)}\right]$$

Для того, чтобы побудить агента к выбору заданного уровня усилий a, принципал выбирает α, β. Из условия IC непосредственно следует $\alpha = a,$, а из IR определяется $\beta = \underline{u} - \frac{a^2}{2} + \frac{ra^2\sigma^2}{2}$.

Затем принципал решает, какой именно уровень усилий a максимизирует его полезность:

$$E_\varepsilon\left[x-\alpha x-\beta\right] = a - a^2 - \underline{u} + \frac{a^2}{2} - \frac{ra^2}{2\sigma^2} = -\underline{u} + a - \frac{a^2}{2}\left(1+r\sigma^2\right) \tag{6}$$

Из условия первого порядка получаем

$$a = \frac{1}{1+r\sigma^2}$$

Налицо уже знакомый нам конфликт между стимулами и страховкой: с одной стороны, нейтральному к риску принципалу следует застраховать избегающего риска агента, то есть, выбрать α поменьше (ведь дисперсия вознаграждения агента пропорциональна α^2). С другой стороны — агенту следует создать стимулы прикладывать усилия, то есть выбрать α побольше (ведь $\alpha = a$). Полученная выше формула для оптимального a описывает компромисс между этими двумя факторами. Заметим, что с ростом r (чувствительности подчиненного к риску) или σ^2 (неопределенности результата) мотивация страхования усиливается, так что оптимальное значение a уменьшается. Отметим еще, что a всегда строго меньше единицы, и это тоже не случайно: ведь если чуть-чуть отступить вниз от $a = 1$ (безусловного оптимума), то потери в выпуске будут второго порядка малости, а выигрыш в страховке — первого. Поэтому $a = 1$ не может быть оптимальным решением.

6.2 Многомерные усилия (multi-tasking).

Часто бывает, что один агент должен работать сразу над несколькими задачами, которые перед ним ставит принципал.[22] Например, профессор одновременно занимается научной, преподавательской, а иногда и административной деятельностью; следователь ведет несколько дел; чиновник обеспечивает работу над несколькими проектами; менеджер контролирует несколько подразделений. Соответственно возникает вопрос: как правильно построить систему стимулов для агента, с учетом того, что, решая (многомерную) задачу оптимального выбора уровней усилий на всех направлениях деятельности агент будет учитывать взаимное влияние этих уровней усилий?

При моделировании задачи multi-tasking следует уточнить, в каком именно смысле разные направления деятельности агента связаны одно с другим (чтобы задача не распалась на набор независимых задач). В модели, предлагаемой в этом параграфе, такая связь осуществляется через фунцию издержек агента.[23]

Пусть агент работает над двумя заданиями, прикладывая усилия a_i и производя продукт $x_i = a_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2$, где $\varepsilon_i \in N(0, \sigma_i^2)$ и случайные величины $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ независимы.

Функция издержек агента от усилий предполагается равной $C(a_1, a_2) = \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} + ka_1a_2$; его функция полезности, как и выше, $u(w) = 1 - e^{-r(w-c(a))}$, а гарантированный доход равен $\underline{u}$.

Параметр k характеризует, являются ли первый и второй вид деятельности взаимодополняющими ($k < 0$), взаимозаменяющими ($k > 0$) или независимыми ($k = 0$). При этом предполагается, что $|k| < 1$. (необходимое и достаточное условие выпуклости функции издержек).

Найдем оптимальный линейный контракт: $w(x_1, x_2) = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \beta$.

Из условий первого порядка получаем $\alpha_1 = a_1 + ka_2$, $\alpha_2 = a_2 + ka_1$,

$$\beta = \underline{u} - (\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2) + C(a_1, a_2) + \frac{r}{2}\left[(a_1 + ka_2)^2 \sigma_1^2 + (a_2 + ka_1)^2 \sigma_2^2\right]$$

Принципал выбирает, какой именно уровень усилий a нужно реализовать с тем, чтобы максимизировать

$$E\left[x_1 + x_2 - w(x_1, x_2)\right] = -\underline{u} + a_1 + a_2 - \left[\frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} + ka_1a_2\right] - \frac{r}{2}\left[(a_1 + ka_2)^2 \sigma_1^2 + (a_2 + ka_1)^2 \sigma_2^2\right].$$

Условия первого порядка

$$\begin{aligned} 1 &= \alpha_1(1 + r\sigma_1^2) + kr\alpha_2\sigma_2^2 \\ 1 &= \alpha_2(1 + r\sigma_2^2) + kr\alpha_1\sigma_1^2. \end{aligned}$$

---

[22] Бывает еще, что один агент работает сразу на несколько принципалов — такая ситуация называется по-английски common agency и тоже рассмотрена в литературе.

[23] Можно также было бы предположить зависимость через функцию выигрыша принципала или коррелированные шумы.

Разрешая относительно α_1, α_2, получаем

$$\alpha_1 = \frac{1 - \frac{kr\sigma_2^2}{1+r\sigma_2^2}}{1 + r\sigma_1^2 - \frac{k^2r^2\sigma_1^2\sigma_2^2}{1+r\sigma_2^2}}, \; \alpha_2 = \frac{1 - \frac{kr\sigma_1^2}{1+r\sigma_1^2}}{1 + r\sigma_2^2 - \frac{k^2r^2\sigma_1^2\sigma_2^2}{1+r\sigma_1^2}}.$$

Если $\sigma_2^2 \to \infty$, то $\alpha_2 \to 0$ и

$$\alpha_1 \to \frac{1-k}{1 + r\sigma_1^2 - k^2r\sigma_1^2} = \frac{1}{1 + r\sigma_1^2} - \frac{k(1 + r\sigma_1^2)(1 + r\sigma_1^2 - kr\sigma_1^2)}{(1 + r\sigma_1^2)(1 + r\sigma_1^2 - k^2r\sigma_1^2)}.$$

Последний результат имеет следующий смысл: $\sigma_2^2 = \infty$ означает, фактически, что выпуск x_2 не несет никакой информации об усилиях a_2. Если бы коэффициент α_2 был отличен от нуля, то агент сталкивался бы с «бесконечным» риском, что недопустимо. Однако, даже отказываясь от использования этого бесконечно шумного сигнала, принципал не должен забывать, что агент все-таки может выбрать (и наверняка выберет при ненулевом k) ненулевое значение a_2. При этом, в силу соотношения $a_1 = -ka_2$, принципал заинтересован дополнительно (по сравнению с ситуацией одномерных усилий, рассмотренной в предыдущем параграфе) стимулировать a_1 при отрицательном k и, наоборот, сократить стимулы при положительном k. Именно это означает последняя формула.

6.3 Rank Order Tournaments (Турниры).

В этом параграфе разбирается альтернативная линейному контракту схема вознаграждения работников по результатам их труда, а именно внутрикорпоративный турнир: выплата сотруднику зависит только от того, как результат его труда выглядит на фоне результатов остальных сотрудников, а не собственно от результата. На практике такая организация оплаты труда соответствует распространенной схеме, в которой каждый сотрудник, занимающий определенную позицию, получает фиксированный оклад, соответствующий этой позиции, а вознаграждение за хорошую работу – по сравнению с остальными – реализуется в виде продвижения по службе (сопровождающимся дискретным повышением оклада). В работе Lazear, Rosen ([23]) предлагается следующая модель.

Как и выше, пусть результат работы каждого из двух агентов описывается формулой $y_i = a_i + \varepsilon_i$, $i = 1, 2$, где a_i – усилия агента, а ε_i – независимые случайные величины, $\varepsilon_i \in N(0, \sigma^2)$. Полезность агента i составляет $u(w) = 1 - e^{-r(w - \frac{a^2}{2})}$, а его альтернативная полезность равна -1. Агенту, показавшему более высокий результат, выплачивается вознаграждение W, а другому агенту – вознаграждение L, и пусть $P = W - L > 0$. Посмотрим, как равновесные усилия агента и доход принципала зависят от W и L.

Рассмотрим оптимизационную задачу первого агента. Он выбирает усилия a_1, считая усилия второго агента a_2 заданными. Первый агент получит W в случае, если $a_1 + \varepsilon_1 > a_2 + \varepsilon_2$ или $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 < a_2 - a_1$, что произойдет с вероятностью $G(a_1 - a_2)$, где $G(\cdot)$ – функция распределения случайной величины $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ (которая является нормальной с нулевым средним и дисперсией $2\sigma^2$).

Таким образом, первый агент максимизирует по a_1 выражение

$$G(a_1 - a_2)\left[-e^{-r(W-\frac{a^2}{2})}\right] + (1 - G(a_1 - a_2))\left[-e^{-r(L-\frac{a^2}{2})}\right].$$

Условие первого порядка

$$\begin{multline} g(a_1 - a_2)\left[-e^{-r(W-\frac{a^2}{2})} + e^{-r(L-\frac{a^2}{2})}\right] + \\ + G(a_1 - a_2)\left[-e^{-r(W-\frac{a^2}{2})}ra\right] + (1 - G(a_1 - a_2))\left[-e^{-r(L-\frac{a^2}{2})}ra\right] = 0. \quad (7) \end{multline}$$

В симметричном равновесии оба агента выберут одинаковый уровень усилий $a_1 = a_2 = a$. Умножая равенство [7] на $e-r\frac{a^2}{2}$ и замечая, что $G(0) = \frac{1}{2}$ и $g(0) = \frac{1}{2\sigma\sqrt{\pi}}$, получаем выражение для усилий каждого из агентов

$$a = \frac{1}{r\sigma\sqrt{\pi}}\frac{e^{-rL} - e^{-rW}}{e^{-rL} + e^{-rW}} = \frac{1}{r\sigma\sqrt{\pi}}\frac{1 - e^{-rP}}{1 + e^{-rP}},$$

откуда

$$e^{-rP} = \frac{1 - ar\sigma\sqrt{\pi}}{1 + ar\sigma\sqrt{\pi}} \qquad (8)$$

и

$$P = -\frac{1}{r}\ln\frac{1 - ar\sigma\sqrt{\pi}}{1 + ar\sigma\sqrt{\pi}}. \qquad (9)$$

Для того, чтобы агент согласился участвовать в турнире, его ожидаемая полезность должна быть не меньше его альтернативной полезности. Ясно, что в оптимальном контракте ограничение участия будет выполнено с равенством:

$$\frac{1}{2}\left[-e^{-r(W-\frac{a^2}{2})} - e^{-r(L-\frac{a^2}{2})}\right] = -1,$$

откуда несложно получить (с учетом [9])

$$L = \frac{a^2}{2} + \frac{1}{r}\ln\frac{1}{1 + ar\sigma\sqrt{\pi}}. \qquad (10)$$

Принципал выбирает a, W и L так, чтобы максимизировать ожидаемый суммарный продукт деятельности агентов за вычетом выплат агентам: $2a - W - L = 2a - 2L - P$. С учетом ограничения совместимости по стимулам [9] и ограничения участия [10] целевую функцию принципала можно преобразовать к виду

$$2a - a^2 - \frac{1}{r}\ln\frac{1}{1 - a^2r^2\sigma^2\pi}.$$

Сравнивая целевую функцию принципала с удвоенным выражением [6] и замечая, что для любого уровня a выполнено неравенство $\frac{1}{r}\ln\frac{1}{1-a^2r^2\sigma^2\pi} > ra^2\sigma^2$ (оно следует из неравенств $\ln(1+x) < x$ и $\pi > 1$), заключаем, что принципалу всегда выгоднее предлагать линейную схему, чем устраивать турнир.

Такой вывод представляет собой артефакт спецификации функции полезности агента CARA, для которой отвращение к риску не зависит от дохода. В работе ([23]) показано, что при CRRA функции полезности агентов (при которой проявляется эффект дохода) агенты с низким доходом будут предпочитать линейные схемы, а агенты с высоким доходом – турниры. В действительности турниры обычно используются для стимулирования деятельности, например, заместителей генеральных директоров компаний (наиболее успешный из которых становится генеральным директором, причем его зарплата мгновенно увеличивается в несколько раз), то есть, как раз агентов с высоким уровнем дохода.

