РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

Савватеев Алексей Владимирович

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОРРУПЦИИ И ЛОББИРОВАНИЯ В ПЕРЕХОДНЫХ ЭКОНОМИКАХ

Специальность 08.00.13 — «Математические и инструментальные методы экономики»

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание учёной степени кандидата экономических наук

Научный руководитель:
член-корреспондент РАН, д.э.н. Полтерович В.М.

Москва — 2003

Оглавление

Введение

Актуальность исследования

Лоббирование и коррупция являются частными случаями процессов присвоения ренты, получивших широкое распространение в переходных экономиках. Изначально термин «рента» обозначал плату за использование какого-либо ресурса, например, земельного участка (Alchian 1991), но впоследствии рентой стали называть любой доход, порождаемый эксклюзивным правом на владение и использование какого-либо актива. Например, можно говорить о ренте, проистекающей из занятия кем-либо монопольной позиции (Tullock 1980), из прав на экспортирование своего товара по ценам, превышающим внутренние (Krueger 1974), и т.п. Рента возникает всвязи с любым ограничением в экономической системе, естественным или искусственным, но в случае возникновения новых барьеров характерной чертой возникновения ренты является то, что высвобождающаяся прибыль становится предметом состязания экономических агентов, состязания, в процессе которого ресурсы тратятся впустую. Подобного рода состязание получило название борьбы за ренту (Tullock 1991).

Впоследствии и этот термин стал использоваться более широко, обозначая любую деятельность, в процессе которой ресурсы агентов используются с целью перераспределения экономических активов в свою пользу (Aslund 1995). Как правило, в процессе борьбы за ренту практикуются такие методы как дача взяток, лоббирование и т.п. В переходных экономиках произошло высвобождение большого объёма ренты, источником которой стали многочисленные изменения ограничений в результате реформ: либерализация внешней торговли при громадной разнице цен мирового рынка и внутренних цен, приватизация государственной собственности, и т.п. Поэтому не удивительно, что процессы присвоения ренты, в частности, лоббирование и коррупция, стали характерны для экономик переходного периода.

Лоббирование и коррупция - связанные друг с другом явления, потому что дача взятки является типичным инструментом лоббистской деятельности. Следовательно, лоббирование, как правило, сопровождается коррупцией. В процессе перехода России к рыночной экономике действительно наблюдался всплеск коррупции, о чём свидетельствует, например, (Transparency International 2002). В условиях широкого распространения таких нежелательных явлений, как коррупция и лоббирование, более эффективными являются не прямые, а косвенные методы борьбы с ними. Например, как показано в (Полтерович 1998), прямые методы борьбы с коррупцией (увеличение штрафа, усиление контроля) могут не принести вообще никакого улучшения, если коррупция в системе тотально распространена. Широкое распространение коррупции и лоббирования в странах переходной экономики подсказывает существование неких внутренних причин, отвечающих за устойчивость негативных шаблонов экономического поведения в этих странах. При этих условиях построение и анализ моделей может подсказать правильную экономическую политику в отношении явлений лоббирования и коррупции.

Цель и задачи исследования

Целью исследования является модельный анализ проблем, связанных с рентоориентированным поведением, а именно: а). выявление причин, в силу которых общество не противодействует неэффективному перераспределению ресурсов путём лоббирования; б). изучение принципов оптимального контроля коррупции и других видов незаконного присвоения ренты. Конкретно, в работе анализируются следующие вопросы:

- Возможно ли, что неэффективная экономическая среда, в которой налоговые сборы перераспределяются посредством субсидий, за которые предприятия борются путём лоббирования, оказывается выгодной для большинства производителей? Какие агенты в этом случае голосуют против рационализации промышленной политики (т.е. проведения реформы, отменяющей распределение субсидий на основе лоббирования)?

- Как влияет дифференциация сообщества производителей по отношению к начальному распределению ресурса на сравнительную оценку режимов с лоббированием и без него? Какие свойства производственной функции обуславливают всеобщую поддержку перехода к режиму без раздачи субсидий?

- Можно ли говорить об оптимальной стратегии подавления коррупции? Как охарактеризовать коалиционно устойчивые Парето-оптимальные стратегии борьбы с коррупцией?

- В случае, когда есть возможность повлиять на размер взятки, предлагаемой чиновникам, в каком секторе это стоит сделать, в секторе, где размер взятки и так невелик, или в том, где предлагаются значительные суммы?

Теоретические и методологические основы

Теоретической основой исследования являются работы, моделирующие процессы присвоения ренты и лоббирование, выполненные такими зарубежными учеными как Таллок Г., Крюгер А., Гроссман Г., Акемоглу Д., Скапердас С., Полищук Л., Лу Д.; а также работы, анализирующие коррупционные равновесия, выполненные российскими и зарубежными учеными, в частности, Тиролем Ж„ Роз-Аккерман С., Эриксоном Р., Шляйфером А., Полтеровичем В.М., Васиным А.А.. Математический аппарат исследования во многом базируется на работах Тарского А., Аумана Р., Топкиса Д., Милгрома П., Мулена Э. и других. Работа опирается на эмпирические исследования Левина М.И., Бардана П., Ослунда А. и других.

Научная новизна

1. В отличие от имеющихся работ, посвященных сходным проблемам, модель лоббирования, изучаемая в главе 2, связывает одобрение (или неодобрение) агентами-производителями реформы промышленной политики (ограничивающей практику распределения субсидий на основе лоббирования) со свойствами производственной функции;

2. В рамках выбранного подхода показано, что в сообществе производителей может сложиться ситуация, при которой большинство из них не одобряет реформу промышленной политики; более того, возможно сколь угодно широкое, почти 100-процентное, одобрение режима с раздачей субсидий на основе лоббирования, несмотря на суммарный проигрыш в экономической эффективности;

3. Выведены условия, гарантирующие невозможность аномального отношения к совершенствованию системы в сообществе производителей. Эти условия состоят в том, что либо предельная производительность падает не слишком быстро с расширением производства, либо различные производители, борющиеся за субсидии в рамках одной программы их распределения, обладают примерно одинаковой эластичностью предельных затрат производства. Последнее условие может нарушиться, в частности, тогда, когда в рамках одной и той же программы распределения субсидий участвуют как старые, крупные предприятия (у которых производственные возможности практически исчерпаны), так и новые, нуждающиеся в субсидиях, но не имеющие возможности тратить средства на лоббирование.

4. Построена модель выбора оптимальной стратегии подавления коррупции в рамках игры по Штакельбергу, со множеством игроков второго уровня.

5. Впервые в явной форме ставится вопрос о выборе стратегии, устойчивой по отношению к скоординированному поведению подчиненных; вводится класс пороговых стратегий, и показывается, что пороговые стратегии являются устойчивыми. Впервые вводится понятие

Парето-оптимальной стратегии подавления коррупции; такие стратегии описываются в классе пороговых стратегий;

6. При исследовании устойчивых стратегий получены условия существования и единственности сильного равновесия Нэша (т.е., равновесия Нэша, устойчивого относительно скоординированного поведения игроков), которые до сих пор в теоретико-игровой литературе не были известны;

7. Выявлен *эффект цепной реакции*, характеризующий пороговые стратегии. Эффект этот заключается в том, что уменьшение числа агентов, интенсивность коррупционной деятельности которых выше критического уровня, позволяет контролирующему органу осуществлять более эффективную борьбу с наиболее коррумпированными агентами. В результате стимулы последних к коррупционному поведению ослабевают, и они могут тоже снизить свой уровень коррумпированности. Следствием эффекта цепной реакции является большая заинтересованность контролирующего органа в снижении размера взятки, предлагаемой наименее коррумпированным агентам, по сравнению с наиболее коррумпированными.

Практическая значимость

Проведённый в работе анализ позволяет сделать ряд выводов, касающихся контроля над рентоориентированным поведением, в частности, над лоббированием и коррупцией. Показано, что одной из предпосылок противодействия совершенствованию промышленной политики является дифференциация предприятий, борющихся за субсидии в рамках одной программы их распределения, по параметру эластичности предельных затрат производства. Зачастую эластичность предельных затрат низка у старых, крупных предприятий, у которых производственные возможности практически исчерпаны, и которым, соответственно, выдавать субсидии не является общественно оптимальным. Если же они участвуют в борьбе за субсидии вместе с молодыми предприятиями, у которых эластичность предельных затрат велика, то при распределении субсидий на основе лоббирования последние получат малую, общественно неоптимальную долю субсидий. Следует учитывать это соображение при группировке предприятий в рамках промышленной политики.

В ходе борьбы с коррупцией, налогоукрытием, а также другими видами нарушений, связанных с возможностью координирования действий различных нарушителей, могут быть предложены описанные в работе пороговые стратегии как коалиционно устойчивые; более того, в работе сформулированы принципы выбора оптимальной пороговой стратегии.

Выявленный в работе эффект цепной реакции позволяет ответить на следующий вопрос. Предположим, что при борьбе с коррупцией существует возможность повлиять на размер взятки, предлагаемой чиновнику. В каком случае эта мера окажется наиболее эффективной, если уменьшить размер и так небольших взяток, предлагаемых слабо коррумпированным агентам, или если уменьшить размер крупных взяток? В случае проявления эффекта цепной реакции, эффективнее оказывается уменьшить размер и так маленькой взятки, что на первый взгляд кажется парадоксальным. Связано это с тем, что, уменьшая размер маленькой взятки, мы влияем на стимулы слабо коррумпированных агентов, а посредством цепной реакции это влияние распространяется и на сильно коррумпированных.

Апробация работы

Основные результаты и выводы работы докладывались на конференциях «First Workshop on Transition Economy» в Праге в 1998 году, «Allied Social Science Assotiation» в Вашингтоне в 2003 году, на Семинаре по математической экономике Центрального экономико-математического института РАН в 1998, 2000-2002 годах, конференции «Преобразование государственного сектора в экономиках переходного периода» Российской Экономической Школы в апреле и октябре 1997 года, семинарах Российской Программы Экономических Исследований в 1998-2002 годах, на Немчиновских чтениях в 1998 году, на конференции «Association for Studies in Political Economy» в Санкт-Петербурге в 2002 году, на семинарах Центра экономических и финансовых разработок в 1999-м и 20001-м годах, в институте математики Сибирского отделения РАН (Новосибирск) в 1999-2002 годах. Результаты исследования опубликованы в четырех научных работах.

Глава 1

Коррупция и лоббирование в переходных экономиках: обзор

1.1 Лоббирование и коррупция: аргументы за и против

В определённых масштабах (и при определённых обстоятельствах) лоббирование может быть полезным для общества, выявляя предпочтения некоторых его слоёв (Mohtadi, Roe 1998; Sun, Ng 1999). Так, парламентское лоббирование может преследовать цели улучшения жизни избирателей, увеличения поставки общественного блага в данном регионе, и т.п. В этом случае нельзя считать лоббирование частным случаем присвоения ренты — речь идёт скорее о технологии распространения полезной информации относительно функций полезности членов общества.

В то же время, в условиях перехода к рынку, чаще можно встретить лоббирование, направленное на извлечение частной выгоды группой заинтересованных лиц в ущерб обществу (Aslund 1995; Shleifer, Treisman 2000).

Типичным примером лоббирования этого типа является борьба различных предприятий за получение квот на экспортные поставки (Grossman, Helpman 1994; Krueger 1974), или за получение госсубсидий (Aslund 1995). Конечно, и раздача субсидий предприятиям может преследовать социально-ориентированные цели и быть эффективным инструментом в руках государства; в России, однако, субсидии нередко распределялись не в соответствии с критериями производственной и социальной эффективности, а в процессе состязания (Zhuravskaya, Orlov, Paltseva 2001). В самой резкой форме это проявлялось тогда, когда собранные с предприятий налоги, вместо того, чтобы идти на производство общественных благ, перераспределись целиком в форме субсидий тем же предприятиям, в зависимости от усилий последних, затрачиваемых на лоббирование (Lu 1994) [1]. Подобный вид экономической деятельности является нежелательным по двум причинам: во-первых, потому что впустую тратятся ресурсы, а во-вторых, в процессе налогообложения искажаются стимулы производящих агентов.

Коррупцию можно рассматривать как частный вид присвоения ренты, когда чиновник присваивает себе ренту, проистекающую из занимаемой им общественной позиции. Кроме того, существует и обратная связь: процессы присвоения ренты, в частности, лоббирование, как правило, сопровождаются всплеском коррупции как широко используемого инструмента ведения борьбы за ренту. Обобщая, можно сказать, что лоббирование и коррупция являются взаимосвязанными общественными явлениями, поэтому естественно изучать их параллельно.

Не следует считать, что и коррупция — однозначно негативное явление. Проблеме оценки вреда от коррупции посвящены различные работы. Например, (Ericson 1983) показывает, что наличие коррупции (в рамках теневой экономики) иногда оказывается необходимым для функционирования плановой экономики, подобной нашей бывшей советской системе. Фактически, ее присутствие является Парето-улучшением над воображае-

[1] Похожая ситуация сложилась и в отношениях федерального центра и регионов: в работе (Zhuravskaya, Ponomareva 2000) авторы приводят свидетельства тому, что дотации регионам распределялись зачастую путём состязания между региональными элитами, а не исходя из соображений эффективности.

мым чисто-плановым режимом — она помогает предприятиям выполнить план, в то же время обогащая и других агентов. Впрочем, о Парето–оптимальности такой системы говорить не приходится.

Также в работе (Basu, Li 1998) авторы приводят аргументы в пользу того, что на этапе перехода к рынку коррупции отведена особая роль, иногда позитивная — коррупция предшествует росту или сопровождает его в переходных экономиках. В качестве базового примера взят Китай. Однако мы знаем, что пример Китая — скорее исключение, а во многих других переходных экономиках, тем более в экономиках третьего мира, коррупция уже давно укоренилась и наносит вред. В работе (Wei 1997) проведён эмпирический анализ влияния, производимого коррупцией на склонность внешних инвесторов к инвестированию в данную страну. Делается вывод, что влияние является резко отрицательным. Фактически коррупция блокирует инвестиции, а, следовательно, и экономический рост.

Помимо указанных соображений, следует помнить о моральном вреде от коррупции, когда в обществе складываются негативные, нежелательные стереотипы поведения.

1.2 Лоббирование

В главе 2 настоящей работы сосредоточено внимание на таком виде лоббирования (описанном в работе (Lu 1994)), когда собранные с предприятий налоги полностью идут на последующую раздачу субсидий тем же предприятиям, на основе их лоббирующих усилий. Возможные социально-ориентированные цели такого лоббирования в модели не рассматриваются. Показано, что даже в рамках подобной экономической организации реформа политики государственной поддержки предприятий, упраздняющая распределение субсидий на основе лоббирования и приводящая к обогащению экономики (росту суммарного выпуска), может не найти достаточной поддержки в среде производителей. Возможно, в этом следует искать причины устойчивого укоренения неэффективной системы во многих странах переходной экономики, в частности, в России (см. например, Shleifer, Treisman 2000).