Отметим в заключение, что турниры предпочтительнее линейных схем в том, что в большинстве случаев нет необходимости точно измерять выпуск агентов – достаточно лишь определить, чей выпуск больше. Наоборот, линейные схемы предпочтительнее турниров в том, что агенты не могут, сговорившись, увеличить свою ожидаемую полезность, тогда как в турнире они могут договориться не прикладывать усилий вовсе, а выигрыш разделить, например, поровну.

6.4 Moral hazard in teams (постконтрактный оппортунизм в коллективе).

В предыдущих разделах мы рассмотрели модель, где информация о действиях агента была неточной вследствие присутствия некоторого случайного фактора. Естественно, что в большинстве случаев неопределенность возникает из-за наличия внешних по отношению к агенту и принципалу процессов. Однако, можно представить себе и ситуацию, в которой неопределенность возникает вследствие выбора другого агента, на который принципал может также воздействовать. Типичный пример этого — предприятие, на котором работает несколько сотрудников, вклад каждого из которых в общий успех трудно выделить. Прибыль предприятия наблюдаема и верифицируема, а вот насколько ее величина была предопределена усердной работой сотрудника A или B, неясно. В этом случае возникает проблема moral hazard in teams или оппортунистического поведения в коллективе.

Заметим, что проблема оппортунистического поведения в коллективе имеет смысл и в том случае, когда принципал отсутствует. Например, вступая в кооператив (товарищество), партнеры подписывают контракт о разделе прибыли таким образом, чтобы стимулировать наиболее эффективный выбор усилий каждым из партнеров.

Следует еще раз вернуться к определению роли принципала. Безусловно, не стоит подразумевать под принципалом непременно руководителя (физическое лицо): ведь тогда непонятно, почему у него другое отношение к риску, чем у рабочего; отчасти поэтому мы отказались от традиционного перевода термина «principal» как «начальник». Скорее, речь идет об относительно большой компании или менеджере, действующем от её лица. Во всяком случае, мы всегда подразумеваем, что у принципала есть некоторая целевая функция, которую он максимизирует (чаще всего это прибыль). В кооперативе же такого стратегического агента нет, и именно в этом смысле мы говорим об отсутствии принципала.

Рассмотрим игру, в которой принимает участие n агентов. Каждый выбирает уровень усилий a_i и несет издержки $c(a_i)$. Усилия каждого участника являются его частной информацией, в контракт можно включить только совокупный доход $x = a_1 + \cdots + a_n$. Нет никаких случайных переменных, все детерминировано. Необходимо договориться о распределении дохода x между участниками. Каждый получает зарплату $w_i(x)$, распределяется весь доход $\sum_{i=1}^n w_i(x) \equiv x$. Необходимо найти оптимальный контракт $\{w_1(x), \dots, w_n(x)\}$ и функции выигрыша $w_i(x) - c_i(a_i)$.

Если все усилия наблюдаемы, то в общественном оптимуме максимизируется следующая целевая функция

$$\max_{a_1,\dots,\, a_n} \sum_{i=1}^n (w_i(x) - c_i(a_i)) = \max_{a_1,\dots,\, a_n} x - \sum_{i=1}^n c_i(a_i) =$$

$$= \max_{a_1,\dots,\, a_n} \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{i=1}^n c_i(a_i) = \sum_{i=1}^n \max_{a_i}(a_i - c_i(a_i)).$$

Оптимальный выбор усилий определяется условиями первого порядка

$$1 = c_i^{'}(a_i^*), \qquad i = 1, \dots, n.$$

В случае ненаблюдаемого уровня усилий реализовать общественный оптимум нельзя. В этом случае каждый из участников решает задачу

$$\max_{a_i}(w_i(x) - c_i(a_i)) = \max_{a_i}\big(w_i(a_i + a_{-i}) - c_i(a_i)\big).$$

Выбор уровня усилий определяется условиями первого порядка

$$w_i^{'}(a_i + a_{-i}) = c_i^{'}(a_i), \qquad i = 1, \dots, n.$$

Покажем, что это равновесие отличается от общественного оптимума. Предположим обратное: $a_i = a_i^*$. Тогда

$$w_i(x) = w_i(a_i^* + a_{-i}^*) = c_i^{'}(a_i^*) = 1.$$

Следовательно, $\sum_{i=1}^n w_i^{'}(x) = n$, что противоречит тождеству $\sum_{i=1}^n w_i(x) \equiv x$ (из которого следует, что $\sum_{i=1}^n w_i^{'}(x) = 1$).

Мы предполагали, что бюджетное ограничение выполнено для всех возможных x и получили, что достичь общественного оптимума нельзя. Однако оптимум может быть достигнут, если бюджетное ограничение будет выполняться только для оптимального x^*. В этом случае можно использовать контракт

$$w_i(x) = \alpha_i + x,$$

где α_i такие, что выполняется

$$x^* = \sum_{i=1}^{n} w_i(x^*) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i + nx^*,$$

то есть

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = (1-n)x^*.$$

Данный контракт имеет существенный недостаток: бюджетное ограничение выполнено в равновесии, но нарушается, когда участники отклоняются от него. Вопрос о том, необходимо ли выполнение бюджетного ограничения всегда или только в равновесии, совсем нетривиален. Действительно, рассмотрим кооператив, члены которого подписали контракт $w_i(x) = \alpha_i + x$. Естественно, каждый партнер не может не задумываться о том, что будет, если он отклонится от x_i^*. Допустим, что все остальные партнеры выбрали $x_j = x_j^*$, $j \neq i$. Тогда, если партнер i выбирает $x_i < x_i^*$, то сумма распределяемой прибыли равна

$$\sum_{i=1}^{n} w_i(x_i + \sum_{j \neq i} x_j^*) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i + n(x^* - (x_i^* - x_i)) = x^* - n(x_i^* - x_i) < x^*.$$

Получается, что после распределения остается сумма $n(x_i^* - x_i)$. Если мы рассматриваем кооператив, то естественно предположить, что эта сумма не будет уничтожена (это будет против интересов всех участников). Она скорее будет либо немедленно распределена между партнерами или реинвестирована (то есть будет получена партнерами позже). И в том, и в другом случае оказывается, что контракт $w_i(x) = \alpha_i + x$ пересматривается — выбирая $x_i < x_i^*$, партнер получает не $w_i(x) = \alpha_i + x$, а больше. При этом после пересмотра бюджетное ограничение выполняется как равенство. Получается, что для выполнения контракта $w_i(x) = \alpha_i + x$ необходимо обладать возможностью уничтожать лишнюю прибыль и довкладывать недостающую в случае отклонения партнеров от равновесного уровня усилий.

Эта проблема разрешается, если есть внешний собственник (принципал!), который гарантирует всем выплаты и получает $x - \sum_{i=1}^{n} w_i(x)$. В равновесии прибыль собственника равна нулю и каждый из участников придерживается равновесной стратегии, так как есть уверенность, что контракт будет исполнен. С другой стороны, если все n агентов являются наемными работниками внешнего собственника, собственник как раз и заберет «лишние» деньги.

7 Динамические аспекты теории контрактов.

Рассмотренные выше модели являются статическими. В то же время динамический аспект может кардинальным образом изменить свойства модели. В данном разделе мы (без доказательства) обсудим основные аспекты динамики полных контрактов.

Рассмотрим модель adverse selection. После того, как агент выбирает контракт, принципал, вообще говоря, получает некоторую информацию о типе агента и в следующий момент времени может эту информацию использовать.

Введём два основополагающих понятия для динамических моделей теории контрактов.

> *Commitment* — возможность гарантировать отсутствие пересмотра контракта (даже если пересмотр выгоден обоим участникам). Как будет видно ниже, иногда сторонам заранее выгодно заключить контракт, который им бы хотелось потом пересмотреть.
>
> *Renegotiation* — двусторонний пересмотр контракта (в отличие от одностороннего нарушения контракта).

Рассмотрим ситуацию, когда проблема adverse selection повторяется в течение двух периодов (без доказательства). Если стороны могут быть уверены, что контракт не будет пересмотрен (full commitment), то оптимальным решением будет повторение однопериодного контракта и в первом, и во втором периоде (это вполне понятно, так как принципал не располагает никакой информацией об агенте и оптимальным выбором является контракт, описанный в разделе 3). Если такой уверенности нет, и возможен двусторонний пересмотр (renegotiation) контракта после того, как будет известен выбор агента в первом периоде, то контракт будет другим. В этом случае первый же период выдаёт тип агентов, и во втором периоде стороны заключают новый контракт. Такой пересмотр контракта эффективен ex post, но неэффективен ex ante, так как агенты, зная, что контракт может быть пересмотрен, ведут себя неэффективно и меняют свой выбор в начальный период.

Если же контракт может быть пересмотрен в одностороннем порядке[24] (то есть долгосрочный контракт, вообще говоря, нет смысла заключать), принципал захочет пересмотреть контракт «высокого» типа и отобрать у него ренту. В этом случае может наблюдаться ratchet effect (эффект храповика). «Высокий» тип никогда не будет строго предпочитать разделяющий контракт, и часть таких агентов всегда будет прикидываться «низкими».

Из приведенных выше соображений следует, что, в отличие от статической модели, крайне важно распределение переговорной силы агентов. В статической модели принципал отбирает у агенту всю ренту, но это не имеет значения.[25] В динамической модели распределение ренты ex post играет решающую роль для определения стимулов ex ante.

Рассмотрим теперь простейшую модель повторяющейся задачи moral hazard. Пусть

$$x_t = a_t + \varepsilon_t,$$

---

[24] Такие ситуации легко себе представить, когда речь идет о контракте с государством. Лишь в развитых (и то не во всех) странах частные предприятия могут успешно отстаивать свои контрактные права в суде против государства.

[25] Кроме модели signaling, которая, впрочем, обладает некоторыми динамическими чертами.

где ε_t — независимые одинаково распределенные случайные величины (с нулевым матожиданием).

С ростом количества наблюдений в дело вступает закон больших чисел и принципал может точнее судить о величине усилий. К примеру, принципал может предложить агенту контракт, в котором принципал наказывает агента при

$$\frac{1}{\tau}\sum_{t=1}^{\tau}(x_t - \overline{a}) \leq \xi(\tau).$$

Вообще говоря, задача серьезно усложняется, но, как правило, удается приблизиться к общественному оптимуму с любой наперед заданной точностью.

8 Репутация и карьерные соображения.

В своей статье 1980 года Fama высказал следующее соображение: в динамической постановке нет необходимости в контрактах, предлагающих явные стимулы агенту — тот сам будет рационально выбирать эффективный уровень усилий только для того, чтобы поддержать свою репутацию агента высокого типа и обеспечить себе в будущем более высокую зарплату.

Сам Fama не предложил модели, подтверждающей его логику. Это проделал Holmström в своей знаменитой статье 1982 года, причем стало ясно, в каких именно предположениях тезис Fama справедлив, и почему он может не выполняться. Ниже мы рассмотрим упрощенную версию модели Holmström.

Нейтральный к риску агент обладает ненаблюдаемой характеристикой (типом, талантом, способностями и т.д.) θ. Сам он знает θ, а общим знанием является распределение: $\theta \in N(\overline{\theta}, \sigma_\theta^2)$.

Агент работает два периода, при этом (конкурентный) рынок покупателей его услуг (принципалов), также нейтральных к риску, в каждом периоде предлагает ему зарплату, равную ожидаемому продукту его труда (никаких долгосрочных контрактов нет!). Этот продукт равен

$$y_t = \theta + a_t + \varepsilon_t, \qquad t = 1, 2,$$

где a_t — уровень усилий агента в период t, а ε_t — белый шум, $\varepsilon_t \in N(0, \sigma_\varepsilon^2)$. Продукт y_1 наблюдаем рынком (и предлагаемая зарплата w_2 будет зависеть от y_1), но a_1 и ε_1 ненаблюдаемы. Прикладывая усилия a, агент несет издержки $C(a)$ (функция $C(\cdot)$ предполагается выпуклой). Отметим, что общественно оптимальный уровень усилий определяется из соотношения $C'(a^{FB}) = 1$.

Агент максимизирует $w_1 + Ew_2 - C(a_1) - C(a_2)$. Сразу видно, что агент в равновесии выберет $a_2^* = 0$ (ведь к моменту выбора a_2 зарплата w_2 уже выплачена). Соответственно, рынок предложит менеджеру во втором периоде зарплату, равную математическому ожиданию типа менеджера при данном y_1: $w_2 = E(\theta|y_1, a_1^*)$, где a_1^* — равновесный уровень усилий по мнению рынка.

Из выражения для y_t видно, что усилия являются субститутом к способностям. Агент, таким образом, имеет стимул прикладывать ненулевые усилия в первом периоде, чтобы сместить вверх оценку рынком во втором периоде его способностей (и соответственно, свою зарплату во втором периоде). В равновесии, однако, ему не удастся обмануть рынок: тот правильно предскажет выбранный им уровень усилий и соответственно скорректирует свою оценку его способностей.

Вычислим w_2 как функцию от a_1^* и y_1. Нам поможет тот факт, что условные и маргинальные распределения нормальной случайной величины — нормальные.

Совместное распределение θ и y имеет вид

$$f(\theta, y|a) = \frac{e^{-\frac{(\theta-\overline{\theta})^2}{2\sigma_\theta^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \frac{e^{-\frac{(y-\theta-a)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varepsilon}$$

Следовательно, $w_2 = \int \theta f(\theta, y_1|a_1^*)d\theta / f(y_1|a_1^*)$.

Знаменатель равен $f(y_1|a_1^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma_\theta^2+\sigma_\varepsilon^2}} \exp\left(-\frac{\left(y_1-a_1^*-\overline{\theta}\right)^2}{2\left(\sigma_\theta^2+\sigma_\varepsilon^2\right)}\right)$. Числитель равен

$$\begin{aligned}
\int \theta f(\theta, y_1|a_1^*)d\theta &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varepsilon}\int \theta e^{-\frac{(\theta-\overline{\theta})^2}{2\sigma_\theta^2}} e^{-\frac{(y_1-\theta-a_1^*)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}} d\theta = \\
&= \frac{e^{-\frac{(y_1-a_1^*-\overline{\theta})^2}{2\left(\sigma_\theta^2+\sigma_\varepsilon^2\right)}}}{2\pi\sigma_\theta\sigma_\varepsilon}\int \theta e^{-\frac{\left(\theta-\frac{\overline{\theta}\sigma_\varepsilon^2+(y_1-a_1^*)\sigma_\theta^2}{\sigma_\theta^2+\sigma_\varepsilon^2}\right)^2}{2\sigma_\theta^2\sigma_\varepsilon^2/\left(\sigma_\theta^2+\sigma_\varepsilon^2\right)}} d\theta = \\
&= \frac{e^{-\frac{(y_1-a_1^*-\overline{\theta})^2}{2\left(\sigma_\theta^2+\sigma_\varepsilon^2\right)}}}{2\pi\sigma_\theta\sigma_\varepsilon}\sqrt{2\pi}\frac{\sigma_\theta\sigma_\varepsilon}{\sqrt{\sigma_\theta^2+\sigma_\varepsilon^2}}\frac{\overline{\theta}\sigma_\varepsilon^2+(y_1-a_1^*)\sigma_\theta^2}{\sigma_\theta^2+\sigma_\varepsilon^2}.
\end{aligned}$$

Следовательно, $w_2 = \frac{\overline{\theta}\sigma_\varepsilon^2+(y_1-a_1^*)\sigma_\theta^2}{\sigma_\theta^2+\sigma_\varepsilon^2}$.

Усреднив по y_1, получаем

$$Ew_2 = \frac{\overline{\theta}\sigma_\varepsilon^2+(a_1+\theta-a_1^*)\sigma_\theta^2}{\sigma_\theta^2+\sigma_\varepsilon^2}.$$

Уровень усилий агента определяется условием первого порядка: $C'(a_1) = \frac{\sigma_\theta^2}{\sigma_\theta^2+\sigma_\varepsilon^2} < 1$.[26] В равновесии ожидания рынка a_1^* оправдываются: $a_1 = a_1^* < a^{FB}$.

Отметим, что a_1 падает с ростом σ_ε^2 — это соответствует общему соображению, что стимулы агента прикладывать усилия падают с ростом неопределенности результата.[27]

---

[26] Заметим, что оптимальный для агента уровень усилий не зависит от его типа. Это позволяет заключить, что рынок всегда будет точно знать этот уровень усилий

[27] В традиционной модели это следовало из отрицательного отношения агента к риску, но как мы видим, похожий результат получается и при для нейтрального к риску агента. Ключевое предположение здесь — выпуклость функции издержек.

Также заметим, что a_1 растет с ростом σ_θ^2 — если рынок мало осведомлен о способностях агента, у того больше шансов повлиять на его их оценку через выбор усилий. Как мы уже отметили, однако, рынок в равновесии будет правильно предсказывать это желание агента и соответственно корректировать свою оценку его способностей.

Модель можно распространить на любое число конечное число периодов. При этом, по-прежнему, в последнем периоде агент будет прикладывать нулевые усилия; более того, можно показать, что уровень усилий агента будет падать со временем — в силу следующих двух аргументов. Во-первых, усилия нужны, чтобы увеличить свою зарплату в будущих периодах, а с каждым разом этих будущих периодов становится все меньше; во-вторых, с каждым новым наблюдением y_t рынок все точнее и точнее (т.е., все с меньшей и меньшей дисперсией) узнает истинное значение θ, так что возможности агента влиять на свою зарплату, выдавая свои усилия за способности, со временем все снижаются.[28] При этом уровень усилия в первом периоде может быть как выше, так и ниже оптимального. Этим можно объяснить, например, то, что молодые научные работники (еще не получившие tenured position) часто работают больше, чем их старшие коллеги.

Таким образом, аргумент Fama о том, что агенты будут выбирать оптимальный уровень усилий даже в отсутствие явных стимулов только заботясь о будущей карьере (отсюда термин 'career concerns') может быть подвергнут критике. Однако, изложенную выше модель можно подправить так, чтобы она допускала постоянный положительный уровень усилий. Для этого, во-первых, надо рассматривать бесконечное число периодов (иначе первый из изложенных выше аргументов будет по-прежнему в силе); во-вторых, надо избавиться от асимптотически безошибочной оценки рынком способностей агента (чтобы нейтрализовать второй аргумент). Для этого можно, например, добавить предположение о том, что способности агента сами могут меняться со временем:

$$\theta_{t+1} = \theta_t + \delta_t,$$

где δ_t — белый шум, не зависящий от ε_s (для всех t и s). Можно показать, что при коэффициенте дисконтирования, стемящемся к единице, и при положительных σ_ε^2 и σ_δ^2 стационарный уровень усилий агента стремится к a^{FB}.

9 Критика традиционной теории. Субъективные оценки и реляционные контракты (relational contracts).

Мы рассмотрели наиболее традиционные постановки задач теории контрактов — moral hazard, adverse selection и signaling. Во всех них упор делался на создание явных и непосредственных стимулов для агента, который, в свою очередь, предполагался максимизирующим собственный доход. Однако если мы обратимся к реальным контрактам, то часто мы увидим, во-первых, что часть вознаграждения агента часто выплачивается в

---

[28] При бесконечном количестве периодов первый аргумент не работает, но второй по прежнему остается в силе. Уровень усилий агента будет монотонно стремиться к нулю со временем.

виде премий, которые, следуя букве подписанного контракта, принципал выплачивать не обязан, а во вторых, что зарплата агента выше, чем минимальный уровень, необходимый для получения его согласия на работу. Эти два обстоятельства послужили толчком для развития новых направления в теории контрактов, еще не ставших классическими.

9.1 Повторяющиеся взаимодействия и субъективные вознаграждения.

В этом параграфе развивается идея о том, что стороны в экономических транзакциях могут использовать детальную инсайдерскую информацию, применяя условные контракты, в то время как формальный контракт, который должен основываться на общедоступной информации низкого качества используется как точка статус-кво в случае, если одна из сторон начнет вести себя нечестно. В работе Baker, Gibbons, Murphy (2002) была построена модель заключения такого контракта между принципалом и агентом. В данном разделе рассматривается альтернативная и в некотором отношении более простая модель, базирующаяся на той же идее и использующая формулировку многозадачного агентства, предложенную в Baker (2002).

Принципал в данной модели нанимает агента, который должен выполнить некоторые задачи для обеспечения определенного исхода. Выполнение задач для агента связано с издержками, наблюдаемыми только им самим. Принципал максимизирует получаемый в результате действий агента доход за вычетом выплат агенту. Принципал хочет мотивировать выполнение агентом задач, однако при этом он сталкивается с неопределенностью, не позволяющей на основе исхода узнать усилия агента. В стандартной теории оппортунистического поведения, результат усилий, прикладываемых агентом, является верифицируемым, поэтому в контракт может быть включен бонус, основанный на исходе, выплата которого может, при необходимости, быть обеспечена через суд. Однако, на практике действительный исход для принципала редко является верифицируемым третьими лицами, даже в случае, когда стороны имеют хорошую информацию о нем. Следовательно, юридически исполнимые контракты должны основываться на некоторых других показателях качества, которые являются несовершенным приближением исхода для принципала и еще более несовершенным — для действий агентов.

Простейшим примером такой ситуации является трудовой контракт, при котором принципал является собственником фирмы, а агент — менеджером или работником. Однако, она также может рассматриваться в контексте решений об аутсорсинге: фирма-принципал покупает у фирмы-агента некоторый компонент, который является необходимым для производства одного из ее конечных продуктов. Конечной целью принципала в данном случае является прибыль, однако вклад приобретаемого компонента в доходы от конечного продукта, да и сам вклад конечного продукта в общую прибыль фирмы так тщательно скрываются в ее бухгалтерской документации, что могут рассматриваться как неверифицируемые. Такие параметры, как объемы и время поставки компонента, регистрируются и являются верифицируемыми, поэтому контракт, определяющий выплаты поставщику компонентов как функцию от этих величин может быть юридически исполнимым. Однако, обе фирмы могут иметь намного лучшие показатели, например, качество работ, и основывать на них реляционные контракты.

Пусть усилия агента **a** представляют собой n-мерный вектор, не наблюдаемый никем другим. Издержки агента от их приложения равны

$$C(\mathbf{a}) = \frac{1}{2}\mathbf{a}^{'}\mathbf{a}.$$

Минимальный допустимый уровень полезности агента u_0, принципала — нормализован к 0.

Действия агента приводят к исходу y для принципала, который может принимать только два значения: 0 или 1. Значение $y = 0$ соответствует провалу, значение $y = 0$ — успеху проекта. Вероятность успешного исхода является линейной функцией от усилий агента

$$P(y = 1 \mid \mathbf{a}) = \mathbf{y}^{'}\mathbf{a},$$

где **y** представляет собой вектор той же размерности, что и **a**. Компоненты **y** суть предельные продукты разных измерений усилий. Значение y является внутренним, то есть, наблюдается принципалом и агентом, и это является их общим знанием.

Усилия агента также приводят к увеличению верифицируемого показателя эффективности x, который также может принимать только два значения, 0 и 1, и

$$P(x = 1 \mid \mathbf{a}) = \mathbf{x}^{'}\mathbf{a},$$

где **x** также является вектором размерности n, компоненты которого суть предельные продукты усилий по отношению к показателям эффективности.

Будем предполагать, как и в Baker, Gibbons, Murphy (2002), что все параметры таковы, что данные вероятности попадают в требуемый интервал $(0, 1)$ при любых разумных уровнях усилий. Также будем предполагать, что обе стороны нейтральны к риску, но их совместное участие является необходимым, то есть принципал не может просто продать проект агенту за фиксированное вознаграждение.

В условиях ограниченной информированности принципала выплаты агенту будут состоять из трех частей.

- Фиксированная часть s, которая не зависит от внешних условий и выплата которой может быть принудительно осуществлена в судебном порядке.

- Объективный бонус ξ, который выплачивается, если $x = 1$. Выплата данной части также может быть прнудительно осуществлена в судебном порядке.

- Субъективный бонус η, выплачиваемый, если $y = 1$. Его выплата должна быть устойчивой стратегией в повторяющейся игре между принципалом и агентом. Коэффициент дисконтирования в данной игре предполагается равным r.