В поисках объяснения такого феномена следует обратиться к предпочтениям производителей, задавшись вопросом, всегда ли последние заинтересованы в реформе политики государственной поддержки предприятий. Отношение производителя к такой реформе определяется соотношением выгоды защиты собственной прибыли от налогового сбора с возможностью присвоения чужой прибыли в форме полученных субсидий.

Причины, по которым производители могут оказаться незаинтересованными в прекращении практики выдачи субсидий, следует искать в существующих технологиях и распределении ресурсов между производителями. Более высокая эффективность лоббирования по сравнению с производством возникает в тех случаях, когда технология производства обладает быстро убывающей отдачей от масштаба (такая возможность впервые исследована в (Murphy и др. 1993), где демонстрируется, что в результате в экономике возможны различные равновесия, некоторые из которых оказываются не оптимальными по Парето).

Что касается распределения ресурсов между производителями, то источником патологического отношения к повышающей суммарный выпуск реформе может стать неравенство такого распределения. Интуитивное обоснование этой взаимосвязи следующее: в однородном сообществе производителей выигрыш в совокупной экономической эффективности распределяется равномерно и, следовательно, улучшает положение каждого из участников. Реформа, ограничивающая возможность лоббирования, несомненно, сулит такой выигрыш, предотвращая два вида потерь — во-первых, вследствие неэффективного расходования ресурсов на лоббирование в ущерб производству, и во-вторых, из-за подрыва стимулов к производительной деятельности, когда не гарантировано сохранение ее результатов. Таким образом, при рационализации промышленной политики выигрывает сообщество производителей в целом, а значит и каждый из его членов.

Если же сообщество недостаточно однородно, то поддержка реформы может оказаться не стопроцентной, потому что в обществе будут присутствовать как агенты, выигрывшие от неё, так и проигравшие.

1.3 Коррупция в современном мире и в переходных экономиках

Проблема коррупции играет важную роль в сегодняшнем мире. Многие страны имеют столь высокий уровень коррупции, что урон от неё измеряется в процентах (в редких случаях до десятков процентов) от ВВП (Bardhan 1997). Многие народы Африки, Латинской Америки и Восточной Азии находится за чертой бедности, и ученые указывают на тотальное распространение в этих странах коррупции как на одну из основных причин (см. например, Левин и др. 1998). К когорте стран, характеризующихся высоким уровнем коррупции, относятся и некоторые страны переходной экономики, и в частности, Россия.

Выше уже обсуждалась степень вредоносности коррупции в различных ситуациях, и можно подвести следующий итог: в плановых экономиках (такой, как бывшая советская) или переходных, но все равно сильно контролируемых (Китай) коррупция может приносить временную пользу, в то время как в развивающихся экономиках рыночного типа, а также быстро либерализованных бывших плановых (например, в сегодняшней России) она идет во вред экономическому процветанию.

Вопрос успешной борьбы с коррупцией сохраняет актуальность в настоящее время. История коррупции насчитывает тысячелетия и далеко не всегда и не везде отношение к ней было столь толерантным, как в дореволюционной России (см. классические художественные произведения, такие как «Ревизор», «Доходное Место» и многие другие). Тем не менее, проблема коррупции по-прежнему стоит перед многими государствами, не находящими приемлемыми методы «драконовской борьбы». Адекватное понимание этого общественного явления может послужить толчком к выбору эффективной стратегии его подавления. В главе 3 показано, как можно сдерживать коррупцию в определённых рамках, придерживаясь так называемых многопороговых стратегий, когда коррупционеры разбиваются контролирующим органом на несколько групп, и выявление коррупционных актов происходит в пределах разных групп с различной интенсивностью.

1.4 Моделирование процессов присвоения ренты (краткий обзор литературы)

Литература, посвящённая коррупции и процессам присвоения ренты (в том числе, лоббированию), огромна. Есть обзоры, есть статьи, содержащие эмпирический материал; существует множество работ, содержащих модели коррупции и присвоения ренты. Здесь отобраны лишь основные работы — те, которые близки к разрабатываемым моделям.

Основополагающей работой, посвящённой анализу процессов присвоения ренты, явилась статья (Krueger 1974). Автор этой работы отмечает, что введение квот на импорт с необходимостью порождают борьбу за лицензии, фактически борьбу за ренту, проистекающую из введённых ограничений. Автор аргументирует, что во многих случаях можно рассматривать эту борьбу как конкурентную, и сделать вывод о том, что ресурсы, в пустую потраченные в процессе такой борьбы, суммарно составляют весь объём образовавшейся ренты. Подобный вывод в значительной степени служит переоценке сравнительной эффективности различных способов вмешательства государства в международную торговлю.

Второй основополагающей работой, анализирующий процессы присвоения ренты, являетя статья (Tullock 1980). Автор рассматривает ситуацию борьбы за монопольную ренту. При монополии существуют безвозвратные потери, что давно известно; доход же монополиста не рассматривается как потеря для общества — ибо он достаётся одному из его членов, а именно, самому монополисту. Автор данной работы показывает, что в условиях *борьбы* за монопольную позицию агенты непроизводительно тратят в общей сложности столько же средств, какова величина этого дохода (это предположение основывается на конкурентном принципе борьбы за ренту). Тем самым присвоение ренты оказывает значительное негативное влияние на экономическую эффективность, порой несравненно более существенное, нежели сам факт образования монополии в данной сфере экономики.

В статье (Sonin 1999) развита идея, лежащая в основе модели из главы 2 настоящего исследования, а именно, что против прогрессивной реформы могут голосовать богатые, а не бедные агенты. Автор предполагает, что в условиях отсутствия надёжно функционирующего института защиты прав собственности агенты вкладывают ресурсы в защиту своей прибыли. В модели анализируется эволюция института прав собственности во времени, и делается вывод о том, что спонтанного возникновения этого института ожидать не приходится. Вместо этого, экономика находится в долгосрочном динамическом равновесии упадка: испытывает низкие темпы роста, высокую степень социального неравенства, и процветание процессов присвоения ренты. Российский опыт 90-х годов подтверждает сделанные в работе выводы.

В работе (Warneryd 1995) отмечается такое присущее прицессам присвоения ренты свойство, как рискованность. Доход, получаемый в процессе борьбы за ренту, часто бывает рандомизированным, что налагает определенные требования на форму функции полезности агентов, участвующих в присвоении. Автор обсуждает вопросы диссипации ренты, то есть выравнивания объема средств, вложенных в присвоение, и объема самих рент. Однако, в этой работе рассматриваются лишь естественно возникающие ренты, такие, как доход от владения месторождением, и т.п. Соответственно, критерии эффективного распределения экономических благ отличаются от тех, которыми нужно руководствоваться при рассмотрении перераспределения чужого дохода в форме, например, налоговых сборов.

Авторы работы (Myerson, Warneryd 1996) рассматривают сообщество агентов, вовлеченных в рентоориентированное поведение, с переменным (случайным) числом членов. Оказывается, что степень диссипации ренты в подобных случаях строго ниже, нежели когда количество агентов, участвующих в борьбе за ренту, является детерминированным, и совпадающим со средним количеством участников рандомизированного контеста (т.е. сообщества борющихся за один и тот же источник ренты агентов).

В работе (Murphy et al 1993) рассмотрено сообщество, в котором агентам доступны 3 вида экономической активности: промышленное производство, присвоение ренты и аграрный сектор. Доход, извлекаемый в аграрном секторе, не подвержен перераспределению, в отличие от дохода в промышленном секторе. Демонстрируется наличие устойчивого равновесия с присвоением ренты, уступающего по Парето равновесию с производством и без присвоения. На этом основании делается вывод о высокой степени вредоносности процессов присвоения ренты.

Следует отметить работу (Li 1996), посвященную анализу частного сектора в Китае. Эмпирические данные свидетельствуют о том, что в Китае права собственности не только не являются надежно защищенными, но и вообще плохо определены: распределение извлекаемой прибыли является предметом торга между чиновником и бизнесменом. На основе соответствующей модели автор демонстрирует, что подобные странные отношения могут оказаться весьма продуктивными. Китай и в самом деле испытывает достаточно быстрый экономический рост. Однако опыт Китая, судя по многим исследованиям, зачастую труднопереносим на другие страны переходной экономики.

Отправной точкой для модели, представленной в главе 2 настоящей работы, служит модель (Lu 1994). Автор рассматривает ситуацию борьбы производителей за субсидии, начисляемые из средств, собранных в виде налогов с тех же самых производителей. Все агенты предполагаются одинаковыми, поэтому вопрос об отношении производителей к такому режиму не встаёт: все они бы предпочли отмену практики выдачи субсидий. Зато автор получает результаты, связывающие общественные потери от поддержания такого режима с количеством агентов в двух случаях: когда налог для всех одинаковый, и лоббирование происходит за субсидии, и когда субсидии для всех одинаковые, а лоббируется индивидуальный уровень налогообложения. Показывается в случае линейной производственной функции, что при лоббировании субсидий, с ростом числа агентов вся рента диссипируется, таким образом, этот режим характеризуется чистыми потерями эффективности. Если же лоббированию подлежит индивидуальный уровень налогообложения, то, наоборот, в пределе с ростом числа агентов, система стремится к Парето оптимальной.

Лоббирование как объект математического моделирования обсуждается в обзоре (Левин, Левина 2001). Авторы различают два подхода к моделированию лоббирования: статический и теоретико-игровой. В работах первого направления авторы на основе эмпирически собранного материала пытаются дать ответ на такие вопросы, как значимость лоббирования при принятии решений политиками, цели лоббистов и т.п. Теоретико-игровые модели анализируют взаимодействие лоббистских групп друг с другом, с правительством, а также внутригрупповое взаимодействие. Вопросы, поднимаемые в работах этого направления, состоят в том, приносит ли лоббирование пользу или вред обществу (и как определить общественно оптимальный уровень лоббирования), как влияют на этот уровень такие факторы, как разнородность лоббирующих групп, экстерналии от лоббистской деятельности, и другие экзогенные параметры.

Часто цитируемой работой, посвящённой моделированию лоббирования, является работа (Grossman, Helpman 1994). Авторы строят и изучают модель лоббирования правительственных решений политическими группами влияния. Правительство максимизирует свою полезность, которая зависит как от суммарного объёма вкладов, произведённых различными группами, так и от благосостояния избирателей. В работе выведена точная формула, отражающая структуру возникающего равновесия с лоббированием. Выявлены некоторые аспекты торговой политики, характерные для ситуации лоббирования правительственных решений, в частности, перераспределение доходов как вероятный исход столкновения интересов различных групп, которое не является общественно оптимальным.

В работе (Mitra 1999) образование лоббистских групп эндогенизировано. В рамках модели, обобщающей модель (Grossman, Helpman 1994), показывается, что в случае эндогенного формирования политических групп конкурентное равновесие свободной торговли может быть исходом не только в случае слабого реагирования правительства на лоббирующие усилия, но и в случае противоположном, когда отдача на ресурсы, вложенные в лоббирование, высока. Демонстрируется, что лоббистские группы, при прочих равных, образуются в отраслях, где спрос на продукцию низкоэластичен, имеется значительный запас капитала, и географически сконцентрированных. Эти выводы в какой-то мере созвучны выводам, к которым приводит анализ модели в главе 2 настоящей работы.

В работе (Sun, Ng 1999) ставится вопрос о том, как влияет на степень диссипации ренты размер групп влияния. Предполагается, что лоббирование происходит в два этапа: на первом этапе «пирог» распределяется правительством между группами в соответствии со сравнительными размерами вкладов групп. На втором этапе доли пирога распределяются уже внутри групп. Считается, что каждый член общества входит в состав некоторой группы, поэтому количество групп находится в обратной зависимости от их численности (группы предполагаются однородными). Выясняется, что с ростом размера типичной группы влияния степень диссипации ренты сначала растёт, потом падает. На этом основании делается вывод, что если размер групп невозможно сократить, то надо пытаться по возможности объединить все группы в одну (как это сделано в Австралии с различными профсоюзами).

В работе (Pecorino 1998) анализируется проблема «бесплатного проезда», возникающая внутри одной лоббирующей группы. Показывается, что в случае использования картельной стратегии в динамической повторяющейся игре, которую разыгрывают фирмы-члены одной и той же лоббистской группы, с ростом количества игроков проблема бесплатного проезда не усугубляется. А именно, существует пороговое значение уровня дисконтирования, при котором проблема бесплатного проезда преодолевается с помощью стратегий спускового крючка при любом количестве участников.

Авторы работы (Mohtadi, Roe 1998) строят модель, показывающую, что равновесный уровень лоббирования может быть как слишком высоким, так и слишком низким с позиций общественного оптимума. Последнее имеет место в тех случаях, когда лоббируемые решения порождают сильные позитивные экстерналии на других членов общества, так что они перевешивают убытки от пустой траты ресурсов в процессе лоббирования. Авторы заключают, что проблема недопоставки общественного блага может частично смягчаться путём лоббирования, если исходом состязания лоббирующих групп сделать производство того или иного вида общественного блага.

Коррупции и её моделированию посвящено множество работ. В основополагающей статье (Rose–Ackerman 1975) и книге (Rose–Ackerman 1978) впервые предложена модель рынка коррупционных услуг. Учитывается влияние фактора моральных издержек, фактора возможного наказания.

Описывается множество допустимых взяток, раскрывается механизм принятия коррупционного решения чиновником.

Вопросам сравнительного анализа различных антикоррупционных мер с позиций «организации производства» коррупционных услуг посвящена работа (Shleifer, Vishny 1993). Рассматривая случай вымогательства взяток за выполнение деятельности, которую бюрократ и так обязан выполнять по закону, и игнорируя возможность поимки и наказания чиновников, авторы описывают три принципиально различных формы бюрократической организации, строго упорядоченных с точки зрения ущерба от коррупции в них: самое лучшее — конкуренция чиновников, следующее — единая монополия на все виды взяток (пример — мафия), и наихудшая — вертикальная монополия коррупционных услуг. Кроме того, обсуждаются негативные последствия необходимой секретности, подпольности рынка коррупционных услуг, а также указывается, что коррупция может блокировать научно-технический прогресс.

В работе (Guriev 2000) проведено исследование на тему важности структуры бюрократической организации для формирования уровня коррупции и масштабов бюрократической волокиты.

В статье (Polterovich 2001) даются ответы на вопросы о стабильности и степени «общественной эффективности» коррупционных равновесий на основе модели, похожей на разработанную в главе 2. Спрашивается, может ли коррупционное равновесие быть выгодным производителям? Выясняется, что дать однозначный ответ нельзя — он зависит от конкретных экономических условий. Если налоговое бремя чрезмерно и неэффективно, возникает ситуация, когда вообще все агенты заинтересованы в разумной степени коррумпированности чиновников.

Ряд исследований делает акцент на социальном факторе как основополагающем при определении равновесного уровня коррупции (см. классификацию факторов коррупции в (Полтерович 1998). Обычно они носят игровой и/или динамический характер. Фактически, речь идёт об анализе *коллективного поведения* агентов. Во всех работах этого класса просматривается идея о том, что учёт социетального фактора с необходимостью приводит к множественности коррупционных равновесий, и затем обсуждаются возможности перехода, скачка или постепенной трансформации системы из состояния с высоким уровнем коррупции в состояние бескоррупционное (либо такое, в котором уровень коррупции приемлем для общества).

Наиболее важной из них, видимо, является работа (Tirole 1996). Автор анализирует явление коррупции с позиции так называемой коллективной репутации — когда взаимодействуют два типа агентов, все агенты одного типа составляют социальную группу, и агенты другой группы их частично отождествляют. Однако помимо коллективной репутации и выгоды от ее поддержания на высоком уровне существует еще личная заинтересованность агентов. На основе соответствующей модели продемонстрировано, как порой стимул к коррупционному поведению агентов в течение очень короткого промежутка времени определяет всю дальнейшую историю — коррупция укореняется как общественное явление. В подобной ситуации даже очень жесткая политика, будучи примененной в течение небольшого промежутка времени, не даёт желаемого результата: коррупция возобновится в системе после ослабления антикоррупционных мер, потому что репутация обладает инерцией.

В статической постановке к похожим выводам приходит автор упоминавшейся выше статьи (Полтерович 1998). Предполагая, что вероятность поимки коррупционера определяется лишь средним уровнем коррупции в экономике, автор демонстрирует множественность равновесий. Основной вывод заключается в том, что смена равновесия с плохого на хорошее может быть достигнута внедрением краткосрочной очень жесткой антикоррупционной программы.

К аналогичным выводам в рамках модели перекрывающихся поколений приходит автор в работе (Lui 1986).

В работе (Biccieri, Rovelli 1995), напротив, демонстрируется, как при определенных условиях на первый взгляд стабильное коррупционное равновесие может стать неустойчивым и со временем смениться равновесием без коррупции, при наличии некоторого количества агентов, никогда не берущих взятки.

На распространение коррупции в обществе оказывает влияние общественная оценка этого явления. Вопреки ожиданиям, в нашем обществе нет установки на вредность коррупции, ни в моральном аспекте, ни как тормоза экономического развития, см., например, (Сатаров и др. 1998). В работе (Magnus и др. 2002) проводится межстрановый анализ отношения к явлению, родственному коррупции, а именно списывания в школах и институтах. Результаты также показывают, что Россия лидирует по степени толерантности молодежи в отношении списывания. Более того, индекс восприятия коррупции (ИВК) в некоторой степени коррелирует с показателем толерантности к списыванию, демонстрируя схожесть этих явлений.

Вопросы коррупции в налоговых органах затрагиваются в работах (Chander, Wilde 1992; Hindriks и др. 1999; Mookherjee, Png 1989), а также (Vasin, Panova 2000). Все эти работы предполагали ненаблюдаемость действий налогоплательщиков (точнее, наблюдаемость только декларированного дохода, а также общего распределения доходов по налогоплательщикам). В условиях доступной информации стратегия начальника базируется на знании переменной декларированного дохода, и в большинстве работ этого направления показано, что оптимальными являются *стратегии отсечения*, когда проверяются лишь декларации с доходом ниже некоего порогового значения.

Например, в работе (Vasin, Panova 2000) предполагается известным априорное распределение дохода в сообществе налогоплательщиков. Показывается, что оптимальная стратегия проверки налоговых деклараций состоит в том, чтобы проверять те и только те декларации, в которых заявленный доход ниже некоторого уровня отсечения. Кроме того, показывается, что в равновесии агенты декларируют свои истинные доходы («принцип выявления»).

1.5 Цель работы

В настоящем исследовании проводится анализ явлений коррупции и лоббирования, проясняющий их основные черты, механизмы их устойчивого самовоспроизведения в обществе, и особенно в переходных экономиках. Анализ применяется затем для выработки антикоррупционных мер, а также мер, направленных на искоренение нежелательных видов лоббистского поведения. Для выполнения поставленных задач строятся и изучаются две математические модели.

В главе 2 предлагается модель экономического равновесия, анализ которой подтверждает высказанные выше гипотезы о том, что источником укоренённого режима с присвоением ренты является быстрое убывание предельного продукта с ростом производства, сопряжённое с неравенством по параметру эластичности предельных затрат производства в сообществе производителей. Результаты этой главы опубликованы в работах (Savvateev 1998) и (Polishchuk, Savvateev 1997).

Глава 3 посвящена моделированию явления коррупции в рамках парадигмы «Начальник — подчинённый», или, что то же самое, в рамках игры по Штакельбергу. При этом начальник — это орган, борющийся с коррупцией (контролирующий орган), а роль подчинённого играет чиновник. Однако, в отличие от большинства работ по коррупции, предполагается, что подчинённый — не один, а их имеется множество, причём они не одинаковы, а характеризуются различными предпочтениями. Изучаются схемы подавления коррупции, основанные на сравнении степеней коррумпированности различных агентов. Выделяется класс стратегий, которые обладают свойством стратегической устойчивости: равновесие в модели при использовании стратегий этого класса является устойчивым относительно скоординированного поведения агентов. Результаты этой главы содержатся в (Савватеев 2003) и (Савватеев 2000).

Глава 2

Производство и лоббирование: экономический анализ

2.1 Введение

В настоящей главе исследуется вопрос о том, каким образом может оказаться устойчивым и самовоспроизводимым общественно неэффективный режим, при котором с предприятий собираются налоги, перераспределяемые затем в форме субсидий тем же предприятиям. Механизм распределения субсидий носит характер состязания, в котором участвуют производители, тратя ресурсы на лоббирование.

Модель устроена следующим образом. Имеется большое количество агентов-производителей, достаточное для того, чтобы параметризовать их точками некоторого отрезка, и каждый из них обладает начальным запасом ресурса. Каждый агент имеет доступ к производственной технологии $f_x(w)$ на протяжении большей части работы технология предполагается одинаковой для всех). Однако прибыль от производственной деятельности не вся достаётся агенту, вложившему свои средства в производство, а некоторая доля этой прибыли подвержена налогообложению. Налоговый сбор перераспределяется путём состязания, в котором успех каждого из участников пропорционален его усилиям, направленным на лоббирование с целью получения субсидий. Предполагается, что для участия в лоббировании агенты используют тот же самый ресурс, который иначе был бы вложен в производство. Каждый агент решает, в какой пропорции разделить ресурс, находящийся в его распоряжении, между производственной деятельностью и лоббированием, или перераспределительной деятельностью.

В качестве альтернативы такой экономической системы рассматривается система, в которой перераспределительная деятельность не имеет места, и налоги, предназначенные для последующего перераспределения в форме субсидий на основе лоббирования, не собираются вовсе; вместо этого имеется свободный рынок ресурса, на котором складывается конкурентная цена. Помимо этих двух организаций, рассматривается гибридная экономическая система, в которой, наряду с раздачей субсидий, доступна торговля ресурсом. Все три системы сравниваются с точки зрения благосостояния агентов. Экономические системы с присвоением ренты (т.е. с лоббированием) характеризуются параметром κ, который обозначает долю прибыли, подверженную налогообложению (и затем, перераспределению).

Показывается, что при фиксированном значении ставки налогообложения κ режим без торговли и с присвоением ренты всегда уступает по Парето режиму с присвоением и торговлей, то есть, он лучше с точки зрения всех агентов. Этим объясняется поддержка обществом реформы либерализации.

Однако, что касается сравнения между собой режимов конкурентного и с присвоением ренты, то, несмотря на суммарный проигрыш в системах с присвоением, иногда только часть агентов поддерживает реформу политики государственной поддержки предприятий, отменяющую субсидии. В случае одинаковых производственных функций эта часть состоит из агентов с *наименьшим* запасом ресурса. Это происходит потому, что у последних не исчерпаны производственные возможности (в стандартных неоклассических предположениях относительно производственной функции). Выясняется, что возможно торможение реформы даже при демократическом принятии решения, то есть, более половины всех агентов могут голосовать против неё, отчасти строя своё благосостояние на присвоении в виде субсидий прибылей, генерируемых другими агентами. Более того, оказывается, что для любого наперёд заданного процента населения, будь то 90 или 99 процентов, можно предъявить производственную функцию, вместе с начальным распределением ресурса, при которой против прогрессивной реформы проголосует заданная доля агентов.

Показано, что реформа либерализации, проведённая в отрыве от реформы политики государственной поддержки предприятий, может лишь усугубить сопротивление последней в обществе. Кроме того, выведен ряд условий, необходимых для менее, чем стопроцентной поддержки прогрессивной реформы. Эти условия выражаются в том, что, во-первых, производство должно быть достаточно неэффективным (характеризоваться быстрым убыванием отдачи от масштаба), и во-вторых, сообщество производителей должно быть сильно дифференцировано по параметру эластичности предельных затрат производства, что, в силу предположения об одинаковой производственной технологии, означает высокую степень неравенства начального распределения ресурса.

Проведённый анализ проиллюстрирован на примере производственной технологии Кобба-Дугласа.

2.2 Модель

Предполагается, что каждый агент-производитель имеет доступ к технологиям производства и лоббирования, и распределяет свои ресурсы между этими видами деятельности с целью достижения наивысшей совокупной прибыли. Максимизация прибыли в данном случае эквивалентна максимизации дохода, потому что мы предполагаем запас ресурса у каждого агента-производителя фиксированным и не допускающим никаких альтернативных путей использования. Нас будут интересовать равновесия, которые могут возникнуть в такой ситуации. Другие примеры равновесных моделей, сочетающих производительные и непроизводительные виды деятельности, могут быть найдены в (Murphy et al 1991, 1993; Grossman 1994; Acemoglu 1995; Полищук 1996; Lu 1994).

Рассмотрим экономику, состоящую из континуума агентов $x \in [0,1]$. Имеющийся в экономике запас многоцелевого экономического ресурса, который может быть использован как в собственном производстве, так и для лоббирования с целью получения субсидий, распределен между агентами с плотностью $w(\cdot)$:

$$\int_0^1 w(x)dx = \bar{w}. \tag{2.1}$$

Здесь $\bar{w}$ — средний запас ресурса. Без ограничения общности можно считать функцию $w(x)$ неубывающей.

Предполагается, что каждый агент располагает производственной технологией, преобразующей ресурс в рыночный продукт единичной цены. Технология агента x описывается производственной функцией $f_x(w)$, удовлетворяющей следующим стандартным условиям (индекс x опущен):

$$f'(w) > 0,\ f''(w) < 0,\ \lim_{w\to 0} f(w) = \infty,\ \lim_{w\to\infty} f(w) = 0. \tag{2.2}$$

Технология лоббирования моделируется следующим образом. Обозначим за $\kappa \in [0,1]$ долю совокупного продукта Y, созданного в экономике, подверженную налогообложению. Однако налог этот не идёт на поставку агентам общественного блага, а возвращается в качестве субсидий тем же агентам. Субсидии же распределяются путём лоббирования, требующего вложения того же самого ресурса, который может быть использован вместо этого в производстве (например, лоббирование может принимать форму взяток чиновникам).

Объём субсидий, получаемых агентом, участвующим в лоббировании, предполагается пропорциональным количеству ресурса, затрачиваемого агентом с целью лоббирования. Такое предположение было впервые введено в работе (Tullok 1980) и с тех пор широко используется (в работе (Skaperdas 1996) приведено аксиоматическое оправдание такому определению). Если общее количество ресурсов, инвестированное в лоббирование всеми агентами, равно H, то выигрыш агента, затрачивающего на эти цели h единиц ресурса, равен hY/H. Такая модель отражает ряд важных свойств лоббирования как частного вида борьбы за ренту, таких, как состязательный характер этой борьбы (выигрыш агента возрастает с ростом затрачиваемого им ресурса и сокращается, если увеличиваются ресурсы, затрачиваемые соперниками), а также тот факт, что лоббирование при прочих равных условиях тем более привлекательно, чем богаче экономика и чем выше ставка налогообложения.

Обратимся теперь к описанию равновесий, в которых решения агентов о распределении ресурсов между производством и лоббированием оказываются совместимыми друг с другом, и ни один из агентов, будучи осведомленным о решениях других, не находит нужным изменить свои собственные действия.

2.3 Равновесие в модели с лоббированием

Принимая решение об оптимальном распределении своего запаса ресурса $w(x)$ между производством и лоббированием, агент x максимизирует совокупный выигрыш от обоих видов деятельности, решая следующую максимизационную задачу (где h обозначает объём ресурса, потраченного агентом в процессе лоббирования):

$$\begin{gathered}(1-\kappa) f_x(w(x)-h) + \kappa hY/H \to \max, \\ s.t.\, h \in [0, w(x)]\end{gathered} \tag{2.3}$$

При этом агент x рассматривает значения Y и H как заданные, предполагая, что его личные действия не могут на них повлиять (что верно всегда, когда распределение ресурса $w(\cdot)$ не содержит «атомов»). Обозначим за $h(x)$ оптимальный выбор агента — какое количество ресурса пустить на лоббирование. Функция $h(\cdot)$ называется **равновесием в модели с лоббированием**, если $h(x)$ является решением задачи (2.3) для каждого $x \in [0,1]$ при некоторых Y и H, и выполнены следующие условия баланса:

$$Y = \int_0^1 f_x(w(z)-h(z))dz, \quad H = \int_0^1 h(z)dz. \tag{2.4}$$

Предложение 1. Для каждого $\kappa \in [0,1]$ и $w(\cdot)$ равновесие существует и единственно. Если производственная технология — одинаковая для всех агентов, то равновесие допускает следующее описание: при некотором $t > 0$,

$$h(x) = \begin{cases} 0, & w(x) \leq t; \\ w(x) - t, & w(x) > t \end{cases} \tag{2.5}$$

Значение t однозначно определяется значением κ, и функцией распределения ресурса по агентам $w(\cdot)$. Оно удовлетворяет следующему условию:

$$\frac{1-\kappa}{\kappa} f'(t) = \frac{\int\limits_0^1 f(min\{w(z), t\})dz}{\int\limits_0^1 [w(z) - t]_+ dz} \tag{2.6}$$

(где под $[f]_+$ понимается значение функции f, если оно неотрицательно, и 0 в противном случае).

Доказательство проведём для случая одинаковой у всех производственной функции f (видоизменения на случай различных производственных функций несущественны). Введём параметр $\mu = \frac{\kappa Y}{1-\kappa H}$. Тогда в равновесии t определяется по μ однозначно как решение уравнения

$$f'(t) = \mu, \tag{2.7}$$

в то время как μ определяется по t, учитывая формулы (2.4), в строгом соответствии с правой частью (2.6), ибо агенты, которые имеют запас ресурса $w(x) \leq t$, вкладывают ресурсы только в производство (для них краевое ограничение задачи максимизации является существенным), в то время как остальные вкладывают в производство ровно t единиц ресурса.

Чтобы доказать, что равновесие существует и единственно, мы покажем, что функция $\tilde{\mu}(\mu)$, равная

$$\tilde{\mu}(\mu) = \frac{\kappa Y(t(\mu))}{1 - \kappa H(t(\mu))}, \tag{2.8}$$

где для определения Y и H использованы формулы (2.4), является убывающей по μ от $+\infty$ до нуля. Тогда она пересекает диагональ ровно один раз, и всё доказано.