Рассмотрим сначала ситуацию, когда все доказуемо в суде (т.е. внутренний сигнал y также является верифицируемым). Ожидаемый выигрыш агента составит

$$U = s + \xi \mathbf{x}^{'}\mathbf{a} + \eta \mathbf{y}^{'}\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{a}^{'}\mathbf{a},$$

или, в скалярной записи,

$$U = s + \xi \sum_{i=1}^{n} x_i a_i + \eta \sum_{i=1}^{n} y_i a_i - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(a_i)^2.$$

Агент выбирает $\mathbf{a}$ таким образом, чтобы максимизировать эту величину. Дифференцируя по любому элементу a_j, получим

$$\frac{\partial U}{\partial a_j} = \xi x_j + \eta y_j - a_j.$$

Использование условия оптимальности первого порядка позволяет получить решение:

$$a_j = \xi x_j + \eta y_j \qquad \text{для } j = 1, 2, \ldots, n,$$

или, в векторной записи,

$$\mathbf{a} = \xi \mathbf{x} + \eta \mathbf{y}.$$

Вторые частные производные при этом будут отрицательны

$$\frac{\partial^2 U}{\partial a_j^2} = -1 \qquad \text{для } j = 1, 2, \ldots, n,$$

а смешанные вторые частные производные равны нулю, поэтому условия второго порядка в данном случае выполнены.

Подставляя оптимальные усилия агента $\mathbf{a}$ в его функцию полезности, можно получить выражение для максимальной полезности агента:

$$U = s + \frac{1}{2}(\xi \mathbf{x}^{'} + \eta \mathbf{y}^{'})(\mathbf{x}\xi + \mathbf{y}\eta) = s + \frac{1}{2}(\mathbf{x}^{'}\mathbf{x}\xi^2 + 2\mathbf{x}^{'}\mathbf{y}\xi\eta + \mathbf{y}^{'}\mathbf{y}\eta^2).$$

Для простоты изложения предположим, что

$$\mathbf{x}^{'}\mathbf{x} = \mathbf{y}^{'}\mathbf{y} = 1,$$

(это предположение существенно не ограничивает общности) и определим параметр K как

$$K = \mathbf{x}^{'}\mathbf{y}.$$

Геометрически, если мы представим $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$ как единичные вектора в n-мерном евклидовом пространстве, K будет представлять собой косинус угла между ними. Поэтому

$\mid K \mid \leq 1$. Более формально, согласно неравенству Коши-Шварца, $K^2 \leq 1$. Заметим, что если $\mathbf{a}$ - скаляр, то $K^2 = 1$. Поэтому предположение о многомерности усилий агента является существенным для анализа. В то же время, данное предположение является достаточно реалистичным, в отличие от использовавшегося в первых моделях предположения о скалярных усилиях (дискуссию об этом см. в Baker (2002)). При этом величина K^2 играет критическую роль. Она измеряет корреляцию между предельным влиянием усилий агента на исход y и наблюдаемой величиной x и может рассматриваться как показатель точности внешнего сигнала x.

В данной записи максимальная полезность агента равна

$$U = s + \frac{1}{2}(\xi + 2K\xi\eta + \eta^2). \tag{11}$$

Для принципала является оптимальным удовлетворить ограничение участия агента $U \geq u_0$, назначая

$$s = u_0 - \frac{1}{2}(\xi + 2K\xi\eta + \eta^2).$$

Ожидаемый доход принципала составит

$$\Pi = \mathbf{y}'\mathbf{a} - s - (\xi\mathbf{x}'\mathbf{a} + \eta\mathbf{y}'\mathbf{a}).$$

Подставляя в данное выражение оптимальное значение $\mathbf{a}$ и упрощая, получим

$$\Pi(\xi, \eta) = (K\xi + \eta) - \frac{1}{2}(\xi^2 + 2K\xi\eta + \eta^2) - u_0. \tag{12}$$

Продолжим рассмотрение условий, когда все переменные верифицируемы. Принципал выбирает ξ и η таким образом, чтобы максимизировать Π, определенное в (12), в котором уже учтены условия участия и совместимости со стимулами для агента. Условия первого порядка для этой задачи имеют вид

$$K - \xi - K\eta = 0, 1 - K\xi - \eta = 0.$$

Условие второго порядка требует, чтобы матрица

$$\begin{pmatrix} -1 & -K \\ -K & -1 \end{pmatrix}$$

была отрицательно полуопределена. Это требует $K^2 \leq 1$, что выполнено, как было показано выше.

Условия первого порядка имеют решение $\xi = 0, \eta = 1$, которое является единственным, если $K^2 \neq 1$. Интуитивно это означает, что субъективная оценка y представляет собой точный индикатор исхода для принципала, в скязи с чем именно она и используется.[29]

---

[29] Если $K^2 = 1$, оба показателя одинаково и полностью точны, и могут использоваться в любой комбинации без всяких потерь информации. Математически в этом случае решение для ξ, η не единственно, но эта неединственность не причиняет никаких неудобств.

В этом гипотетическом случае доход принципала составит

$$\Pi^{FB} = \frac{1}{2} - u_0,$$

а величина общественного благосостояния

$$W^{FB} = \Pi^{FB} + u_0 = \frac{1}{2}.$$

Если $u_0 > \frac{1}{2}$, то обеим сторонам лучше, если будет реализован статус-кво, нежели даже first best решение и дальнейший анализ не имеет смысла. Поэтому везде далее предполагается, что $u_0 < \frac{1}{2}$.

Теперь предположим, что компенсация агенту может основываться только на публично наблюдаемой величине x. В этом случае принципал устанавливает $\eta \equiv 0$ и выбирает ξ таким образом, чтобы максимизировать (12). Это приводит к условию первого порядка

$$\xi = K.$$

Прибыль принципала при таком контракте составит

$$\Pi^{Ext} = \frac{1}{2}K^2 - u_0,$$

а общественное благосостояние составит

$$W^{Ext} = \frac{1}{2}K^2.$$

Тот факт, что оптимальный объективный бонус ξ совпадает с корреляцией K между предельным влиянием усилий на исход и внешним показателем эффективности, интуитивно понятен. Бонус мотивирует агента к приложению усилий, увеличивающих показатель эффективности. Если эти усилия также увеличивают прибыль принципала, то бонус является хорошим инструментом для мотивации агента, и принципал использует его в большей степени. Заметим, что значение имеет только абсолютная величина K, а не ее знак. Если K близко к -1, делая ξ отрицательным, можно заставить агента предпринимать усилия к уменьшению показателя эффективности и, тем самым, к увеличению дохода принципала. Малая корреляция (при K близком к 0) делает внешний показатель бесполезным для мотивации агента. Более детальное обсуждение можно найти в Baker (2002).

Если $\frac{1}{2}K^2 > u_0$ в отсутствие лучших альтернатив будет предлагаться формальный контракт. В частности, данный контракт определяет точку статус-кво в многошаговой игре, если принципал не выполняет своих обязательств по оплате. Так как нашей задачей является исследование условных контрактов при наличии возможности заключать формальные контракты, далее мы сосредоточимся на рассмотрении случая $\frac{1}{2}K^2 > u_0$.

Теперь откажемся от предположения о том, что исполнение контракта, основанного на величине y, может быть принудительно осуществлено в судебном порядке. В этом случае при $y = 1$ у принципала появляется стимул не выполнять своих обязательств по выплате η. При наличии неявного или реляционного контракта, ценой такого поведения является то, что во все будущие периоды принципал и агент будут придерживаться стратегий статус-кво, дающих худший исход. В рассматриваемом нами случае, когда $\frac{1}{2}K^2 > u_0$, реализация формального контракта, основанного на верифицируемом показателе, является более предпочтительной для обеих сторон, нежели полный разрыв отношений. Поэтому равновесной стратегией в данном случае будет являться использование формального контракта.

По сравнению с первым наилучшим прибыль принципала в случае отказа им выплачивать бонус составит 1, а потери в каждый последующий период

$$\left(\frac{1}{2} - u_0\right) - \left(\frac{1}{2}K^2 - u_0\right) = \frac{1}{2}\left(1 - K^2\right).$$

Таким образом, условие соблюдения принципалом реляционного контракта состоит в том, что 1 меньше текущего приведенного значения будущих потерь, то есть

$$1 \leq \frac{(1 - K^2)}{2r}$$

или

$$(1 - K^2) \leq 2r.$$

На рисунке 8 изображена координатная плоскость, на которой отложен коэффициент дисконтирования r по оси абсцисс и величина $(1 - K^2)$, измеряющая неточность верифицируемой переменной x, по оси ординат. Заметим, что область изменения последней величины ограничена сверху значением $(1-2u_0)$, что отражает сделанное нами предположение о том, что формальный контракт лучше для обеих сторон, нежели полный разрыв отношений. Прямая OF имеет угловой коэффициент 2. First Best является достижимым при всех значениях параметра, лежащих выше этой прямой, в области, обозначенной FB. При значительном увеличении K^2 (точности верифицируемого сигнала), параметры модели могут выйти за пределы данной области, что приведет к недостижимости first best. Это связано с тем, что доход принципала при использовании формального контракта возрастает, что приводит к соблазну нарушить реляционный контракт.

Повторяя рассуждения предыдущего раздела для случая произвольных (ξ, η), получим, что доход принципала при отказе от выплаты субъективного бонуса составит η, а потери $\Pi(\xi, \eta) - \Pi^{Ext}$ в каждом будущем периоде. Поэтому условие соблюдения контракта будет иметь вид

$$\eta \leq \frac{\Pi(\xi, \eta) - \Pi^{Ext}}{r},$$

или

$$\Pi(\xi, \eta) - r\eta - \Pi^{Ext} \geq 0. \tag{13}$$

Принципал выбирает (ξ, η) таким образом, чтобы максимизировать $\Pi(\xi, \eta)$ при ограничении (13). Это приводит к решению second best. Опуская детали доказательств, приведем основные результаты. Они могут быть представлены в терминах отношения $\frac{(1-K^2)}{r}$

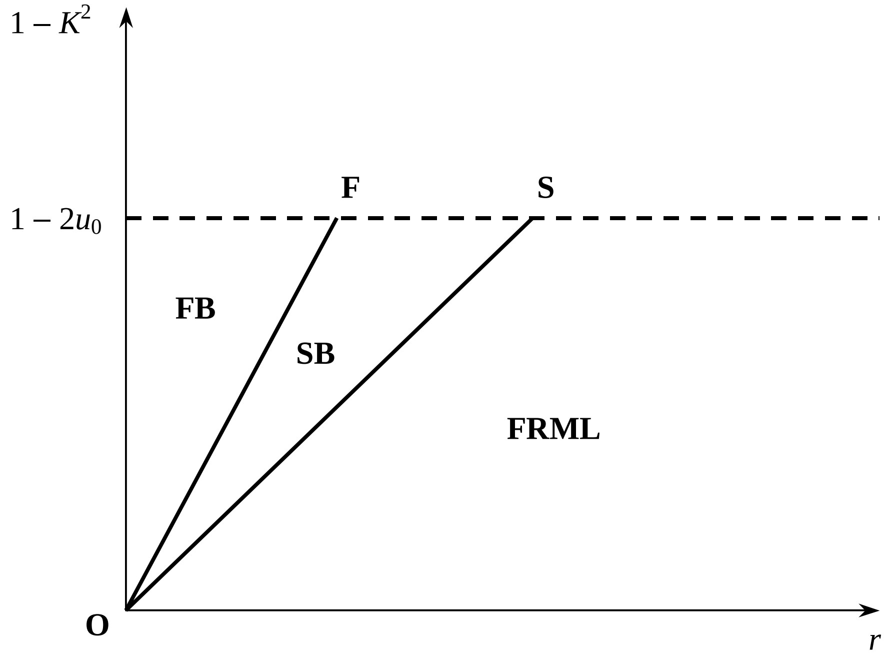

Рис. 8. Точность верифицируемой переменной и эффективность реляционного контракта.

неточности верифицируемой переменной x к коэффициенту дисконтирования и областей на рис.8. На прямой OF, имеющей угловой коэффициент 2, данное отношение равно 2. На прямой OS с угловым коэффициентом 1, это отношение равно 1.

Область FB: отношение $>$ 2. Это область, лежащая над прямой OF. Здесь верифицируемая переменная сравнительно неточна, а будущие доходы являются достаточно важными для принципала (коэффициент дисконтирования мал). В этом случае реляционный контракт, основанный на точном неверифицируемом индикаторе исхода, является равновесным и позволяет достичь first best. Результирующее общественное благосостояние составляет $\frac{1}{2}$.

Область SB: отношение между 1 и 2. Это промежуточная область, лежащая между OF и OS. Здесь альтернативная возможность перехода к формальному контракту становится связывающим ограничением в реляционном контракте. Наилучший достижимый реляционный контракт представляет собой second best, в котором используются как формальный, так и субъективный бонусы. Повышение точности верифицируемого сигнала уменьшает область, в которой принципал не имеет стимулов обманывать агента, а следовательно, снижает возможности использования точного неверифицируемого сигнала и приводит к уменьшению общественного благосостояния.

Область FRML: отношение $<$ 1. Это область, лежащая ниже прямой OS. Здесь коэффициент дисконтирования высок, а верифицируемая переменная точна. Эти факторы ужесточают условие совместимости со стимулами принципала до такой степени, что реляционные контракты более не являются достижимыми. В этом случае будут использоваться только формальные контракты. Общественное благосостояние составит $\frac{K^2}{2}$. Эта величина возрастает с ростом точности верифицируемой переменной. При $K^2 \to 1$ исход приближается к first best за счет того, что в контракте используется более точный показатель.

Некоторые из приведенных результатов интуитивно понятны. Например, то, что реляционные контракты работают наилучшим образом в случае, когда стороны высоко ценят будущие доходы и верифицируемая переменная неточна, вряд ли вызовет удивление. Однако, один из полученных результатов не столь очевиден. Это утверждение о том, что если ограничение совместимости со стимулами становится связывающим и реляционный контракт приводит ко second best, повышение качества верифицируемой переменной ухудшает исход. Это похоже на многочисленные утверждения о свойствах second best в экономике: если экономика подвержена двум возмущениям, то снижение одного из них может привести к увеличению общего возмущения и к уменьшению общественного благосостояния. В рассматриваемом примере это является следствием общих свойств кооперативного равновесия в повторяющейся игре: чем жестче наказание за уклонение, тем лучше равновесие, которое может быть достигнуто. В данной модели наказание состоит в возврате к формальному контракту, основанному на верифицируемой переменной x. Чем точнее эта переменная, тем выше доход от использования формального контракта, а следовательно, тем слабее наказание.

Аналогичные результаты могут быть получены в других контекстах. Например, в работе Kranton (1996) моделируется самоуправляемое повторяющееся хорошо согласованное взаимодействие между двумя сторонами. При этом последствиями мошенничества одной из сторон является переход к взаимодействию на анонимном рынке с худшей согласованностью, но с контрактами, которые могут быть принудительно исполнены. В этом случае улучшение согласованности на рынке приводит к ужесточению условия совместимости со стимулами сторон и к ухудшению исхода. Это приводит к кумулятивному процессу, в результате которого остается равновесие, в котором сохраняется только один из режимов.

В более общем случае можно доказать, что кооперация внутри группы является более прочной, если условия отклонения ухудшаются, то есть, при взаимодействии с не членами группы стороны получают худшие исходы. Таким образом, усиление внутригрупповой кооперации может требовать ухудшения межгрупповых отношений. Грубо говоря, чувство общности у членов группы может быть усилено путем нагнетания враждебности по отношению к другим группам. В работе Dugatkin (1999) эти вопросы обсуждаются в контексте отбора популяций в эволюционной биологии.

В экономическом контексте данный результат имеет потенциально серьезные приложения для развивающихся и переходных экономик, пытающихся ввести формальную систему регулирования контрактных отношений или улучшить существующую. Не следует думать, что нововведения мгновенно приведут к радикальным улучшениям. Организациям и людям необходимо время для экспериментирования и обучения. Полученный результат говорит о том, что процесс последовательного улучшения законодательства может приводить к временным потерям для экономики в результате ухудшения условий функционирования систем, основанных на реляционных договорах. В связи с этим должны быть более глубоко исследованы теоретические аспекты данного результата и связанные с ним эмпирические доказательства. В работе Johnson, McMillan, Woodruff (2002) приводится следующее утверждение, основанное на эмпирических данных: "В установившемся двустороннем реляционном взаимодействии именно характер данного взаимодействия определяет степень кооперации, независимо от эффективности судебного исполнения."Следствием этого утверждения является возможность постепенного улучшения работы судов без снижения общественного благосостояния. Однако, это противоречит теоретическому результату. Если теоретическая модель адекватна в широком контексте, эффективность судов будет несущественна для исхода реляционного взаимодействия только в случае, когда параметры модели попадают в область FB на рис.8, то есть, когда реляционный контракт приводит к first best. Это кажется маловероятным. Вторая возможность состоит в том, что верифицируемая переменная настолько неточна, что альтернативой реляционному контракту является не обращение в суд, а полный разрыв отношений. Это возникает при $K^2 < 2u_0$, соответствующей верхней области на рис.8. Такая ситуация более вероятна. Третья возможность состоит в том, что в рассмотренной теоретической модели упущены из виду какие-то важные аспекты реальности.

9.2 Понятие о справедливости: экспериментальные данные.

В последние годы экспериментальная экономика все увереннее занимает свое место среди устоявшихся разделов экономической науки. В частности, профессор Эрнст Фер (Fehr) из Цюриха провел ряд исследований, в которых в лабораторных условиях моделировались взаимоотношения между принципалом и агентом.

Один из экспериментов выглядел следующим образом. Из двух участников один (по жребию) должен был играть роль принципала, а другой — роль агента. Сначала принципал предлагал агенту определенный уровень зарплаты — от 0 до 10 (причем агент знал, что максимальная зарплата равна 10), а потом агент, в ответ на это предложение, выбирал уровень усилий (тоже от 0 до 10). В результате агент получал выигрыш, равный предложенной ему зарплате за вычетом издержек (возрастающих с ростом выбранных им усилий), а принципал — сумму, пропорциональную приложенным агентом усилиям, за вычетом выплаченной ему зарплаты.

Обоим участникам заранее объясняли, как связана сумма их выигрыша с выбранными ими ходами. При этом соблюдалась строгая анонимность — участники не видели друг друга и не знали, кто их партнер (они общались исключительно с помощью компьютера); им было также сказано, что эксперимент проводится однократно, и заканчивается с выплатой участникам указанного вознаграждения. Это позволяло избежать мотивации поведения, связанной со взаимодействием вне описанной игры.

Если считать, что агент максимизирует свой выигрыш, то, независимо от предложенной ему зарплаты, ему следует выбрать нулевой уровень усилий — ведь к этому моменту зарплата уже назначена. Соответственно, принципал, прогнозируя такое поведение агента, должен рационально выбрать нулевой уровень зарплаты. Таким образом, классическая теория игр прогнозирует, что в совершенном к подыграм равновесии будет выбрана нулевая зарплата и нулевой уровень усилий.

Между тем, этот теоретический прогноз радикально расходится с экспериментальными данными. Выясняется, прежде всего, что принципалы, как правило, предлагают агентам ненулевую зарплату, рассчитывая, что агенты, которым платят больше, будут прикладывать больше усилий (вопреки предсказаниям теории игр). Более того, оказывается, что их расчет оправдывается — более высокооплачиваемые агенты действительно прикладывают больше усилий, причем эта закономерность является статистически значимой.

В качестве одного из возможных объяснений изложенного феномена можно предложить понятие о справедливости, как самостоятельной ценности, входящей в функцию полезности участников рынка. Fehr, Schmidt (1999) предлагают спецификацию функции полезности, которая приводит к решениям, хорошо согласующимся с экспериментальными данными, однако его подход нельзя пока назвать общепринятым.

Таким образом, классическая теория взаимодействия принципала и агента нуждается в переосмыслении и развитии с учетом факторов, до сих пор не попадавших в фокус исследований, таких, как стремление к справедливости или желание «отплатить своему партнеру той же монетой», лежащих зачастую ближе к области психологии, чем классической экономики. Подробнее об этом — в статье Fehr, Falk (2002).

10 Неполные контракты.

Рассмотренные выше модели описывают оптимальную структуру контрактов в зависимости от последовательности действий и информированности сторон. Однако эти модели не объясняют ценность прав собственности. Как и теория общего неоклассического равновесия, теория полных контрактов (изложенная выше) *нейтральна* по отношению к перераспределению собственности. В теории общего равновесия объединение или разбиение фирм не изменяет производственных решений. В теории полных контрактов (то есть в теории, которая предполагает, что все имеющие значение переменных могут быть записаны в контракт) права собственности также не имеют значения (это один из вариантов теоремы Коуза). Неважно, кто владеет предприятием, если все действия наблюдаемы и верифицируемы в суде: можно составить контракт таким образом, что наемный работник будет защищен от произвола собственника и наоборот.

Однако в действительности контракты неполны — не все переменные или состояния мира можно записать в контракт (или верифицировать в суде), и именно поэтому права собственности имеют значение. Иногда для достижения эффективности необходимо написать полный контракт, и если в некоторых состояниях мира оказывается, что контрактное решение отсутствует, для общественного благосостояния важно кто принимает решение о разрешении конфликта. Обычно в контракте указано, что в ситуациях, не предусмотренным данным договором, стороны разрешают разногласия в соответствии с национальным законодательством. Однако национальное законодательство также не является полным контрактом, и в конце в концов все сводится к *остаточным правам контроля.* В соответствии с англосаксонской традицией права, остаточные права контроля и есть определение прав собственности.[30] По этому определению, собственник принимает решения, связанные с использованием актива при ограничениях, записанных в заключенном контракте и международном, национальном и региональном законодательстве. Так как естественно предположить, что собственник действует в своих интересах, различное распределение остаточных прав контроля (то есть прав собственности) существенно влияет на реальное распределение ресурсов, производственные решения и эффективность.

В данном пособии мы рассматриваем простейшую модель неполных контрактов, которая демонстрирует важность прав собственности.

Отметим еще одно важное предположение модели. Теория неполных контрактов рассматривает только ситуации со специфичными активами, то есть активами, рыночная стоимость которых существенно ниже, чем их ценность для участников контракта. Именно для создания стимулов к инвестициям в специфичные активы и необходимы контракты. Если агент вкладывает усилия в увеличение стоимости актива как для своего партнера, так и для внешних покупателей, контракт не нужен — агент защищен возможностью продать актив на рынке (на этом основана теория конкурентного рыночного равновесия). Если же актив специфичен, то конкуренция отсутствует и инвестиции могут быть защищены лишь контрактом (или — если контракт неполон — распределением прав контроля/собственности).

Теория неполных контрактов была разработана в последние 15 лет как формализация идей Коуза и Уильямсона. Впрочем, сами создатели теории новой институциональной экономики считают, что теория прав собственности Гроссмана-Харта-Мура, основанная на теории неполных контрактов, не в полной мере отражает все богатство идей НИЭ, см. Williamson (2000). При изложении модели неполных контрактов мы будем указывать на упрощающие предположения, которые, возможно, и отделяют ее от общей (но неформализованной теории НИЭ). Отметим, что существует целый ряд моделей, похожие на исходную модель Гроссмана-Харта-Мура, но отличающиеся в деталях.

10.1 Модель Grossman-Hart-Moore

Рассмотрим стандартную модель специфичных инвестиций. Есть два агента (предприятия): покупатель и продавец товара (типичный пример: угольный разрез и электростанция).[31] У каждого из них есть человеческий и физический капитал. Человеческий

---

[30] В континентальном праве собственность определяется как права fructus, usus и abusus, то есть права распоряжаться объектом, присваивать его плоды и продавать или сдавать его в аренду, что несколько отличается от англосаксонского определения. Тем не менее, на практике оба определения приводят к сходным результатам.

[31] Этот пример обсуждается чаще других, так как именно для угольной отрасли США Полом Джоскоу был проведен ряд эмпирических исследований и получены первые результаты о зависимости структуры контрактов от специфичности инвестиций. Другой стандартный пример — отношения между Дженерал Моторс и производителями кузовов братьями Фишер (см. статьи Алчияна и Демсеца и книгу Милгрома и Робертса).

капитал неотчуждаем, в то время как права собственности на физический капитал можно перераспределять. Человеческий капитал специфичен и дополняет физический.