Однако монотонность этой функции очевидна: t убывает как функция от μ в силу неоклассических свойств производственной функции. Остальное следует из (2.6).

◀

В дальнейшем, если не оговорено противное, мы будем предполагать, что технология — одинакова для всех агентов-производителей. Тогда, как утверждается в теореме, для каждого равновесия можно указать некий уровень отсечки t, такой, что только агенты с запасом ресурса большим, чем t, участвуют в лоббировании, и затрачивают на этот вид деятельности весь ресурс свыше t. Этот уровень отсечки является функцией от κ и $w(\cdot)$. В следующем предложении утверждается, что для фиксированной функции распределения ресурса между агентами $w(\cdot)$ значение t является монотонно убывающей функцией κ, в то время как при фиксированном κ этот уровень отсечки является мерой неравенства начального распределения ресурса. Неравенство здесь понимается в смысле мажоризации по Дальтону (Marshall, Olkin 1979): распределение $w_1(\cdot)$ называется более неравным, чем распределение $w_2(\cdot)$, если оба имеют одинаковое среднее $\bar{w}$, и второе получается из первого путем передачи части ресурса от богатых агентов к бедным. По-другому можно описать это так: распределение ресурса $w_1(\cdot)$ считается более неравным, чем $w_2(\cdot)$ с тем же средним, если $w_1(\cdot)$ стохастически доминирует $w_2(\cdot)$ (см. например, Mas-Colell et al 1995, глава 6).

Предложение 2. Уровень отсечки $t(\kappa, w(\cdot))$ является монотонно убывающей функцией аргумента κ. Для каждого κ и $\bar{w}$ значение t возрастает (нестрого), если распределение $w(\cdot)$ становится более неравным. Минимальное значение t_0 уровня отсечки, которое достигается при равномерном распределении ресурса между агентами, удовлетворяет следующему уравнению:

$$(1-\kappa)(\bar{w}-t_0)f'(t_0) = \kappa f(t_0). \tag{2.9}$$

Доказательство заключается в графическом анализе функции реакции $\tilde{\mu}(\mu)$. В обоих случаях ясно, в каком направлении она движется, вверх или вниз, причём целиком, при любых значениях μ. При росте κ она едет вверх, а при увеличении неравенства распределения $w(\cdot)$ — вниз. Соответственно, равновесное значение μ^* в первом случае увеличивается, а во втором — уменьшается. Наконец, равновесное t^* находится в обратной связи с μ^*, в силу убывания предельной производительности функции f.

◀

Пример. Рассмотрим производственную функцию Кобба-Дугласа $f(w) = w^\alpha$, где $0 < \alpha < 1$. В этом случае $t_0 = \frac{\bar{w}\alpha(1-\kappa)}{\alpha+\kappa-\alpha\kappa}$. Как и предсказывает теория, t_0 убывает при возрастании κ.

Благосостояние агента x в равновесии задается следующей формулой:

$$\begin{cases} (1-\kappa)f(w(x)), & w(x) \le t; \\ (1-\kappa)(f(t) + (w(x)-t)f'(t)), & w(x) > t. \end{cases} \tag{2.10}$$

2.4 Конкурентное равновесие

Мы теперь введем в рассмотрение модель конкурентной экономики, в которой не происходит состязания за субсидии, что в рамках нашей модели означает $\kappa = 0$, зато присутствует рынок ресурса. Модель эта вводится с целью сравнения с вышеописанной моделью, при условии, что начальное распределение ресурса одинаковое в обеих моделях. В конкурентной экономике агенты с избытком ресурса продадут этот избыток тем, кто его использует более эффективно, то есть тем, у кого запас ресурса невелик (в силу свойств производственной функции). Торговля ресурсом является единственной альтернативой производственной деятельности.

Обозначим конкурентную цену на ресурс за p. Каждый агент максимизирует свою прибыль, то есть решает задачу, сколько единиц h ресурса продать/купить на рынке (а остальное — пустить в производство):

$$f(w(x)-h) + ph \to \max_h . \tag{2.11}$$

Равновесием в этой экономике называется пара $(p^*, h^*(x))$, состоящая из цены и функции предложения ресурса агентами, удовлетворяющая следующим двум условиям: во-первых, $\forall x \quad h^*(x)$ решает задачу (2.11), и, во-вторых, выполнено условие баланса на рынке ресурса

$$\int_0^1 h^*(x)dx = 0. \tag{2.12}$$

Следующее предложение немедленно следует из (2.11), (2.12).

Предложение 3. Конкурентная цена на ресурс в равновесии равна $p = f'(\bar{w})$; после торговли каждый агент уходит с рынка с одним и тем же запасом ресурса, равным $\bar{w}$, а его прибыль (благосостояние) равняется

$$f(\bar{w}) + (w(x) - \bar{w})f'(\bar{w}). \tag{2.13}$$

Напомним ещё раз, что в формуле, дающей прибыль данного агента, опущена константа, равная оценке его начального запаса ресурса.

◀

Конечно, это равновесие является оптимальным с точки зрения общего произведенного в системе продукта Y, но не обязательно Парето-оптимальным. Если это так, то есть если конкурентное равновесие является Парето-улучшениям всех равновесий с субсидиями (отличающихся друг от друга параметром κ), то в самом деле следует ожидать широкой поддержки реформы политики государственной поддержки предприятий в сообществе производителей. В противном же случае всегда будут присутствовать агенты как выигрывающие, так и проигрывающие от этой реформы, и переход к конкурентному рынку окажется затрудненным.

2.5 Гибридное равновесие

Два рассмотренных выше типа экономических систем могут быть объединены. А именно, предположим, что лоббирование как вид деятельности сосуществует с конкурентным рынком ресурса. Подобная система является, судя по всему, наилучшим приближением реальной экономической организации в России в начале 90-х годов.

В гибридном равновесии прибыль агента, частично подвергающаяся перераспределению путём выдачи субсидий, складывается из двух составляющих: доход от производства и от торговли на рынке ресурса. Используя s единиц ресурса в производстве и продавая r единиц на рынке по цене p, агент получает $f(s)+pr$. Но при этом только $(1-\kappa)$-я доля этого заработка — его собственная, оставшаяся часть подвержена перераспределению. Окончательно, агент решает следующую максимизационную задачу по оптимальному использованию своего ресурса в трех вышеуказанных видах деятельности (где в качестве переменных выступают h — сколько ресурса потратить на лоббирование, и r — сколько ресурса продать на рынке):

$$\begin{gathered}(1-\kappa)[f(w(x)-h-r)+pr] \;+\; \kappa hY/H \to \max, \\ s.t.\, h \geq 0; \quad h+r \leq w(x),\end{gathered} \tag{2.14}$$

где, как и раньше, Y обозначает суммарный произведенный в системе продукт (ВВП), H — суммарное количество ресурса, затраченное на лоббирование (в производстве агент x использует $s = w(x)-h(x)-r(x)$ ресурса).

Будем называть тройку $(h(\cdot), r(\cdot), p)$ гибридным равновесием, если пара $(h(x), r(x))$ является решением задачи (2.14) для любого $x \in [0,1]$, и выполнены условия баланса:

$$\begin{gathered}Y = \int_0^1 f(w(z)-h(z)-r(z))dz, \\ H = \int_0^1 h(z)dz, \quad 0 = \int_0^1 r(z)dz.\end{gathered} \tag{2.15}$$

С целью охарактеризовать гибридное равновесие для начала заметим, что при $\kappa > 0$ по крайней мере некоторые агенты участвуют в лоббировании (то есть для них $h > 0$). Далее, свобода покупать-продавать ресурс на рынке влечет равенство между ценой на ресурс и отдачей от производственной деятельности, то есть

$$f'(w(x)-h(x)-r(x)) = p \tag{2.16}$$

для всех $x \in [0,1]$, а, следовательно, агенты используют в производстве одинаковое количество ресурса $t < \bar{w}$, независимо от начального запаса. Следовательно, $Y = f(t)$ и $H = \bar{w} - t$. Наконец, торговля и лоббирование могут «ужиться» вместе в том и только в том случае, если они имеют одинаковую отдачу от масштаба (так как обе имеют постоянную отдачу), следовательно, $t = t_0$, где t_0 определяется из уравнения (2.9). Подведем итог.

Предложение 4. Тройка $(h(\cdot), r(\cdot), p)$ образует гибридное равновесие в том и только в том случае, когда верны следующие утверждения:

(i) $h(x) \geq 0; \quad w(x) - h(x) - r(x) = t_0$ для всех $x \in [0, 1]$;

(ii) $\int\limits_0^1 r(z)dz = 0$;

(iii) $p = f'(t_0)$.

◀

В гибридном равновесии агент x имеет прибыль, равную

$$(1 - \kappa)(f(t_0) + (w(x) - t_0)f'(t_0)). \tag{2.17}$$

Обратим внимание, что гибридных равновесий, вообще говоря, бесконечно много: агент индифферентен по отношению к вкладыванию ресурса в лоббирование или продажей его на рынке, коль скоро выполнены бюджетные ограничения (i). Тем не менее общий уровень производства $f(t_0)$ во всех этих равновесиях один и тот же, и, согласно (2.9), не зависит от конкретного вида распределения общего запаса ресурса $\bar{w}$ между агентами.

2.6 Сравнение равновесий: последствия введения рынка ресурса

Сравнение введенных выше моделей прольет свет на внутренние движущие силы изменений, происходящих в переходной экономике. Действительно, в тех случаях, когда реформа включает или затрагивает общественный выбор, особенно важными оказываются предпочтения агентов относительно того, какая экономическая политика будет выбрана и каков будет ее исход. В частности, если существует достаточное расхождение между индивидуальными интересами и общей эффективностью, то реформа, приносящая выигрыш в общественной эффективности, может быть заблокирована. Мы рассмотрим два вида преобразований нашей изначальной системы: первый — создание рынка ресурса и второй (в следующем пункте) — принятие реформы, исключающей перераспределительную деятельность (упраздняющей налогообложение, нацеленное на раздачу субсидий). Как мы уже знаем, такая реформа является оптимальной в смысле достижения максимально возможного в системе суммарного продукта. Соответственно, на глобальном уровне она является улучшением обоих рассмотренных видов равновесий с лоббированием, как с торговлей, так и без нее.

Последствия введения торговли ресурсом в систему с лоббированием являются априори неочевидными, ибо в результате возникают два эффекта. Первый — это увеличение эффективности за счет более разумного вложения ресурса в производство, возможного в результате открытия рынка на него. Второй эффект — отрицательный: из-за того, что экономика становится богаче, лоббирование становится более привлекательным видом деятельности, в результате чего ресурсы агентов будут отвлечены от производства. В самом деле, в соответствии с Предложениями 1, 2 и 4, уровень отсечки t, начиная с которого производство сменяется лоббированием в равновесии без торговли, не ниже соответствующего уровня отсечки t_0 в гибридном равновесии. Таким образом, развитие рыночной инфраструктуры, не сопровождаемое отменой практики субсидий, может увеличить масштабы перераспределительной деятельности и уменьшить суммарный объем ресурса, предназначенный для производства.

В некоторых случаях, однако, подобного вышеописанному «двустороннего эффекта» не наблюдается: введение торговли может не только послужить более эффективному распределению ресурса по индивидуальным производителям, но и увеличить общее предложение ресурса в сфере производства. В самом деле, хотя $t_0 \leq t$, в гибридном равновесии все агенты используют t_0 ресурса в производственных целях, в то время как в равновесии без рынка на ресурс агенты с малым начальным запасом $w(x)$ так с ним и остаются, и уровня t достичь не смогут.

Окончательно же, в соответствии со следующей теоремой, даже если практика выдачи субсидий производится, первый эффект все же однозначно оказывается сильнее второго, то есть более эффективное перераспределение ресурсов между производителями перевешивает возможное падение суммарного предложения ресурса в производстве. Таким образом, введение торговли всегда приводит к увеличению суммарной эффективности — независимо от того, каков уровень налогообложения. Более того, оказывается, что введение торговли является улучшением по Парето — прибыль любого агента возрастает (по крайней мере, не убывает). Это очевидно, если лоббирование запрещено (принцип выявленных предпочтений). В случае же равновесия с лоббированием для доказательства сформулированного утверждения надо проанализировать формулы (2.10) и (2.17), представляющие прибыль агента в равновесии, соответственно, без торговли и с торговлей.

Теорема 1 *При любом заданном уровне налогообложения* κ *и любом начальном распределении ресурса* $w(\cdot)$*, прибыль каждого агента в гибридном равновесии не меньше его прибыли в равновесии с лоббированием, но без торговли.*

Доказательство. Это очевидно для агентов, не участвующих в лоббировании: их позиция в равновесии без торговли является доступной в ситуации с торговлей, то есть можно заключить требуемое, исходя из принципа выявленных предпочтений. Что же касается агентов, участвующих в лоббировании, то есть таких, что $w(x) > t$, то они в равновесии без торговли имеют

$$(1-\kappa)(f(t) + (w(x) - t)f'(t)), \tag{2.18}$$

а в равновесии с торговлей —

$$(1-\kappa)(f(t_0) + (w(x) - t_0)f'(t_0)), \tag{2.19}$$

где, как мы знаем, $t \geq t_0$. Поэтому достаточно убедиться в том, что функция

$$U(t) = f(t) + (w(x) - t)f'(t) \tag{2.20}$$

монотонно убывает по t. Продифференцируем функцию $U(t)$:

$$\frac{dU(t)}{dt} = \frac{d(f(t) + (w(x) - t)f'(t))}{dt} = (w(x) - t)f''(t) < 0, \tag{2.21}$$

что и требовалось доказать.

◀

Заметим, однако, что налогообложение подрывает стимулы агентов к торговле, даже если таковая институционально разрешена и имела бы место в конкурентном равновесии. В экстремальном случае торговля может быть полностью вытеснена перераспределительной деятельностью (лоббированием). В качестве иллюстрации рассмотрим равновесие с лоббированием без торговли, в котором каждый агент участвует в лоббировании. В этом случае при любом x начальный запас $w(x)$ больше уровня отсечки (и производства) t, определяемого из уравнения (2.6) — из чего следует, что уравнения (2.6) и (2.9) эквивалентны, и что t совпадает со своим минимальным значением t_0. Но тогда, учитывая формулы (2.10), такое равновесие является одновременно и гибридным равновесием, а, следовательно, не изменится при введении института торговли.

Торговля будет иметь место при введении рынка в систему с очень неэффективным начальным распределением ресурса (в нашем случае, когда производственные возможности у всех одинаковы, это означает очень неравное начальное распределение), когда для некоторых агентов их начальный запас $w(x)$ ниже уровня производства t.

Проведенный анализ позволяет предположить, что экономическая либерализация, открывающая рынки на ресурсы производства, найдет широкую поддержку среди владельцев ресурсов, или по крайней мере не встретит активного сопротивления «снизу» (и это подтверждается российским опытом 1992-94 гг.). В то же время эти рынки не могут функционировать в полной мере до тех пор, пока применяется практика субсидий.