Модель предполагает следующую последовательность действий. В момент времени $t = 0$ стороны договариваются о том, кто владеет активами и/или заключают контракт о торговле в момент времени $t = 1$. В момент времени $t = 1/2$ стороны (некооперативно) выбирают уровень специфичных инвестиций. В момент времени $t = 1$ стороны наблюдают результат инвестиций и осуществляют производство и торговлю. Вообще говоря, специфичные инвестиции повышают выигрыш обоих участников, однако стимулы для инвестиций могут быть ослаблены наличием проблемы hold-up. Если, например, покупатель отказывается покупать товар у продавца, то специфические инвестиции продавца пропадают — продавец может по-прежнему производить и продавать товар на рынке другим покупателям, однако для других покупателей специфичные инвестиции не имеют ценности.

Для простоты предположим, объем производства фиксирован (и нормализован к единице), так что в момент $t = 1$ производится и продается либо одна единица товара $q = 1$, либо ни одной $q = 0$. Покупатель может инвестировать β в увеличение предельной полезности от обладания товаром. Продавец может инвестировать σ в уменьшение предельных издержек при производстве товара. Возникает вопрос: как найти оптимальный уровень инвестиций.

$v(\beta, \omega)$ — предельная полезность покупателя (возрастает по β),

$c(\sigma, \omega)$ — предельные издержки продавца (убывают по σ),

$q = \{0, 1\}$ — объём торговли, p — цена товара.

Полезность и издержки зависят от размера инвестиций и состояния природы ω. В начальный момент времени заключается договор между агентами, затем происходит выбор уровня специфичных инвестиций и, в итоге, стороны наблюдают состояние природы, исполняют контракт или, если это выгодно, пересматривают его. Выигрыши покупателя и продавца равны, соответственно,

$$\begin{aligned} U^B &= (v - p)q - \beta, \\ U^S &= (p - c)q - \sigma. \end{aligned}$$

При полном контракте $p = p\,(\omega, \beta, \sigma)$, $q = q\,(\omega, \beta, \sigma)$. Общественно оптимальный уровень инвестиций определяется из задачи

$$E\{v - c\}q - \beta - \sigma \to \max_{q,\,\beta,\,\sigma},$$

которая эквивалентна следующей

$$E \max\{v - c, 0\} - \beta - \sigma \to \max_{\beta,\,\sigma}.$$

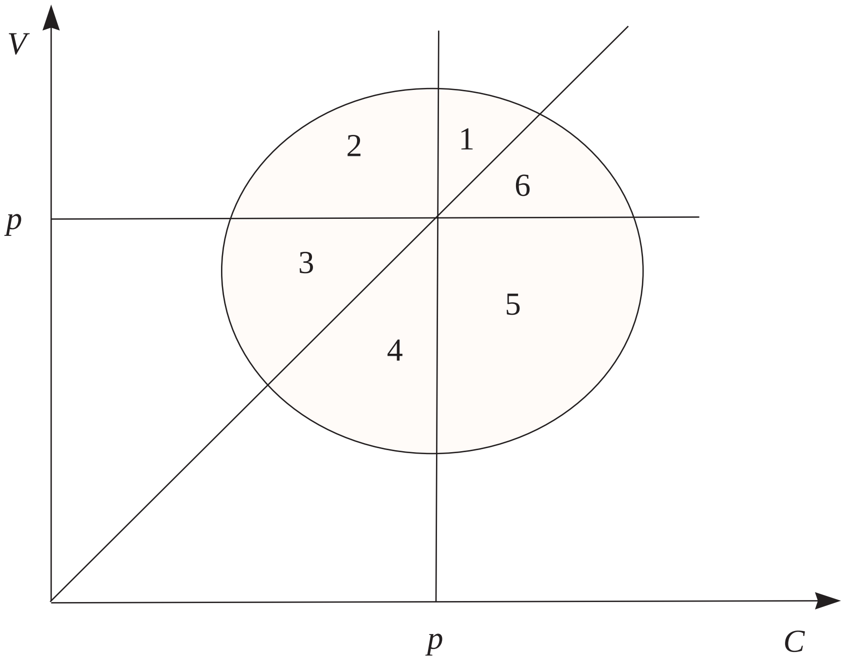

Рис. 9. Разбиение пространства исходов в зависимости от цены контракта.

Здесь мы воспользовались тем, что в оптимуме торговля происходит тогда и только тогда, когда $v \geq c$.

Можно легко подобрать полный контракт $p\ (\omega, \beta, \sigma)$, $q\ (\omega, \beta, \sigma)$ такой, что стороны выбирают оптимальный уровень инвестиций ($q = 1$ тогда и только тогда, когда $v \geq c$, причем p всегда лежит между v и c в случаях, когда $v \geq c$.).[32].

В случае неполноты контрактов ни инвестиции, ни состояние мира не могут быть записаны в контракт, так что p и q не могут зависеть от ω, β, σ. Единственный контракт, который можно подписать — это торговля по цене, не зависящей от состояния мира и инвестиций. Если стороны договорились торговать по цене p, разобьём множество возможных исходов на шесть частей (см. рисунок 9).

Все возможные исходы торговли приведены в Таблице 1. Отметим, что цены p^*, приведенные в строках 1 и 3, основаны на предположениях о процедуре переговоров, сделанных в статье Hart-Moore, которые, вообще говоря, не являются бесспорными.[33] Кроме того,

---

[32] Вообще говоря, для достижения оптимума даже необязательно иметь возможность записать в контракт инвестиции β, σ. Если есть возможность записать в контракт v и c или только ω, оптимум достижим. В последнем случае стороны подписывают следующий контракт:$q = 1$ тогда и только тогда, когда $v(\beta^*, \omega) \geq c(\sigma^*, \omega)$, причем p всегда лежит между $v(\beta^*, \omega)$ и $c(\sigma^*, \omega)$ в случаях, когда $v(\beta^*, \omega) \geq c(\sigma^*, \omega)$.

[33] Фактически, в случае $v > c > p$ исходный контракт предусматривает торговлю в убыток продавцу, поэтому покупатель предлагает торговать по цене $p^* = c + \varepsilon$. Контракт пересматривается (торговля добровольная), причем покупатель получает при этом всю переговорную силу. Аналогично рассматривается случай $p > v > c$. Впрочем, и при более общепринятых предположениях о переговорном процессе результаты будут аналогичными.

Таблица 1.

	q^*	p^*	Покупатель	Продавец
1) $v > c > p$	1	$c+\varepsilon$	$v-c-\varepsilon$	ε
2) $v > p > c$	1	p	$v-p$	$p-c$
3) $p > v > c$	1	$v-\varepsilon$	ε	$v-c-\varepsilon$
4) $p > c > v$	0	-	0	0
5) $c > p > v$	0	-	0	0
6) $c > v > p$	0	-	0	0

важно понимать, что в этой статье предполагается добровольность торговли, то есть что в суде нельзя доказать, по чьей именно вине имел или не имел места факт $q = 1$ (но сам факт торговли суд может установить). В следующем разделе мы рассмотрим модель, в которой предполагается, что можно доказать в суде, кто именно отказался от торговли.

Очевидно, что в оптимуме стороны будет недоинвестировать. Действительно, в случае 3 покупатель не получает плоды инвестиций, поэтому математическое ожидание его выигрыша в момент времени $t = 1$ будет меньше $E\max\{v - c, 0\}$. Аналогично, продавец не получает выигрыш от инвестиций в случае 1 и также недоинвестирует.

Стороны могут оказаться от заключения договора в первый момент времени и поделить выигрыш от торговли пополам $p = (v + c)/2$. Задача продавца, в этом случае, будет иметь вид

$$E\left(\frac{v+c}{2} - c\right) - \sigma \to \max_{\sigma}.$$

Инвестиции обоих участников будут меньше оптимальных, так как их стимулы уменьшились.

Рассмотрим теперь влияние распределения прав собственности в случае отсутствия контракта. Если покупатель приобретает активы продавца, то покупатель обладает полными правами распоряжения активами, поэтому переговоры ведутся с других исходных позиций. Если продавец и покупатель не договорятся о торговле, то специфичные инвестиции продавца пропадут: покупатель может может купить единицу товара на конкурентном рынке только по цене $c(0, \omega)$. При этом покупатель получит выигрыш $v(\beta, \omega) - c(0, \omega)$. Если же стороны договорятся о торговле по цене p^*, то выигрыш покупателя составит $v(\beta, \omega) - p^*$, а выигрыш продавца составит $p^* - c(\sigma, \omega)$. Вновь из предположения о равной переговорной силе получаем

$$[v(\beta, \omega) - p^*] - [v(\beta, \omega) - c(0, \omega)] = [p^* - c(\sigma, \omega)] - 0.$$

Таким образом, в результате переговором стороны договорятся о цене

$$p^* = \frac{c(0, \omega) + c(\sigma, \omega)}{2}.$$

Легко видеть, что в этом случае стимулы для инвестиций покупателя эффективны, но продавец получает лишь половину результатов инвестиций и следовательно недоинвестирует. Аналогично можно рассмотреть и случай, когда продавец покупает активы покупателя. Случай совместной собственности физического капитала фактически рассмотрен выше: в этом случае ни одна из сторон не может в одностороннем порядке использовать капитал для торговли с другими партнерами, так что в случае отсутствия договоренности обе стороны получают ноль, и цена устанавливается на уровне $(v+c)/2$. Таким образом, совместная собственность хуже всего. Действительно, стимулы к инвестициям в случае интеграции у собственника лучше, а у второй стороны такие же, как и при совместной собственности.[34]

Отметим, что изложенное выше понимание собственности не является единственно возможным. Например, в статьях De Meza и Lockwood (1998) и Chiu (1998) рассматривается другая структура переговорного процесса, при которой угроза собственника перейти к торговле с другими партнерами воспринимается не как постоянная угроза (threatpoint), а как внешняя возможность (outside option), так что в некоторых состояниях мира собственник действительно предпочитает уходить от исходного партнера. Если в постановке Гроссмана-Харта-Мура возможность собственника уйти сохраняется в течение всего процесса переговоров, то в постановке ДеМезы-Локвуда (или Чиу) собственник сначала принимает решение, уйти или остаться, и в последнем случае упускает возможность уйти навсегда. Таким образом, собственник должен сравнить свой выигрыш в случае ухода с выигрышем в случае, когда он останется будет вести переговоры о разделе квази-ренты как равноправный партнер. В этом случае собственность дает совершенно другие стимулы к инвестициям.

Действительно, допустим, что покупатель является собственником. Тогда после совершения инвестиций он получает выигрыш $\max\{v(\beta,\omega)-c(0,\omega),(v(\beta,\omega)-c(\sigma,\omega))/2\}$. Таким образом, его уровень инвестиций определяется как

$$\arg\max_{\beta} E_\omega \max\left\{v(\beta,\omega)-c(0,\omega),\frac{v(\beta,\omega)-c(\sigma,\omega)}{2}\right\}-\beta.$$

При этом уровень инвестиций покупателя можно найти из

$$\arg\max_{\sigma} E_\omega\left(\frac{-c(\sigma,\omega)}{2}\middle|\, v(\beta,\omega)-c(0,\omega)<\frac{v(\beta,\omega)-c(\sigma,\omega)}{2}\right)-\sigma.$$

Очевидно, что по сравнению с первой постановкой задачи стимулы к инвестициям и собственника, и его партнера ниже. Поэтому в этой модели совместная собственность может быть более эффективна.

В учебнике Salanie рассматривается третий вариант толкования прав собственности, когда (в случае добровольной торговли) собственник присваивает всю ренту ex post. Эта модель предполагает, что собственник имеет полное право распоряжаться активом и назначать цену в пределах, позволяющих второму участнику получать неотрицательную

---

[34] Существует ряд исследований, которые показывают, какие именно предположения модели Харта-Мура нужно отбросить, чтобы «оправдать» совместную собственность (см., например, Halonen (1997)).

ренту. Например, если собственником является покупатель, то $p = c$. В этом случае собственник имеет эффективные стимулы, а вторая сторона не имеет никаких стимулов к инвестициям. Отметим, что в этой модели совместная собственность может быть лучше, чем вертикальная интеграция, так как дает небольшие стимулы обоим участникам. Эта модель, впрочем, заслуженно критикуется как слишком простая: теория прав собственности не сводится к перераспределению переговорной силы. Большинство экономистов считают, что соотношение переговорной силы участников задано экзогенно и его изменить при помощи прав собственности невозможно.[35] Другое дело — отправные точки переговоров.

Изложенная выше модель может быть также обобщена и на случай кросс-эффектов инвестиций, когда v зависит не только от β, но и от σ (а c, в свою очередь, зависит и от σ, и от β). Основные проблемы, связанные с таким типом задач, заключаются в том, что агентов трудно заинтересовать в увеличении полезности партнера. Также возникают проблемы с тем, что в некоторых состояниях природы торговля невыгодна и контракт должен быть пересмотрен. Вообще говоря, в этих моделях достижение общественного оптимума практически невозможно.

Существует также ряд моделей с последовательными инвестициями, когда один агент принимает решения об инвестициях, наблюдая выбор другого. В этих моделях достичь общественный оптимум гораздо проще, даже при предположении, что сделанные одним агентом инвестиции наблюдаемы, но не верифицируемы. Идея очень проста — необходимо сначала отдать первому агенту права собственноти, но второму агенту предоставить опцион на выкуп прав собственности по фиксированной цене после того, как он наблюдает инвестиции первого агента, и перед тем, как он инвестирует сам. Тогда, если выкуп состоится, у второго агента будут все стимулы к инвестициям. При этом выкуп состоится, только если первый агент инвестирует достаточно много (иначе второму агенту невыгодно платить оговоренную в контракте цену). Первый агент также заинтересован в инвестициях — если выкуп не состоится, второй агент не будет инвестировать, и активы, оставшиеся в собственности у первого агента, не дадут ему большого дохода. Оказывается (см. Nöldeke and Schmidt (1998)), что при определенных предположениях можно так подобрать цену выкупа, что достигается общественный оптимум.

10.2 Опционы.

Один из наиболее часто используемых способов преодоления неэффективности, возникающей в случае неполноты контрактов, заключается в предоставлении одной из сторон опционного контракта (на покупку или продажу). Например, продавец подписывает контракт, в соответствии с которым он обязуется продать покупателю заданное количество товара по заданной цене, если покупатель этого пожелает. Или покупатель обязуется купить у продавца заданное количество товара по заданной цене, если продавец этого

---

[35] В работе Aghion, Dewatripont, Rey (1994) показано, что в очень общем случае, даже если выбор q существенно богаче, и стороны не являются нейтральными к риску, возможность перераспределять переговорную силу всегда приводит к достижению общественного оптимума.

захочет. Естественно, опционный контракт также скорее всего неполон и его выполнение неэффективно. Однако он дает его владельцу возможность угрожать противной стороне и, следовательно, надеяться на более выгодный исход пересмотра контракта. Предположим, как и прежде, что кросс-эффекты отсутствуют и стороны обладают равной переговорной силой.[36]

Предположим, что стороны заключили следующий контракт: в конце периода S может продать товар по цене $\overline{p}$ и покупатель обязан будет его купить. Естественно, данный контракт имеет смысл только тогда, когда суд может установить кто именно виноват в срыве торговли (то есть не имеет места предположение о добровольной торговле). Продавец может предъявить суду факт поставки товара, и суд может обязать покупателя выплатить продавцу $\overline{p}$ в исполнение контракта.

Рассмотрим возможные ситуации:

1. Случай $\overline{p} < c < v$. Продавец не заинтересован в использовании опциона, так что цена определяется в результате переговоров ex post, происходит торговля по цене $\overline{p} = (v + c)/2$.
2. Случай $c < \overline{p} < v$. Продавец использует опцион. Торговля происходит по цене $\overline{p}$.
3. Случай $c < v < \overline{p}$. Происходит торговля по цене $\overline{p}$. Покупатель был бы рад отказаться, но продавцу нет смысла идти на уступки.
4. Случай $v < c < \overline{p}$. Производство неэффективно, но продавец может угрожать исполнением контракта и заставляет покупателя откупиться и заплатить за это t. Величина t определяется в процессе переговоров. В случае реализации опциона продавец получает $\overline{p} - c > 0$, а покупатель получает $\overline{p} - v < 0$. Так как стороны обладают равной переговорной силой, $t = (\overline{p} - c) + 1/2(c - v) = \overline{p} - 1/2(v + c)$.
5. Случай $v < \overline{p} < c$. Продавец не использует опцион, торговля не происходит.
6. Случай $\overline{p} < c < v$. Продавец не использует опцион, торговля не происходит.

Все возможные исходы приведены в таблице 2.

Оказывается, что можно подобрать такое $\overline{p}$, что будет достигнут социальный оптимум. Действительно, для достижения общественного оптимума достаточно, чтобы покупатель получал v в случае $v \geq c$ и 0, когда $v < c$, а продавец получал $-c$ вслучае $v \geq c$ и 0 в обратном случае. Из Таблицы 2 видно, что в ситуации 1 стороны получают слишком слабые стимулы, однако это компенсируется ситуацией 4. Если выбрать достаточно низкую цену $\overline{p}$, так что случай 4 никогда не имеет места, а случай 1 имеет место с положительной вероятностью, то стимулы к инвестициям будут слишком низкими по сравнению с общественным оптимумом. Если же выбрать достаточно высокое $\overline{p}$, так что случай 1 никогда

---

[36] Как показано во многих работах, экзогенное изменение распределения переговорной силы приводит к количественным, но не качественным изменениям результатов.

Таблица 2.

	q^*	Покупатель	Продавец
1. Случай $v > c > \overline{p}$	1	$v/2 - c/2$	$v/2 - c/2$
2. Случай $v > \overline{p} > c$	1	$v - \overline{p}$	$\overline{p} - c$
3. Случай $\overline{p} > v > c$	1	$v - \overline{p}$	$\overline{p} - c$
4. Случай $\overline{p} > c > v$	0	$c/2 + v/2 - \overline{p}$	$\overline{p} - c/2 - v/2$
5. Случай $c > \overline{p} > v$	0	0	0
6. Случай $c > v > \overline{p}$	0	0	0

не происходит, зато вероятность случая 4 достаточно высока, то стимулы к инвестициям будут слишком большими по сравнению с общественным оптимумом. Следовательно, если распределение вероятности непрерывно, то существует такое $\overline{p}$, что стороны имеют эффективные стимулы к инвестициям.

11 Разработка механизмов (mechanism design).

В этой главе мы опишем ещё одно направление исследований, популярное в современной теории контрактов (и даже более широко, в теории игр). По-английски это направление называется mechanism design; на русский язык это словосочетание можно перевести как «разработка оптимальных механизмов».

Для начала упомянем популярный аукцион Викри (он же аукцион второй цены). А именно, пусть есть один продавец одной единицы (неделимого) товара и несколько потенциальных покупателей, каждый из которых обладает собственной, известной лишь ему, оценкой этого товара и может только догадываться об оценках своих конкурентов.[37] Процедура такова: все участники одновременно (скажем, в запечатанных конвертах) сообщают аукционеру цену, которую они готовы заплатить за товар; затем аукционер вскрывает все конверты и передает товар покупателю, предложившему наибольшую цену, однако взыскивает с него не эту самую большую цену, а цену, вторую по величине (отсюда и название). Поразмышляв, нетрудно убедить себя в том, что при такой процедуре доминантная стратегия любого покупателя — указывать свою истинную оценку товара.

Таким образом, налицо процедура (или, как говорят, *механизм*), позволяющий выявить истинные оценки покупателей, не зная их предварительно, да ещё и в доминантных стратегиях (такое на самом деле удается сделать редко, обычно в ход идут более слабые теоретико-игровые концепции решения, такие, как равновесие Нэша, равновесие Байеса-Нэша или равновесие, совершенное к подыграм). При этом товар достается покупателю, который ценит его выше всего, то есть имеет место эффективность аукциона (одно из свойств, которые в теории аукционов считаются желательными).

---

[37] Имеется ввиду простейшая в теории аукционов постановка, при которой оценки покупателями товара независимы; сколько-нибудь подробное изложение теории аукционов, однако, выходит за рамки настоящего пособия, здесь аукционы используются лишь для иллюстрации

11.1 Общее определение. Принцип выявления (revelation principle).

Рассматривается ситуация несовершенной информации, в которой налицо экономические агенты $1, \dots, N$; агент i обладает частной информацией θ_i (обычно это тип агента i, например, его оценка какого-либо товара, параметр издержек производства и т.д.); общим знанием является условное распределение $F(\theta_{-i}|\theta_i)$. Кроме того, есть еще планирующий орган — разработчик механизма (по-английски social planner), который не знает ничего про $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_N)$, но хочет реализовать (или, как принято говорить в данной теории, *имплементировать*) некоторую (возможно, многозначную) функцию общественного выбора $F \in \Theta \times A$, где A — некоторое множество доступных альтернатив (например, кто что должен произвести, кому отдать, сколько денег получить/заплатить и т.д.). Под *механизмом* мы понимаем игру M, g, в которой агент i имеет множество стратегий M_i (его элементы $m_i \in M_i$ интерпретируются как сообщения, посылаемые им в механизм), результат игры определяется в зависимости от этих сообщений: $g_i = g_i(m_1, \dots, m_N)$. Важно подчеркнуть, что собственно механизм (который надо понимать как некий «черный ящик», перерабатывающий сообщения игроков в указания к действию) не должен зависеть от θ — ведь механизм создается разработчиком, который не знает θ.

Говорят, что механизм M, g имплементирует функцию общественного выбора $F(\theta)$, если $F(\theta)$ содержится в множестве $g(m_1(\theta_1), \dots g(m_N(\theta_N))$, где $m_i(\theta_i)$ — равновесная (в смысле какой-либо принятой концепции равновесия) стратегия агента i при имеющейся у него информации θ_i и представлениях об информации, которой располагают другие игроки $F(\theta_{-i}|\theta_i)$.

В зависимости от конкретного класса ситуаций возникают разные задачи имплементации. Однако можно сформулировать следующую идею поразительной общности (несмотря на свою, в общем, очевидность): без ограничения общности можно считать $M_i = \Theta_i$, то есть, считать, что сообщение агента есть просто его тип, причем (опять же, без ограничения общности) в равновесии агенту будет выгодно сообщать свой истинный тип.

Точнее эту мысль (известную как revelation principle) можно сформулировать так: если существует механизм M, g, имплементирующий $F(\theta)$, то существует и механизм Θ, g' (механизмы с $M = \Theta$ называются *прямыми*), также имплементирующий $F(\theta)$, в котором игроки будут в равновесии (имеется ввиду та же концепция равновесия, что и в механизме M, g) сообщать свой истинный тип.

Доказательство revelation principle очень простое: по данному механизму M, g строится механизм Θ, g', где $g'(\theta)$ есть $g(m^*(\theta))$ для равновесных (по отношению к M, g) сообщений $m^*(\theta)$. Иными словами, если агенты при игре в каком-то механизме выбирают свои сообщения равновесным образом, то можно предложить комбинированный механизм, который, неформально говоря, выполняет за игроков работу по преобразованию их типов в эти равновесные сообщения, а уж потом запускает исходный механизм. Ясно, что обманывать этот новый механизм (то есть, неверно сообщать свой тип) невыгодно, иначе сообщения $m^*(\theta)$ не были бы равновесными.

В следующем параграфе мы рассмотрим простое, но одно из наиболее известных приложений mechanism design.

11.2 Теорема Майерсона-Саттэртуэйта.

Рассматривается ситуация двусторонней торговли. Продавец обладает одной единицей (неделимого) товара, которую покупатель хотел бы приобрести. Однако товар этот некоторым образом уникален: рынка на него (и, соответственно, рыночной цены) нет. Продавец и покупатель обладают собственными оценками товара (соответственно, θ_1 и θ_2), являющимися их частной информацией; общим знанием являются их функции распределения $F_i(\theta_i)$ с носителем $[a_i; b_i]$; при этом предполагается, что плотности распределения положительны на всем носителе.

Результат действия механизма, обеспечивающего торговлю в этой ситуации, является пара (q, p), где q — вероятность торговли, а p — денежный трансфер от покупателя к продавцу (который можно было бы назвать ценой, но мы расширяем общность, допуская ненулевой трансфер даже для $q = 0$). Задача состоит в построении механизма, который бы обеспечил (в равновесии Нэша) торговлю ровно тогда, когда это эффективно: $q = 1$ при $\theta_1 < \theta_2$ и $q = 0$ при $\theta_1 > \theta_2$ (это функция $F(\theta)$, которую мы хотим имплементировать). В соответствии с revelation principle, можно ограничиться прямыми механизмами. При этом еще накладывается ограничение добровольного участия: ни одна из сторон не может быть насильно привлечена к участию в торговле. Более или менее ясно, что достаточно заинтересовать в участии только игроков «крайних» типов: $\theta_1 = b_1$ и $\theta_2 = a_2$.