Что же касается отношения владельцев ресурса к реформе, целью проведения которой является отмена практики выдачи субсидий, то это более сложный вопрос, и ответ на него, как мы увидим, в существенной степени зависит от начального распределения ресурса и от существующих производственных возможностей.

2.7 Сравнение равновесий: последствия проведения реформы субсидирования предприятий

Сделать выводы об отношении агентов к проведению реформы политики государственной поддержки предприятий, упраздняющей субсидии, можно на основе параметрического анализа формул (2.10) и (2.17), выражающих прибыль агента, в зависимости от κ, в двух типах равновесий с лоббированием. Если равновесие с лоббированием характеризуется отсутствием рынка ресурса, то надо сравнить прибыль (2.10) с прибылью, получаемой агентом в конкурентном равновесии. Если же сначала господствует гибридное равновесие, то вместо формулы (2.10) следует использовать (2.17). В обоих случаях основной вопрос — верно ли, что эта прибыль максимальна при $\kappa = 0$, то есть при полном прекращении практики раздачи субсидий?

Для начала заметим, что в обоих ситуациях (с торговлей или без неё) только сравнительно богатые агенты могут противостоять реформе. Действительно, если при данном κ_0 агент не участвует в лоббировании из-за недостаточного запаса ресурса $(w(x) < t)$, то он лишь страдает от этого вида деятельности, предпринимаемого другими агентами в отношении его, в частности, прибыли. Поэтому он, конечно, предпочтет конкурентное равновесие. Более формально, верно следующее утверждение.

Лемма 1. Если в режиме с $\kappa > 0$ запас ресурса агента $w(x) < t$, то такой агент предпочитает данному режиму (независимо от того, разрешена ли в нём торговля ресурсом) режим конкурентный.

Доказательство. Для режима без торговли это следует из принципа выявленных предпочтений следующим образом (вспоминая формулу (2.10)):

$$(1-\kappa)f(w(x)) < f(w(x)) \leq f(\bar{w}) + (w(x) - \bar{w})f'(\bar{w}). \tag{2.22}$$

Для режима с торговлей рассуждение несколько иное. Прежде всего, из здравого смысла, а также из формулы (2.9) следует, что $t < \bar{w}$ в любом гибридном равновесии с $\kappa > 0$. Теперь, вспоминая формулу (2.17), грубо оценим сверху благосостояние нашего агента:

$$(1-\kappa)(f(t)+(w(x)-t)f'(t)) < f(t)+(w(x)-t)f'(t); \qquad (2.23)$$

утверждается, что функция в правой части является возрастающей. Действительно, мы уже видели при доказательстве теоремы 1, что её производная равна $(w(x)-t)f''(t)$, но в данном случае $w(x) < t$, поэтому производная положительна. Тем самым значение этой функции будет большим в точке $\bar{w} > t$, нежели в точке t. Но её значение в точке $\bar{w}$ совпадает с выигрышем агента x в конкурентном равновесии (см. формулу (2.13). Лемма доказана.

◄

Ниже сформулировано гораздо более сильное утверждение.

Лемма 2. Если благосостояние агента x ниже среднего, то есть $w(x) < \bar{w}$, то такой агент однозначно предпочитает конкурентное равновесие всем видам режимов с раздачей субсидий, независимо от значения κ и от того, разрешена ли торговля ресурсом в исходном режиме.

Доказательство. Так как позиция любого агента улучшается при введении торговли ресурсом в систему без изменения κ, то достаточно доказать сформулированное утверждение для гибридных равновесий. Следует рассмотреть отдельно два случая: случай $w(x) < t$, и случай $t < w(x) < \bar{w}$. Первый из них уже доказан в предыдущей лемме, поэтому считаем, что имеет место второй. При доказательстве, а также и в процессе дальнейшего анализа, полезно выразить благосостояние агента в гибридном равновесии только через пороговое значение t, то есть, исключить κ из уравнений (2.17) и (2.9). Это несложно, учитывая линейность последнего по κ. Получим:

$$u(x,t) = \frac{f(t)(f(t)+(w(x)-t)f'(t))}{f(t)+(\bar{w}-t)f'(t)}. \qquad (2.24)$$

Мы утверждаем, что при $t < w(x) < \bar{w}$ будет $u(x,t) < f(w(x))$. Это будет означать, что агенту лучше просто честно пустить весь свой ресурс в производство, нежели участвовать в предлагаемом гибридном режиме. Тем более, такому агенту лучше в конкурентном равновесии (принцип выявленных предпочтений).

Чтобы проверить сделанное утверждение, избавимся от знаменателя. Получим:

$$f^2(t)+(w(x)-t)f(t)f'(t) \;<\; f(t)f(w(x))+(\bar{w}-t)f(w(x))f'(t). \qquad (2.25)$$

Это верно: достаточно сравнить почленно, пользуясь границами на $w(x)$ и свойством монотонности производственной функции. Лемма 2 доказана.

◀

Из этой леммы следует важный вывод о том, что против реформы политики государственной поддержки предприятий могут голосовать только те агенты-производители, чей запас ресурса выше среднего значения, то есть, сравнительно богатые агенты, а не наоборот. Этот вывод контрастирует с известным суждением о том, что прогрессивные реформы, как правило, поддерживаются сравнительно обеспеченными слоями общества. Однако вспомним, что интерпретацией нашей модели служит явление лоббирования при неэффективном налогообложении. А кто занимается лоббированием, богатые или бедные, ясно и ребёнку. Более состоятельное объяснение данного вывода заключается в том, что в нашей модели перераспределение требует затраты ресурсов, которые сами по себе перераспределению не подлежат.

Следующее утверждение вносит полную ясность в вопрос о том, какие именно агенты могут противостоять реформе политики государственной поддержки предприятий.

Теорема 2 *В любом равновесии с лоббированием (как включающем торговлю ресурсом, так и исключающем её) множество агентов, противостоящих переходу к конкурентному режиму, либо пусто, либо имеет вид* $(a, 1]$ *при некотором* $a < 1$.

Доказательство. Если множество агентов, голосующих против реформы, непусто, то тогда любой из них участвует в лоббировании в случае режима без торговли ресурсом; следовательно, формула (2.10), выражающая его благосостояние, формально совпадает с формулой (2.17), дающей благосостояние агента в гибридном равновесии. Имеем для такого агента:

$$u(x,t) = (1-\kappa)(f(t) + (w(x)-t)f'(t)) \; < \; f(t) + (1-\kappa)(w(x)-t)f'(t). \tag{2.26}$$

Мы утверждаем, что тогда $(1-\kappa)f'(t) > f'(\bar{w})$. В самом деле, в противном случаеможно продолжить цепочку неравенств (2.26):

$$\begin{aligned} u(x,t) \; &< \; f(t) + (1-\kappa)(w(x)-t)f'(t) \; \leq \\ \leq \; f(t) + (w(x)-t)f'(\bar{w}) \; &\leq \; f(\bar{w}) + (w(x)-\bar{w})f'(\bar{w}), \end{aligned} \tag{2.27}$$

ибо $\bar{w}$ — выбор агента в конкурентном равновесии, а t — допустимое значение в нём же (принцип выявленных предпочтений). Это противоречит тому, что агент, согласно предположению, голосует против реформы.

Следовательно, $(1-\kappa)f'(t) > f'(\bar{w})$. Но тогда, обозначая за $\bar{u}(x)$ полезность агента x в конкурентном равновесии, мы видим, что функция приращения полезности $u(x,t)-\bar{u}(x)$ агента при переходе обратно (возвращении) от конкурентного режима к режиму с данным κ является неубывающей по x:

$$\begin{gathered} u(x,t)-\bar{u}(x)=(1-\kappa)f(t)-f(\bar{w})+(\bar{w}-t)(1-\kappa)f'(t)+ \\ +(w(x)-\bar{w})[(1-\kappa)f'(t)-f'(\bar{w})]. \end{gathered} \tag{2.28}$$

Поэтому, если для какого-то x режим с лоббированием лучше конкурентного, то и для всех агентов с большим номером (то есть, с не меньшим начальным запасом) — тоже. Лемма доказана.

◄

Простым, но важным следствием этой леммы является утверждение о том, что множество агентов, предпочитающих конкурентный режим всему спектру режимов, характеризующихся различными значениями κ, как с торговлей ресурсом, так и без неё, имеет вид $[0,a]$ для некоторого $a \in [0,1]$.

Мы утверждаем, что отрицательное отношение к реформе, отменяющей субсидии, коренится одновременно в недостаточно эффективном производстве, и в очень неравном начальном распределении ресурса. Естественно, неэффективность производственного процесса следует понимать в смысле сравнения с отдачей на лоббирование. В свою очередь, отдача эта находится в сильной зависимости от общего произведенного в системе продукта, то есть окончательно тоже от производственных возможностей. Это напоминает порочный круг. Однако если интерпретировать неэффективность производства как быстрое убывание предельного продукта $f'(w)$ с ростом w, то этого противоречия можно избежать. Мы и будем в дальнейшем понимать под неэффективностью производства именно это свойство.

Анализ модели находится в Приложении 1, здесь же мы приведём основные его результаты. Сформулировать точное утверждение, одновременно являющееся интуитивно легко трактуемым, поможет введение в рассмотрение функции издержек производственного процесса $c(s)$, то есть функции, обратной к производственной функции f:

$$\begin{aligned} \forall s \quad & f(c(s)) = s; \\ \forall t \quad & c(f(t)) = t. \end{aligned} \tag{2.29}$$

Из курсов математического анализа известно, что $f'(t)c'(s) \equiv 1$ при $s = f(t)$. Поэтому медленное убывание предельного продукта $f'(w)$ с ростом w равносильно медленному росту предельных издержек производства $c'(q)$ с ростом q. Введём функцию эластичности предельных издержек

$$\epsilon_{mc}(q) = \frac{qc''(q)}{c'(q)} \tag{2.30}$$

Следующе замечание принадлежит В.М.Полтеровичу.

Утверждение 1. Условие

$$\epsilon_{mc}(q) \leq 1 \quad \forall q \geq 0 \tag{2.31}$$

эквивалентно выпуклости квадрата производственной функции f^2 во всех точках $w \geq 0$.

Доказательство этого и всех последующих утверждений, лемм, теорем и предложений содержится в Приложениях 1 и 2.

◄

Теперь связь (не)эффективности производства с отношением к реформе политики государственной поддержки предприятий может быть охарактеризована формально следующим образом.

Теорема 3 *Пусть эластичность предельных издержек не превосходит единицы, или, что то же самое, квадрат производственной функции является функцией выпуклой. Тогда при любом начальном распределении ресурса $w(\cdot)$ любой агент предпочитает конкурентный режим всему спектру всевозможных режимов с лоббированием.*

Обратно, при невыполнении этих условий существует начальное распределение ресурса $w(\cdot)$, а также такое значение параметра $\kappa > 0$, что в соответствующем равновесии без торговли часть агентов воспротивится проведению реформы политики государственной поддержки предприятий (тем более так произойдёт и в соответствующем гибридном равновесии).

◀

Таким образом, если выполнены условия этой теоремы, то независимо от начального запаса ресурса, независимо от того, какие широкие возможности открывает перераспределительная деятельность, любой агент всегда предпочитает конкурентный режим без сборов и раздачи субсидий, который обеспечит сохранность заработанной им прибыли и предотвратит отвлечение его ресурсов от производства и торговли. В этом случае следует ожидать всеобщей поддержки реформы в сообществе производителей.

Пример. Рассмотрим снова в качестве иллюстрации производственные возможности Кобба-Дугласа $f(w) = w^{\alpha}$, $0 < \alpha \leq 1$. В этом случае условия теоремы 3 удовлетворены при $\alpha \in [1/2, 1]$, то есть если эластичность выпуска не ниже, чем 0.5.

Теперь пусть условия на производственную функцию нарушаются. В этом случае в принципе какая-то часть агентов может предпочесть режим с раздачей субсидий. Следующее утверждение показывает, что реализоваться такая возможность может лишь при достаточно неравном начальном распределении ресурса (в полном соответствии со сказанным во введении ко главе), то есть в том случае, когда запас ресурса некоторых агентов значительно превосходит средний его уровень в экономике, $\bar{w}$.

Теорема 4 *Пусть условия теоремы 3 нарушаются. Тогда лишь те агенты могут противостоять реформе политики государственной поддержки предприятий, для которых*

$$\frac{w(x)}{\bar{w}} > \frac{E}{E-1}, \tag{2.32}$$

где $E = \sup\limits_{q>0}\{\epsilon_{mc}(q)\}$.

◀

Эта теорема придает более точный смысл абстрактному утверждению, что причину противодействия в обществе прогрессивных институциональных изменений следует искать, в числе прочего, в неравном начальном распределении ресурса. В самом деле, из формулы (2.32) сразу видно, что при равномерном распределении ресурса, независимо от производственных возможностей в экономике, абсолютно все агенты поддержат переход к конкурентному режиму. Более того, если распределение ресурса не слишком неравное, а конкретно, если ни у одного из агентов запас ресурса не превосходит средний запас более, чем в $\frac{E}{E-1}$ раз, то этот вывод остается в силе.

Необходимо отметить, вместе с тем, что результаты о поддержке неэффективного режима предприятиями с наибольшим начальным запасом ресурса, и о неравенстве начального распределения ресурсов как причине противодействия реформе базируются на предположении об одинаковой для всех производственной технологии. В самом деле, при таком предположении излишки ресурса неэффективно использовать в производстве, и они используются агентами-производителями в процессе присвоения ренты. Тем не менее, и в случае различных производственных технологий результат об отсутствии стопроцентной поддержки реформы политики государственной поддержки предприятий остаётся в силе.

Теоремы 3 и 4 показывают, что достаточно одного из двух: либо медленного убывания отдачи от масштаба в производстве, либо более-менее равномерного начального распределения ресурса в экономике, чтобы реформа (упраздняющая бесцельный сбор налогов и раздачу субсидий) получила повсеместную поддержку. Только при комбинации неравного начального распределения с неэффективным производством возможно противодействие. В этом случае степень противодействия характеризуется оценкой (2.32) — чем эффективнее производство, тем большая степень неравенства должна иметь место для возникновения противодействия. В этом смысле существует определённый баланс между скоростью убывания предельного продукта в производстве, и неравенством в начальном распределении ресурса.

Чтобы сделать этот баланс явным, заметим, что ключевую роль в анализе играет понятие эластичности предельных издержек. Чем она выше, тем легче придумать распределение ресурса, при котором часть агентов окажется против реформы. Имея это в виду, мы можем рассматривать эластичность предельных затрат как меру неэффективности производства. Введя меру неравенства начального распределения ресурса естественным образом как $\Delta = \sup\limits_{x\in[0,1]} \frac{w(x)}{\bar{w}}$, мы можем сформулировать баланс между неэффективностью и неравенством, который выражает условие, необходимое для наличия в обществе сопротивления реформе, в виде следующего неравенства, эквивалентного (2.32):

$$(\Delta - 1)(E - 1) > 1. \tag{2.33}$$

Пример. Полученные выводы можно проиллюстрировать на примере производственной функции Кобба-Дугласа $f(w) = w^{\alpha}$. В этом случае уравнение (2.32) принимает форму

$$\frac{w(x)}{\bar{w}} > \frac{1-\alpha}{[1-2\alpha]_+} \tag{2.34}$$

Правая часть задаёт нижнюю границу степени неравенства в распределении начального запаса ресурса $\bar{w}$ между агентами, при которой возможно отрицательное отношение кого-либо из агентов к реформе политики государственной поддержки предприятий. Видно, что при $\alpha \to 0.5$ подобная ситуация становится нереализуемой.

2.8 Анализ степени поддержки реформы субсидирования предприятий в сообществе производителей

Взгляд на процесс проведения реформы, упраздняющей практику выдачи субсидий за лоббирование с позиций общественного выбора приводит, в свете проведённого выше анализа, к ряду важных выводов относительно возможных итогов этого процесса. Исход, разумеется, зависит от того, каким образом этот общественный выбор осуществляется и реализуется. Мы предположим вначале, что режим правления — демократический, и что принятие общественных решений осуществляется путём голосования большинством агентов-производителей. В этом случае проведение реформы политики государственной поддержки предприятий потребует более чем половины агентов, предпочитающих её всему спектру альтернатив, характеризующихся различными уровнями налогообложения. Заведомо реформа будет проведена в том случае, когда такой исход является предпочтительным для всех агентов без исключения.

В соответствии с теоремами 3 и 4, этот случай имеет место либо когда технология производства сравнительно эффективна в смысле отдачи от масштаба, либо когда ресурс изначально распределён достаточно равномерно между агентами. Если же эти предпосылки не выполняются, то некоторая часть агентов может предпочесть не 100-процентную отмену субсидий. В то время как всегда будут в наличии агенты-жертвы лоббирования, они не обязательно составят большинство, и исход общественного выбора становится неопределённым. В случае, когда скорость убывания отдачи от масштаба не слишком велика, агентов-жертв будет всё ещё более 50 процентов, и при схеме простого голосования исход полного упразднения субсидий возобладает.

Формула (2.32) позволяет даже получить оценку свурху количества агентов, которые могут быть против проведения реформы, следующим образом: пусть σ — доля агентов, голосующих против реформы. Тогда в их руках сосредоточено, в силу (2.32), не менее $\sigma\bar{w}\frac{E}{E-1}$ единиц ресурса, и это не может превосходить общего запаса $\bar{w}$. Соответственно, мы имеем

$$\sigma < 1 - \frac{1}{E}. \tag{2.35}$$

В частности, если эластичность предельных затрат E не выше, чем 2, то простое большинство заведомо проголосует за упразднение субсидий.

Однако, если скорость убывания предельного продукта существенна, то может возникнуть ситуация, когда против прекращения практики выдачи субсидий проголосует более половины всех агентов, что входит в противоречие с интуицией: кажется, что большинство не может эксплуатировать меньшинство, и богатая прослойка может голосовать против реформы только в том случае, когда есть достаточное множество жертв лоббирования. Тем не менее, можно предъявить ситуацию, когда большинство голосует за режимы с лоббированием, что означает недостаточность демократического режима правления для исключения этого негативного явления из повседневной практики (пример приведен в Приложении 2; более того, там же показано, что против реформы политики государственной поддержки предприятий может проголосовать сколь угодно большой процент населения).

Итак, в случае быстрого убывания отдачи на масштаб в производстве существует начальное распределение ресурса, при котором большинство агентов проголосует против прогрессивной реформы. В этом случае уровень налогообложения, который реализуется в экономике (и который определяет степень распространённости процессов лоббирования в ней), зависит от профиля индивидуальных предпочтений агентов, определённых на отрезке $[0, 1]$ всевозможных уровней налогообложения. Если, скажем, взять за основу медианную схему принятия общественных решений, то в рассматриваемой ситуации медианный голос $(x = 0.5)$ выберет определённую, ненулевую ставку налога, и соответствующий выбор будет осуществлён обществом в целом. Подведём итог.

Предложение 5. Для любого заданного $\tau \in [0, 1)$ существует экономика с лоббированием и без торговли, характеризующаяся тем, что в ней ровно τ процентов населения голосуют против перехода к конкурентному режиму. (Введение в неё института торговли может этот процент лишь увеличить.)

◀

В качестве альтернативы демократическому способу принятия общественных решений можно предложить так называемый «плутократический» способ, при котором выбор осуществляется большинством не голосов, а денежных единиц (что, возможно, более соответствует российским политическим реалиям). В нашей модели это означает, что каждый агент-производитель имеет вес голоса, пропорциональный его начальному запасу ресурса. Встаёт тот же вопрос: возможно ли, что большинство «единиц ресурса» проголосует против реформы политики государственной поддержки предприятий? Как и прежде, ответ на него зависит от свойств технологии производства. В условиях выполнения неравенства (2.31), когда ни один агент не выбирает режим с лоббированием, плутократический исход будет таким же, как и демократический, то есть приведёт к полной отмене практики выдачи субсидий.

Однако в условиях нарушения неравенства (2.31) плутократический исход может отличаться от демократического. Вспомним, что при не слишком быстром убывании отдачи от масштаба в производстве по-прежнему демократическое голосование приводило к принятию реформы. В случае плутократии даже минимальное нарушение требования (2.31) может привести к тому, что «большинство единиц ресурса» проголосует против проведения реформы политики государственной поддержки предприятий: можно показать (см. Приложение 2), что тогда существует распределение, в котором более половины ресурса сосредоточено в руках маленькой доли агентов, при котором запас ресурса каждого из таких агентов достаточно велик для поддержки режима с лоббированием. Иными словами, произвольно малое отклонение от неравенства (2.31) гарантирует существование такого распределения ресурса, при котором большая часть ресурса проголосует против реформы политики государственной поддержки предприятий.

Суммируем сказанное.

Теорема 5 *Пусть производственная функция фиксирована и её квадрат не является всюду выпуклой функцией. Тогда можно предъявить распределение* $w(\cdot)$*, вместе с параметром* $\kappa > 0$*, такие, что в экономике* с торговлей ресурсом *сколь угодно большой процент капитала будет противостоять реформе политики государственной поддержки предприятий.*

◀

В то же время, подобное утверждение нельзя высказать для экономики без торговли. Причина состоит в том, что богатые выигрывают именно от комбинации продажи своего ресурса бедным, и последующего перераспределения прибыли от их производственной деятельности путём лоббирования; при запрете на продажу ресурса ситуация становится неопределённой, и зависит от производственной функции f.

Наконец, рассмотрим влияние экономической либерализации на отношении агентов к проведению реформы политики государственной поддержки предприятий. В процессе дебатов, посвящённых процессу перехода к рыночной экономике часто утверждалось, что либерализация должна предшествовать установлению других институтов и норм рыночной экономики, в частности, приватизации, установлению института прав собственности и реформы политики государственной поддержки предприятий, упраздняющей практику выдачи субсидий. В то время как существует ряд аргументов в пользу подобного суждения (Aslund 1995), есть одно соображение, которое было проигнорировано в дебатах по этому вопросу, а именно, как либерализация влияет на отношение агентов к установлению таких институтов. Возьмём, например, реформу политики государственной поддержки предприятий. Вспомним (см. теорема 1), что до либерализации все агенты находятся в худшем положении, чем после неё, и в процессе формирования своего отношения к реформе политики государственной поддержки предприятий они сравнивают своё будущее благосостояние с тем, которое они имеют на данный момент. Поэтому, если провести либерализацию до реформы, упраздняющей субсидии, то склонность агентов к поддержке этой реформы упадёт, и некоторые из них, будучи до либерализации «за» реформу, проголосуют против неё впоследствии. Тем самым мы видим, что либерализация снижает стимулы агентов к поддержке прогрессивной реформы по упразднению практики выдачи субсидий. Соответственно, снижается доля агентов, голосующих за принятие этой реформы, и усиливается оппозиция по отношению к ней.

2.9 Выводы

Анализ, проведенный в главе 2, показывает, что быстрое падение предельного продукта в производстве, в комбинации с неравенством начального запаса ресурса, создает предпосылки для того, чтобы наиболее богатые ресурсом производители были против проведения реформы политики государственной поддержки предприятий. Современная российская экономика, как свидетельствуется, например, в (Zhuravskaya, Orlov, Paltseva 2001), демонстрирует обе необходимые предпосылки этого феномена, и отклонения от эффективности в практике выдачи субсидий, а также устойчивость неэффективного режима, находятся в согласии с выводами модели.

Разумеется, проблемы и препятствия на пути перехода к эффективному функционированию промышленных предприятий в России в значительной степени коренятся в прошлом, в истории Советской Россиии. Целью аналализа было показать, что нельзя списать все проблемы, связанные с переходом к конкурентной экономике в России на прошлое наследие и на особенности российского общественного устройства. Как выясняется, наблюдаемый неэффективный режим может быть результатом индивидуально рациональных действий максимизирующих прибыль экономических агентов.

Задача проведения реформы политики государственной поддержки предприятий, будучи одной из приоритетных задач, стоящих перед российским правительством, естественно, встречает сопротивление со стороны тех самых агентов, которые выигрывают от практики раздачи субсидий в ущерб другим производителям. Сопротивление это, в соответствии с нашим анализом, будет лишь усилено экономической либерализацией, проведенной раньше принятия реформы политики государственной поддержки предприятий.

Глава 3

Оптимальные стратегии подавления коррупции

3.1 Введение

В настоящей главе изучаются способы контроля коррупции при ограниченных ресурсах контролирующего органа. В то время как в предыдущей главе в фокусе исследования были производители, борющиеся за ренту, предположительно, с помощью дачи взяток, здесь мы сосредоточим внимание на анализе коррупционного выбора чиновников, с тем чтобы охарактеризовать оптимальные схемы борьбы с коррупцией. Анализ коррупционных равновесий будет производиться в рамках парадигмы «Начальник — подчиненный», или что то же самое, в рамках игры по Штакельбергу, которая обобщается здесь на случай нескольких разнородных игроков второго уровня (т.е. множества разнородных подчиненных). Напомним вкратце стандартную постановку.

Есть начальник, и один его подчиненный. Подчиненный, выполняя определенную работу, выбирает степень усердия, не наблюдаемую начальником. Качество выполнения работы зависит от степени усердия подчиненного, и от случайного фактора. Стандартная теория анализирует схемы стимулирования начальником подчиненного, которые вынуждают последнего выбирать суммарно оптимальный уровень усилий (усердия).

При анализе явления коррупции роль начальника играет контролирующий орган, а роль подчиненных — чиновники. При этом следует учесть тот факт, что в типичных ситуациях имеется множество подчиненных под эгидой одного и того же контролирующего органа. В этом случае прямое использование стандартной парадигмы с одним подчиненным упускает из виду коррелированные схемы стимулирования, то есть такие, при которых выигрыш подчиненного зависит не только от его степени усердия, но и от степеней усердия его коллег. Подобные коррелированные стратегии контролирующего органа вынуждают подчинённых на втором этапе не просто принимать решение, а осуществлять игровое взаимодействие со своими коллегами, что порой приводит к неожиданному — в нашем случае, оптимистичному с точки зрения контролирующего органа, исходу. Поэтому важно научиться управлять исходом игры, посредством выбора наилучшей коррелированной схемы стимулирования.

Во многих ситуациях с несколькими агентами можно усилить информационные предположения, считая, что уровень усилий каждого из подчиненных является наблюдаемым для контролирующего органа. Тогда можно не принимать во внимание случайный фактор. Одновременно с этим разумно предположить, что у контролирующего органа нет способа напрямую влиять на стимулы подчиненных, апеллируя к их степеням усердия. Такая ситуация является характерной для явления коррупции, когда уровень взяточничества (т.е. частота входа в сговор) чиновника служит переменной, отражающей его усилия. В самом деле, часто возникает ситуация, когда реальный уровень коррумпированности тех или иных служащих является всем известной, но непроверенной информацией.

Рассмотрим проблему налогоуклонения. Согласно (Vasin, Panova 2000), налоговой инспекции приблизительно известен суммарный доход, подлежащий налогообложению, в различных секторах производства. Как следствие, инспекция способна оценить процент укрытых налогов в каждом секторе; иными словами, степени коррумпированности налоговых инспекторов, курирующих соответствующие секторы, наблюдаемы пост-фактум налоговой инспекцией. Проблема состоит в том, что эта информация сама по себе не может привести инспектора на скамью подсудимых: чтобы оштрафовать его, необходимо выявить конкретный факт коррупции. Но для этого нужно тратить ресурсы, производя проверки взаимодействий инспектора с фирмами в его подчинении.

Кроме вопросов выбора оптимальной стратегии контроля коррупции (более общо, отклоняющегося поведения), модель применима к ряду других сценариев. Некоторые из них могут быть обобщены следующим образом. Рассмотрим некое агенство, которое производит сборы. Подотчётные лица обычно пытаются уклониться от оплаты. В зависимости от ситуации, уклонение может быть прямым или косвенным, частичным или полным, но как правило состоит в том, что лицо намеренно искажает информацию относительно себя, на знании которой базируется размер необходимой выплаты. Задача агенства — выявить скрытую информацию, управляя стимулами подотчётных лиц.

В зависимости от конкретной ситуации, агенство может либо напрямую влиять на стимулы подотчётных лиц, либо влиять на стимулы чиновников, непосредственно занимающихся сборами. В последнем случае мы приходим к постановке задачи, полностью эквивалентной задаче оптимального контроля коррупции при сборе налогов. Теоретической базой для таких задач служит «Начальник — Подчинённые — Клиенты». Приведём ещё два примера.

> **Страховое агенство.** Начальник (страховое агенство) предлагает услугу (страхование) клиентам, с гибкой системой оплаты, определяющейся вероятностью страхового случая, характеризующей тип данного клиента. Для выявления типа назначаются инспектора (подчинённые начальника), которые порой вступают в сговор с клиентами, искажая информацию об их типе за взятку. По прошествии определённого периода времени, начальник составляет «табличку успеваемости» инспекторов, которая отражает суммарный баланс платежей/убытков у клиентов в его подчинении. Стратегия начальника базируется на этих данных.

Бфнковские ссуды. Начальник (банк) предлагает услугу (ссуду) клиентам, с гибкой системой оплаты, определяющейся (рискованностью проекта), характеризующей тип данного клиента. Опять-таки, для выявления типа назначаются инспектора. Далее всё происходит также, как и в предыдущем сценарии.

Бывает и так, что выборочной проверке подвергаются сами клиенты, которые в этом случае играют в модели роль «подчинённых». Приведём два примера таких ситуаций. Не обязательно, чтобы речь шла о каких-либо сборах, как показывает второй пример.

Государство и регионы. Роль начальника играет здесь федеральная власть, а подчинённые — различные регионы. Согласно существующему законодательству, каждый регион должен отчислить сколько-то налоговых поступлений в федеральную казну. Однако регионы могут недоплачивать. На сборы этих поступлений требуются средства (оплата работы представителей президента на местах, авиабилеты, альтернативные издержки ведения переговоров). В условиях ограниченности ресурса (в данном случае, времени) можно порекомендовать федеральной власти использование пороговых стратегий, введённых и изученных в главе 3.