Если $b_1 \leq a_2$, то механизм построить легко: достаточно взять $M = \emptyset$ (у игроков можно ничего не спрашивать), положить $q = 1$ и выбрать любое значение $p \in [b_1, a_2]$ (если мы хотим прямой механизм, то сначала можно у игроков спросить их тип, но ответы их игнорировать). Несложно его построить и для случая $b_2 < a_1$ (опять $M = \emptyset$, $q = 0$ и $p = 0$). Интересен, однако, случай, когда торговля $q = 1$ оптимальна иногда, но не всегда. Результат, содержащийся в работе Myerson and Satterthwaite (1983) состоит в том, что в ситуации с перекрывающимися носителями θ_1 и θ_2 искомого механизма (при ограничении добровольного участия) не существует.

11.3 Строгая имплементация при симметричной информации.

В этом параграфе мы опишем еще один известный результат в mechanism design, принадлежащий Эрику Маскину (Maskin, 1999). Постановка задачи здесь несколько другая, чем в ситуации предыдущего параграфа, причем сразу в двух аспектах.

Во-первых, информация, которой обладают агенты, предполагается симметричной: $\Theta_i = \Theta$. Это значит, что все заинтересованные стороны (но не разработчик!) знают «всё про всех» (в этой ситуации обычно говорят о «состоянии» θ, а не о типах агентов). Заметим, что эта как раз ситуация, рассмотренная в главе о неполных контрактах: θ наблюдаема (всеми игроками), но неверифицируема (ненаблюдаема разработчиком).

В такой ситуации прямой механизм, имплементирующий (в равновесии Нэша) *любую* функцию общественного выбора, построить нетрудно. Достаточно предложить всем назвать θ, и если сообщения совпадают, то делать, как предписано функцией $F(\theta)$; а если не совпадают (хотя бы какие-то два), то всех расстрелять (раздать полезность $-\infty$). Ясно, что тогда называть истинное θ — равновесный набор стратегий для всех агентов (даже для тех, кому $F(\theta)$ не сулит ничего хорошего). Однако этот результат не вполне удовлетворителен: ведь равновесий Нэша существует очень много (координация на любом сообщении θ' будет равновесием, а при $N > 2$ и $|\Theta| > 2$ будут еще и трагические равновесия). Поэтому естественно усилить требование к имплементации. Это усиление носит название строгой имплементации и составляет вторую отличительную черту постановки Маскина: требуется, чтобы множество $F(\theta)$ *совпадало с* множеством равновесных исходов механизма (а не просто содержалось в нем).

Отметим, что при этом требовании от revelation principle толку мало: ведь revelation principle говорит, что для любого механизма найдется прямой, имплементирующий (нестрого!) тот же результат. Но этот прямой механизм может иметь нежелательные равновесия (кроме того, которое предусматривает правдивое сообщение своего типа всеми участниками) и, как мы видели, таких равновесий может оказаться очень много; поэтому ограничиться рассмотрением прямых механизмов в общей ситуации не удается. Например, в аукционе второй цены следующий набор стратегий является равновесным (проверьте!): один из игроков пишет баснословно высокую цену (заведомо превышающую любые возможные оценки участников), а остальные пишут ноль.[38] Так что механизм аукциона второй цены имплементирует эффективную передачу товара, но имплементирует не строго.

Возникает вопрос: какими свойствами должна обладать функция общественного выбора $F(\theta)$, чтобы ее можно было строго имплементировать в равновесии Нэша? Неожиданно изящный ответ был дан Маскиным.

Для каждой общественной альтернативы a и игрока i обозначим через $L_i(a, \theta)$ множество альтернатив, которым игрок i предпочитает альтернативу a в состоянии θ. Дадим следующее определение:

Функция общественного выбора $F(\theta)$ называется монотонной (по Маскину), если

$$\forall \theta, \theta' \in \Theta \quad \forall a \in F(\theta) \qquad (\forall i = 1, \dots, N \quad L_i(a, \theta) \subseteq L_i(a, \theta')) \Rightarrow a \in F(\theta').$$

Словами это означает вот что: если альтернатива a выбиралась в состоянии θ, а при переходе к состоянию θ' она ни для кого не потеряла в привлекательности по сравнению с другими альтернативами, то она должна выбираться и в состоянии θ'.

Необходимое условие для того, чтобы функцию общественного выбора $F(\theta)$ можно было строго имплементировать (в равновесии Нэша) состоит в том, что $F(\theta)$ должна быль

---

[38] Наличие таких равновесий означает, что в аукционе второй цены можно организовать самоподдерживающийся тайный сговор между игроками — если они заранее выберут, кто будет победителем, то потом остальные не будут иметь стимул сепаратно выйти из сговора. Это свойство аукционов второй цены может объяснять, почему они так редко используются. Другие объяснения содержатся в работе Rothkopf, Teisberg, and Kahn (1990).

монотонна. Действительно, предположим, что найдется механизм, строго имплементирующий $F(\theta)$. По определению это означает, что найдется набор равновесных (в состоянии θ) стратегий $(m_1, \ldots, m_N)$, результатом которого является альтернатива $a \in F(\theta)$. Если теперь при переходе в состоянию θ' альтернатива a ни для кого не потеряла в сравнительной привлекательности, то тот же набор стратегий $(m_1, \ldots, m_N)$ будет равновесным и в состоянии θ' (почему?). Значит, для строгой имплементации необходимо $a \in F(\theta')$, то есть, F должно быть монотонным.

Выясняется, что для $N \geq 3$ монотонность является также и почти достаточным условием строгой имплементируемости функции общественного выбора $F(\theta)$. «Почти» означает, что требуется дополнительное условие отсутствия права вето («no veto power condition»): если все игроки (кроме, быть может, одного) в состоянии θ полагают, что некоторая альтернатива a^* является самой лучшей из всех альтернатив, то $a^* \in F(\theta)$. Это условие довольно слабое: почти во всех мыслимых ситуациях подобной a^* просто нет (у агентов, как правило, конфликтующие предпочтения, например, если альтернативы включают возможность трансфертов от одного агента к другому).

Доказательство достаточности (конструктивное, т.е., состоящее в непосредственном предъявлении соответствующего механизма) содержится в статье Маскина (Maskin, 1985). Таким образом, монотонность является необходимым условием строгой имплементируемости в равновесии Нэша, а при $N \geq 3$ почти всегда и достаточным. Надо сказать, что при $N = 2$ ситуация значительно более запутанная (и в рамках этих страниц не подвергающаяся описанию).

После описанной работы Маскина был опубликован целый ряд работ, в которых обсуждались необходимые и достаточные условия строгой имплементации при симметричной информации, с использованием разных концепций равновесия (например, равновесия, совершенного к подыграм, равновесия без слабо доминируемых стратегий и пр.). Наиболее яркие работы на доступном уровне описаны в обзоре Moore (1992).

Список литературы

[1] Aghion P., Dewatripont M., Rey P. Renegotiation design with unverifiable information // Econometrica, vol. 62 (1994), 257 - 282.

[2] Alchian A.A., Demsetz H. The Property Rights Paradigms // Journal of Economic History, vol. 33 (1973), 16 - 27.

[3] Baker G., Gibbons R., Murphy K.J. Subjective Performance Measures in Optimal Incentive Contracts // Quarterly J. of Economics, vol.109 (1994), 1125 - 1156.

[4] Baker G., Gibbons R., Murphy K.J. Relational Contracts and the Theory of the Firm // Quarterly J. of Economics, vol.117, #1 (2002), 39 - 84.

[5] Bolton P., Dewatripont M. Contract Theory. - MIT Press, 2004.

[6] Bull C. The Existence of Self-Enforcing Implicit Contracts // Quarterly J. of Economics, vol.102 (1987), 147 - 159.

[7] Che Y.K., Hausch D.B. Cooperative investments and the value of contracting // American Economic Review, vol.89, #1 (1999), 125 - 147.

[8] Chiu Y.S. Noncooperative bargaining, hostages, and optimal ownership. // American Economic Review, vol.88 (1998), 882 - 901.

[9] Cho I.-K., Kreps D. Signaling Games and Stable Equilibria // Quarterly J. of Economics, vol.102 (1987), 179 - 221.

[10] Dugatkin L.A. Cheating Monkeys and Citizen Bees: The Nature of Cooperation in Animals and Humans. - NY: The Free Press, 1999.

[11] Fama E.F. Agency Problems and the Theory of the Firm // Journal of Political Economy, vol.88 (1980), 288 - 307.

[12] Fehr E., Falk A. Psychological Foundations of Incentives // CESifo w.p. #714. CESifo, GmbH, 2002.

[13] Fehr E., Schmidt K. A Theory of Fairness, Competition and Cooperation // Quarterly J. of Economics, vol.114 (1999), 817 - 868.

[14] Fudenberg D., Tirole J. Game Theory. - Cambridge, Mass., London, 1991.

[15] Grossman S., Hart O. The costs and benefits of ownership: A theory of vertical and lateral integration // J. of Political Economy, vol.94 (1986), 691-719.

[16] Hart O., Moore J. Property Rights and the Nature of the Firm // J. of Political Economy, vol.98 (1990), 1119-1158.

[17] Halonen M. A Theory of Joint Ownership. - Univ. of Bristol, 1997.

[18] Holmström B. Moral Hazard in Teams // Bell Journal of Economics, vol.13 (1982), 324 - 340.

[19] Holmström B., Milgrom P. Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives // Econometrica, vol.55 (1987), 303-328.

[20] Johnson S., McMillan J., Woodruff C. Property Rights and Finance // NBER working paper #7928 (2002).

[21] Kranton R. Reciprocal Exchange: A Self-Sustaining System // American Economic Review, vol.86, #4 (1996), 830 - 851.

[22] Laffont J.J., Martimort D. The Theory of Incentives. - Princeton University Press, 2002.

[23] Lazear, P., Rosen, S., Rank-Order Tournaments as Optimum Labor Contracts // J. of Political Economy, vol.89 (1981), 841-864.

[24] Lockwood B., de Meza D. Does asset ownership always motivate managers? // Quarterly J. of Economics, vol.113 (1998), 361-386.

[25] Mas-Colell A., Whinston M.D., Green J.R. Microeconomic Theory. - Oxford: Oxford Univ. Press, 1995.

[26] Maskin E. Nash Equilibrium and Welfare Optimality // Review of Economic Studies, vol.66 (1999), 23 - 38.

[27] Milgrom P., Roberts J. Economics, Organization and Management. - Englewood Clis, NJ: Prentice Hall, 1992.

[28] Moore J. Implementation, contracts and renegotiation in environments with complete information // In: Laffont J.J. (ed.) Advances in Economic Theory. - Cambridge University Press, 1992.

[29] Myerson R., Satterthwaite M. Efficient Mechanisms for Bilateral Trading // J. of Economic Theory, vol. 29 (1983), 265 - 281.

[30] Noldeke G., Schmidt K. Option contracts and renegotiations: A solution to the hold-up problem // Rand J. of Economics, vol.26, #2 (1995), 163 - 179.

[31] Rothkopf M.H., Teisberg T.J., Kahn E.P. Why are Vickrey auctions rare? // J. of Political Economy, vol.98, #1 (1990), 94 - 109.

[32] Salanie B. The Economics of Contracts. - Cambridge: MIT Press, 1997.

[33] Spence M. Job Market Signaling // Quarterly J. of Economics, vol.87 (1973), 355 - 375.

[34] Stiglitz J.E., Weiss A.W. Credit Rationing in Markets with Imperfect Information // American Economic Review, vol.71, #3 (1981), 393 - 410.

[35] Williamson O.E. The Economic Institutions of Capitalism: firms, markets, relational contracting. - NY: Free Press, 1985.

[36] Williamson O.E. The New Institutional Economics: Taking Stock, Looking Ahead // J. of Economic Literature, vol.38, #3 (2000), 569 - 613.