Обвешивание на рынке. Здесь уже речь идёт не о каких-либо сборах, а о нечестном поведении продавцов, наносящих ущерб администрации рынка (потому что у такого рынка будет плохая репутация). Здесь роль начальника играет администрация, подчинённые — продавцы, каждый из них выбирает определённую частоту, с которой он обвешивает покупателей. Иногда на продавцов поступают жалобы в администрацию рынка, и разумно считать, что распределение жалоб отражает распределение частот, с которыми продавцы обвешивают покупателей. Стратегия проверки продавцов может базироваться на этой мнформации, и иметь пороговую структуру.

При построении модели мы будем придерживаться сценария, связанного с контролем коррупции при сборе налогов. Будет предполагаться, что контролирующий орган обладает фиксированным запасом ресурса, и, тратя его, может выявить степень коррумпированности своих подчиненных. При этом вероятность выявления степени коррумпированности подчиненного предполагается пропорциональной затрачиваемым ресурсам, а штраф за коррупцию — пропорциональным степени коррумпированности. Стратегия контролирующего органа в этом случае базируется на наблюдаемом профиле степеней коррумпированности всех его подчиненных, и предписывает схему проверки, в зависимости от наблюденных данных. В рамках данного подхода будет введен и изучен класс стратегий, обладающих свойствами устойчивости относительно координации подчиненных. Внутри этого класса будут объяснены принципы выбора оптимальной стратегии.

В качестве побочного продукта будет получен теоретико-игровой результат, а именно, теорема о существовании и единственности равновесия, устойчивого относительно скоординированного поведения агентов.

3.2 Коррелированные стратегии

Задаче «Начальник — много подчиненных» посвящены отдельные работы, например, (Holmstrom 1982) и (Malcomson 1986). Однако в этих работах изучается случай ненаблюдаемых (или, по крайней мере, лишь отчасти наблюдаемых) усилий подчиненных. При этих условиях, схема стимулирования может формулироваться только в терминах конечного результата, а не самих прикладываемых усилий. В цитированных работах подвергаются анализу простейшие коррелированные схемы стимулирования, которые предписывают данному подчиненному выигрыш, зависящий исключительно от его сравнительной производительности (rank-order contracts).

Мы вводим в рассмотрение класс стратегий иного типа. Они зависят как от индивидуальной степени усердия, так и от места (ранга) среди коллег. Стратегии этого класса называются *многопороговыми*. Простейшая из них — однопороговая — строится следующим образом. Выбирается пороговое значение, и проверяются с одинаковой степенью интенсивности (обусловленной фиксированным объемом средств на проверку) все чиновники, чья степень (частота) коррумпированности выше данного значения [1].

Использование коррелированных стратегий поднимает ряд вопросов. Первый из них — это вопрос о правдоподобности обещаний, даваемых контролирующим органом. В самом деле, обещание вообще не проверять каких-то подчинённых в том случае, когда их уровень коррумпированности не превосходит некоторого уровня, может показаться подчинённым «пустым трёпом». Чтобы суметь убедить подчинённых, контролирующий орган должен обладать соответствующей репутацией, что мы примем за данность[2]. В нашей модели единственным источником несостоятельности даваемых обещаний, то есть, стимула к их невыполнению пост-фактум, является расхождение между ex-ante и ex-post эффективностью, на величину общего объёма собранных *штрафов*. Чтобы избежать подобных вопросов, мы вовсе исключим штрафы из целевого функционала контролирующего органа. В этом случае вопрос о правдоподобности отпадёт.

Второй вопрос касается бюджета. Контролирующий орган должен быть уверен в том, что какой бы профиль действий подчинённых ни реализовался (неважно, равновесный или нет), количество проверок, предписанное реализованному профилю, не оказалось больше имеющегося в его распоряжении. В противном случае подчинённые, осознав это, вероятно, реализуют тот самый сомнительный профиль, вместо равновесного.

Третий вопрос относится к игре подчиненных, возникающей на втором этапе (т.е. сопровождающей выбор той или иной коррелированной стратегии контролирующим органом). Какую концепцию решения использовать в этой игре? Ответ зависит от природы взаимодействия инспекторов. Если они как-то отделены друг от друга, и кооперативные действия кажутся ма-

[1] То, что такого рода стратегия проверки может оказаться достаточно эффективной, подтверждается налоговыми инспекторами. Вот, что сказал один из них, в устной беседе (речь, правда, идёт не о проверке чиновников, а о проверке налоговых деклараций налогоплательщиков напрямую): «Те, кто у нас числятся как убыточные или почти убыточные — их мы вообще не трогаем, пусть пишут что хотят; остальных проверяем очень тщательно». Иные инспектора, правда, признаются, что проверяют нерадиво — то есть, всех подряд с одинаковой интенсивностью — «потому что зарплата низкая».

[2] Эту репутацию легко смоделировать в рамках динамической постановки, типа (Tirole 1996).

ловероятными, то можно имплементировать равновесие Нэша. Однако, во-первых, для пороговых стратегий контролирующего органа как правило существует очень много равновесий Нэша в игре второго уровня (как будет видно из анализа игры, в нашей ситуации их обычно континуум), и встаёт вопрос о выборе фокальной точки. Во-вторых, и это самое главное, предположение о невозможности кооперации для России выглядит неправдоподобным, даже абсурдным (любой, кто когда-либо заполнял налоговую декларацию сам, помнит, как инспектора сидят в одной комнате и доверительно, дружественно общаются между собой). Поэтому надо искать более устойчивые решения, нежели просто равновесие по Нэшу. Тем самым контролирующий орган будет уверен, что имплементируемое решение реализуется на практике.

В рассматриваемой ситуации в качестве концепции решения игры используется понятие итеративно достигаемого сильного Нэш-равновесия (т.е. равновесия, устойчивого относительно скоординированного поведения агентов, см. ниже строгое определение). Это очень сильная концепция решения, и можно задасться вопросом о том, существуют ли вообще стратегии, имплементирующие подобные решения. Оказывается, что такие стратегии существуют, допускают простую интуитивную трактовку, и их не так мало. Ниже введен и изучен определённый достаточно богатый подкласс таких стратегий. Анализируется равновесие (в общем случае, оно будет единственным); затем описываются принципы выбора оптимальной стратегии, в рамках данного класса, при заданном целевом функционале, а также характеризуется множество Парето-оптимальных стратегий. Наши рассмотрения придерживаются сценария налогоуклонения, описанного выше, хотя имеется и множество других сценариев, укладывающихся в модель (часть из них перечислена в главе 1).

В процессе анализа игры второго этапа мы используем понятия и методы, близкие к теореме Тарского (Tarskii 1955), то есть, эксплуатируем свойства монотонности выборов подчинённых, их выигрышей и других параметров модели. Анализ в значительной степени базируется на книге (Topkis 1998, глава 4).

3.3 Модель: основные предположения

Наша модель — это вариант модели «Начальник — Подчинённый» со множеством подчинённых (или, что то же самое, игра по Штакельбергу со множеством игроков второго уровня). Предполагается, что в некоторый момент времени подчинённые одновременно выбирают *действие* $z \in [0, 1]$, которое в терминах нашей задачи интерпретируется как частота входа в сговор, приводящего ко взятию взятки подчиненным. Обозначим за q профиль выбранных частот.

Мы будем предполагать, что у нас имеется континуум подчинённых. Подчинённые параметризованы точками $\theta \in [0, 1]$ (а профиль $q \in [0, 1]^{[0,1]}$). Мы назовём θ *именем* подчинённого. Выбирая действие $z \in [0, 1]$, подчинённый θ собирает $z \cdot b(\theta)$ денег, где $b(\theta)$ — тип подчинённого, отражающий его коррупционные возможности[3].

Кумулятивная функция распределения $G(\cdot)$ подчинённых по коррупционным возможностям предполагается общим знанием как контролирующего органа, так и всего сообщества подчинённых. Для простоты мы ограничимся дискретными распределениями $G(\cdot)$; такое распределение характеризуется набором

$$(b_1, \mu_1; \ldots ; b_n, \mu_n), \tag{3.1}$$

где $(\mu_1, \ldots , \mu_n)$ обозначают доли подчинённых, имеющих соответствующее b в качестве своих коррупционных возможностей ($\sum \mu_i = 1$). Предполагается, что b_i неубывает по i (не ограничивая общности).

Мы предположим, что выборы $z = q(\theta)$ всех подчиненных становятся известными контролирующему органу. Однако процедура наказания требует верификации, выявляющей конкретные случаи коррумпированных действий. Исходя из наблюдаемого профиля q выбранных подчинёнными действий, контролирующий орган выбирает степень тщательности, или интенсивности $\lambda_q(z)$ проверки подчиненных, выбравших z, при условии реализации профиля q. Так как сами по себе подчинённые неразличимы

[3] Мы могли бы назвать b просто размером взятки, предлагаемым в секторе, курируемом подчинённым θ, но будет удобно вместо этого считать $b(\theta)$ максимальной суммой денег, которую можно получить в данном секторе, беря взятки во всех случаях.

(что означает ненаблюдаемость параметра θ), стратегия верификации может базироваться только на знании переменной выбора, или действия подчинённого, z, и если различные подчинённые выбирают одно и то же z, то они должны быть проверяемы с одной и той же частотой $\lambda_q(z)$.

Мы предположим, что монетарные издержки подчинённого пропорциональны как его действию, z, так и интенсивности проверки, осуществляемой над ним, $\lambda_q(z)$. Например, в истории с налогоукрытием естественно интерпретировать λ как долю всех актов взаимодействия инспектора с фирмами, которые будут проверены. Далее, стоимость одной проверки будем считать фиксированной и постоянной. Тогда задача контролирующего органа — распределить имеющееся в его распоряжении количество проверок между подчинёнными, в зависимости от наблюдённого профиля q. Предполагая штраф D фиксированным и неизменным[4], мы видим, что инспектор теряет в среднем $D \cdot z \cdot \lambda_q(z)$.

Зададим балансовое ограничение контролирующего органа. Для этого потребуем, чтобы все λ в сумме не превышали A. Тонкость состоит в том, что нам надо записать это условие в терминах наблюдаемых характеристик, q (*не* в терминах θ, что было бы тривиально). Чтобы сделать это, мы введём обозначение $F(\cdot)$ для кумулятивной функции распределения подчинённых *по параметру их выбора, или действия* ; в отличие от $G(\cdot)$, это — апостериорная характеристика сообщества подчинённых. Она получается из профиля q следующим образом:

$$F(z) = F_q(z) = \text{ мера Лебега множества } \{\theta | q(\theta) \leq z\}. \tag{3.2}$$

Теперь мы можем записать балансовое ограничение контролирующего органа так:

$$\int\limits_0^1 \lambda_q(z) dF_q(z) \leq A. \tag{3.3}$$

Суммируем временную структуру изучаемой игры. В первый момент контролирующий орган объявляет определённый контракт λ, который предписывает интенсивности $\lambda_q(z)$ проверок каждому значению переменной z, при условии, что реализовался (и стал наблюдаемым) профиль q.

[4]Как правило, он определяется существующим законодательством.

Затем подчинённые играют на втором этапе одновременную игру, выбирая свои действия z (будучи информированными относительно выбранной контролирующим органом стратегии λ, и что более важно, веря в её состоятельность). После того, как их действия осуществлены, и профиль q наблюдён контролирующим органом, распределение $\lambda_q(\cdot)$ уже имплементируется автоматически, и подчинённые получают свои выигрыши, равные

$$u(\theta) = u(\theta, z, q) = z \cdot [b(\theta) - D \cdot \lambda_q(z)]. \tag{3.4}$$

Введем в рассмотрение целевой функционал $X(q)$ контролирующего органа. Как правило, можно ограничиться рассмотрением *линейных целевых функционалов* вида

$$X(q) = \int_0^1 x(\theta)q(\theta)d\theta. \tag{3.5}$$

Частный случай функционала (3.5) состоит в минимизации среднего уровня коррупции; он соответствует случаю $x(\theta) \equiv 1$.

Линейный функционал (3.5) общего вида можно проинтерпретировать в рамках сценария с налогоукрытием следующим образом: это — минимизация вреда от коррупции. Тогда $x(\theta)$ — коэффициенты вредоносности коррупционных сделок, осуществляемых в соответствующих секторах. Естественно предположить, что $x(\theta) \equiv x_i$ одинаков для всех θ с $b(\theta) = b_i$; если, вдобавок, все подчинённые одного типа i выберут одинаковую степень $z = z_i$ (что будет верно в равновесии, см. ниже), то функционал (3.5) перепишется в виде

$$X(q) = \sum_i x_i z_i \mu_i. \tag{3.6}$$

Теперь мы можем описать задачу контролирующего органа:

$$\begin{gathered} X(q) \to \max_{\lambda}, \quad s.t. \\ q \text{ является равновесием в игре второго этапа,} \\ \text{соответствующей стратегии } \lambda. \end{gathered} \tag{3.7}$$

Под равновесием здесь имеется в виду концепция решения, упомянутая выше: итеративно достигаемое сильное равновесие Нэша (точное определение см. в следующем разделе).

Альтернативная постановка задачи контролирующего органа состоит в том, что общее число ресурсов (или проверок) A является также переменной выбора, наряду с контрактом λ. Тем не менее, даже в этом случае предполагается, что A, также как и λ, объявляется в самом начале игры, в момент 0, и в дальнейшем варьированию не подлежит. Обозначим за m цену ресурса, в единицах полезности контролирующего органа. Тогда максимизационная задача принимает вид

$$\begin{gathered} X(q) - mA \to \max_{(A,\lambda)}, \quad s.t. \\ q \text{ является равновесием в игре второго этапа,} \\ \text{соответствующей стратегии } (A,\lambda). \end{gathered} \tag{3.8}$$

Можно и вовсе не специфицировать целевой функционал, вместо этого занимаясь описанием Парето-оптимальных стратегий, в соответствии с частичным порядком, заданным на множестве $[0,1]^{[0,1]}$ всех профилей q (подразумевая, что данное упорядочение уважается предпочтениями контролирующего органа). Ниже дано строгое определение понятия Парето оптимальной стратегии.

Определение. Стратегия λ называется Парето оптимальной, если профиль коррупционных выборов агентов в равновесии, соответствующем λ, не может быть (нестрого) уменьшен покомпонентно за счёт выбора другой стратегии λ', требующей не большего, чем λ объёма ресурсов для своей имплементации.

Иными словами, стратегия является Парето оптимальной, если нельзя, исходя из того же объёма ресурсов, понизить коррупционные выборы одних агентов без завышения выборов других.

Следующий раздел вводит в рассмотрение класс стратегий, упоминавшийся выше. Для этого класса всегда существует и единственно итеративно достигаемое сильное Нэш-равновесие.

3.4 Допустимые стратегии и пороговые стратегии

Теперь мы уделим пристальное внимание различным допустимым стратегиям. Множество всех допустимых стратегий является невообразимо богатым: это — множество всех функционалов, аргументом которых является пара (q, z), состоящая из наблюдаемого профиля q, вместе с данным значением переменной выбора (или действия), z. Ниже представлено несколько примеров допустимых (и недопустимых) стратегий.

Балансовое ограничение (3.3), выражающее условие допустимости стратегии, является достаточно сильным, чтобы исключить из рассмотрения на первый взгляд разумные и легко трактуемые стратегии. Например, представим себе такую гипотетически возможную стратегию контролирующего органа: *все, кто выберут $z > \bar{z}$, будут подвергнуты проверке с интенсивностью $\bar{A}$*. Такая стратегия допустимой является лишь в том случае, если в распоряжении контролирующего органа находится *огромное* количество ресурсов, достаточное для проверки всех подчинённых с указанной интенсивностью, потому что возможна ситуация, когда вообще все перейдут эту черту — такой профиль априори может реализоваться. Если же общий объём средств не столь велик, то подчинённые, будучи рациональными и наблюдая этот объём (согласно предположению модели), воспримут данную угрозук как невыполнимую, и скорее всего все и впрямь перейдут эту черту.

Таким образом, столь привлекательный план, как обещать проверку данной степени интенсивности всем тем, кто переступит определённую черту, не является выполнимой стратегией, потому что её имплементация, как правило, не может быть гарантирована а постериори.

Примером допустимой стратегии является, например, обещание потратить *все ресурсы, какие есть*, поровну между подчинёнными, перешедшими черту $\bar{z}$. Тогда они тоже будут «обслужены» с равной интенсивностью, но точное значение этой интенсивности сложится в процессе игры второго уровня. В отличие от вышеописанного, данное обещание выполнимо по определению, ибо мы обещаем распределять один и тот же запас средств.

Стратегия постоянная. Согласно ей, знание профиля q вообще игнорируется, и все подчинённые проверяются с одинаковой интенсивностью.

Пороговая стратегия отсечения. Выбирается определённый уровень $\bar{z}$, и все ресурсы тратятся поровну на тех, чей выбор z строго выше $\bar{z}$.[5] Тогда, конечно, никто не выберет степень меньшую, чем $\bar{z}$, но частота проверок тех, кто «зашкалит» за $\bar{z}$, зависит от того, как много их окажется всего. Если все выберут высокую степень нарушения, то результат будет такой же, как и в предыдущем примере — всех проверят с одинаковой интенсивностью. В случае же, когда все остальные выбрали степень, равную $\bar{z}$, данному подчинённому ничего не остаётся, как сделать то же самое: в противном случае на него падёт «весь огонь батарей» контролирующего органа.

Стратегия промежуточного типа. Часть ресурсов тратится на поголовную проверку, оставшаяся часть идёт на дополнительную проверку тех, чей выбор z зашкалил за определённое $\bar{z}$. Таких стратегий имеется уже целое двумерное семейство, включающее оба вышеописанных типа. Семейство определяется параметрами $(A_1, \bar{z})$, где A_1 — количество дополнительных проверок, а $A - A_1$ — поголовных.

Следующая ступень обобщения приводит нас к отмеченному классу допустимых стратегий, который будет подвергнут изучению в последующих разделах работы. Стратегии этого класса всегда имплементируют в игре второго уровня единственное сильное равновесие Нэша, к которому можно прийти итеративно.

Многоступенчатая пороговая стратегия состоит в том, чтобы фиксировать несколько уровней отсечения (порогов) z_i, и для каждого из них назначить A_i проверок, дополнительно поровну распределяемых между теми, кто зашкалил за соответствующий уровень z_i. При этом должно быть $A = \sum_i A_i$. Все вышеприведённые примеры стратегий укладываются в данную схему. Балансовое ограничение (3.3) для таких стратегий выполнено автоматически. Каждая такая стратегия может быть охаракте-

[5] Строгого неравенства нужно требовать для того, чтобы равновесие существовало: иначе часть подчинённых захочет выбрать степень вовлечённости, бесконечно близкую к $\bar{z}$ снизу.

ризована определённой *кумулятивной функцией распределения ресурсов* $A(\cdot)$, где

$$A(z) = \sum_{i: z_i < z} A_i, \tag{3.9}$$

или набором

$$(A_1, z_1; \dots; A_k, z_k). \tag{3.10}$$

Обратим внимание на то, что $A(\cdot)$ — это *не* кумулятивное распределение интенсивностей проверок соответствующего контракта λ. Чтобы получить $\lambda = \lambda_{A(\cdot)}$, будем рассуждать так. Пусть контролирующий орган объявил стратегию $A(\cdot)$, заданную набором (3.10). Если реализованный (и затем наблюдённый) профиль есть q (вместе с соответствующей функцией распределения $F_q(\cdot)$ подчинённых по их выборам, z), то $\forall i$ имеем, что $1-F(z_i)$ подчинённых выбрали $z > z_i$, и дополнительный объём A_i ресурсов должен быть распределён между ними. Тогда интенсивность проверок подчинённого, выбравшего z, окажется равной

$$\lambda_{A(\cdot)}(z, q) = \sum_{\{i: z_i < z\}} \frac{A_i}{1 - F(z_i)}. \tag{3.11}$$

Эта формула полностью характеризует игру между подчинёнными, возникающую на втором этапе, при условии выбора контролирующим органом многоступенчатой пороговой стратегии $A(\cdot)$.

Существует ещё один класс стратегий контролирующего органа. Эти стратегии являются наилучшими в тех случаях, когда кооперативные возможности игроков слабы (то есть тогда, когда равновесие Нэша является разумной концепцией решения игры второго этапа). А именно, они реализуют бескоррупционное равновесие. Мы остановимся на описании этого класса стратегий чуть более подробно, для того, чтобы сопоставить их со стратегиями порогового типа.

Стратегии квантильного типа. Также как и в предыдущем примере, фиксируется несколько уровней отсечения $p_1 > p_2 > \cdots > p_l$, которые теперь интерпретируются как процентные квантили сверху. Каждой из квантилей назначаются дополнительные A_i проверок, но теперь дополнительным проверкам подвергаются те подчинённые, которые вошли в соответствующие квантили, построенные по реализовавшемуся профилю q.

Например, стратегия квантильного типа $(10\%, A_1; 40\%, A - A_1)$ предписывает распределить A_1 проверок поровну между 10-ю процентами наиболее коррумпированных подчинённых, и распределить остальные проверки поровну между 40% наиболее коррумпированных (включая и тех, между которыми уже распределено A_1 проверок). Если же окажется, например, что первые 20% подчинённых выбрали одинаковое z, то по определению такая стратегия распределяет A_1 проверок между ними всеми.

Существуют стратегии квантильного типа, которые имплементируют в игре второго этапа единственное равновесие Нэша, состоящее в нулевом уровне коррупции: $z \equiv 0$ (например, таковой будет, как легко понять, стратегия проверить в максимальной степени одного наиболее коррумпированного агента). Тем не менее, их вряд ли можно рекомендовать на практике налоговой инспекции, потому что это единственное равновесие не является коалиционно устойчивым, иными словами, оно неустойчиво относительно скоординированного поведения агентов. Поэтому в реальности такие стратегии не имплементируют бескоррупционного равновесия, вместо этого порождая неконтролируемое поведение агентов на второй ступени игры, с последовательным непредсказуемым образованием и развалом коалиций (благодаря силам, форсирующим кооперацию различного рода). Мы ограничимся исследованием стратегий порогового типа, которые лишь условно оптимальны, но легко имплементируемы.

Следующий раздел содержит основные результаты анализа игры, описанной выше. Доказательства теорем содержатся в Приложениях 3 и 4. Приложение 5 суммирует все обозначения, относящиеся к модели.

3.5 Основные результаты

Чтобы разобраться в том, какова наилучшая стратегия контролирующего органа на первом шаге, необходимо научиться предсказывать, что происходит в игре на втором этапе, сопровождающей выбор контролирующим органом той или иной стратегии. Оказывается, что игра на втором этапе, сопровождающая многоступенчатую пороговую стратегию, принадлежит очень узкому и специальному классу игр, которые мы назвали SIM-

играми. Приложение 3 содержит обстоятельное исследование таких игр, продолжающее главу 4 книги (Topkis 1998), в которой анализируются игры без условия итеративности, что не позволяет утверждать существование сильного равновесия Нэша. Класс игр, рассмотренный в Приложении 3, напротив, характеризуется существованием (и, в общем случае, единственностью) сильного равновесия Нэша. Следующая теорема доказана в Приложении 4.

Теорема 6 *Какова бы ни была стратегия* $A(\cdot)$ *контролирующего органа из отмеченного класса многоступенчатых пороговых стратегий, игра на втором этапе, индуцированная этой стратегией, является* SIM*-игрой со стратегическим множеством* $Z = [0, 1]$.

Как следствие, мы имеем структурную теорему для игр второго этапа. Прежде, чем её сформулировать, напомним одно определение (Aumann 1959; см. также обсуждение в книге Ichiishi 1993, глава 2).

Определение. Рассмотрим игру N лиц в нормальной форме, заданную множествами стратегий $\{T_i, i = 1, \dots, N\}$ и функциями выигрыша игроков $u_i : T_1 \times \cdots \times T_N \to \mathbf{R}$, $i = 1, \dots, N$. Набор стратегий $(t_1^*, \dots, t_N^*)$ называется *сильным равновесием по Нэшу*, если не существует подмножества $I \subset N$ игроков (называемого «коалицией»), вместе с предписанными стратегиями $\{t_i | i \in I\}$ её членам, обладающего свойством

$$\forall i \in I \quad u_i(\{t_i, i \in I\}; \{t_i^*, i \in N \setminus I\}) \geq u_i(\{t_i^*, i \in N\}), \tag{3.12}$$

причём хотя бы для одного $i \in I$ неравенство — строгое.

Таким образом, не только ни один агент не может улучшить своего положения (это — требование Нэшевости), но и никакая группа агентов не может, скоординировав свои действия, обеспечить своим участникам больший выигрыш. Сильные Нэш-равновесия существуют достаточно редко. Например, их нет в общеизвестной *дилемме заключённого*, ибо единственное равновесие по Нэшу не является Парето-оптимальным (а последнее требование соблюдено для любого сильного НЭШ-равновесия, потому что все игроки — это тоже коалиция). Если в какой-либо игре есть единственное сильное НЭШ-равновесие то, скорее всего, исходом игры будет именно оно. Всвязи с этим, следующая терема даёт исчерпывающее описание исхода взаимодействия подчинённых на втором этапе.

Теорема 7 *1. Для любой многоступенчатой пороговой стратегии $A(\cdot)$ контролирующего органа игра второго этапа имеет единственное сильное Нэш-равновесие (назовём его q^*)[6];*

2. Если всего существует n различных типов подчинённых, то к этому равновесию можно прийти посредством простой итеративной процедуры не более, чем за n шагов. Эта процедура стартует с профиля $q \equiv 1$, и затем предписывает применять к нему последовательно функции максимальных наилучших ответов подчинённых, начиная с тех, чьё $b = b_1$, и заканчивая теми, чьё $b = b_n$ (См. Приложение 3 для разъяснения и точных формулировок).

Перейдём теперь к стратегическим возможностям контролирующего органа. Обозначим сильное Нэш-равновесие в игре второго этапа за $q^*_{A(\cdot)}$. Независимо от того, как выглядит целевой функционал $X(\cdot)$, в первую очередь встаёт вопрос о Парето-эффективности данной стратегии: возможно ли имплементировать тот же самый профиль, q более экономно. При изучении Парето-оптимальности нам понадобится следующее определение:

Определение. Для данного подкласса $\{G(\cdot)\}$ распределений подчинённых по параметру коррупционных возможностей, подкласс $\{A(\cdot)\}$ стратегий контролирующего органа называется *достаточным*, если при любом распределении подчинённых $G(\cdot)$ из рассматриваемого подкласса выполняется следующее свойство: какая бы стратегия λ ни была выбрана изначально, можно её заменить на стратегию λ' из подкласса $\{A(\cdot)\}$, нестрого доминирующую стратегию λ по Парето. Формально,

$$\forall\, G(\cdot) \in \{G(\cdot)\}, \quad \forall \lambda \quad \exists\, \lambda^* \in \{A(\cdot)\} : q^*_\lambda \geq q^*_{\lambda^*} \tag{3.13}$$

При этом, конечно, подразумевается, что все рассматриваемые стратегии носят пороговую структуру. Таким образом, для сообщества подчи-

[6] Идеей проверить равновесие на коалиционную устойчивость я обязан В.М.Полтеровичу.

нённых любого вида, принадлежащего рассматриваемому семейству сообществ (т.е. распределений) $\{G(\cdot)\}$, возможно заменить пороговую стратегию $A(\cdot)$ стратегией $A^*(\cdot)$ из достаточного подкласса, без ухудшения равновесия по Парето. Знание того, что некоторый не слишком большой класс стратегий является достаточным при тех или иных условиях помогает контролирующему органу найти оптимальную стратегию, потому что максимизацию в рамках небольшого класса всегда легче выполнять.

Следующая теорема представляет основной пример использования данного принципа.

Теорема 8 *Для подкласса сообществ подчинённых (3.1) с не более, чем n различными типами (т.е. для n-ступенчатых распределений) достаточным является подкласс n-ступенчатых стратегий (3.10) с тем же самым n.*

Последняя теорема позволяет, по крайней мере, свести задачу выбора наилучшей стратегии борьбы с коррупцией к задаче конечномерной максимизации, каков бы ни был целевой функционал $X(q)$. Даже без дальнейшего анализа, задача свелась к написанию компьютерной программы: выбирается достаточно мелкая сетка на $2n$-мерном кубе, и для каждой точки сетки запускается итеративный процесс прихода к равновесию (по теореме 7 он сходится не более, чем за n итераций). К получающимся равновесиям применяют целевой функционал контролирующего органа, и выбирается та стратегия, которая данный функционал максимизирует.

Случаи одинаковых подчинённых и подчинённых двух разных типов решаются до конца аналитически. Они дают дополнительную пищу для размышлений. Кроме того, на их примере можно высказать определённые гипотезы относительно общей ситуации.

3.6 Частный случай: однотипные подчинённые

Пусть все подчинённые одинаковы и имеют коррупционные возможности b. Как уже отмечалось, при незнании их стратегии контролирующий орган располагает единственной возможностью — разделить имеющийся в его распоряжении запас средств A поровну между ними. Имеем тогда задачу подчинённого:

$$z \cdot (b - AD) \to \max_{z \in [0,1]}, \tag{3.14}$$

и очевидно, что при $A < b/D$ все выберут $z = 1$ — таким образом, равновесным окажется худший из профилей, I (приблизительно к такому выводу приходит автор в работе (Полтерович 1998). Суть в том, что удельный выигрыш от коррупции выше предельных издержек: средств на борьбу не хватает.

Пусть теперь чиновник располагает информацией о профиле q постфактум. Приведём полное решение задачи о нахождении оптимальной стратегии $A(\cdot)$ контролирующего органа в данном случае.

Из общего анализа модели видно, что, какова бы стратегия $A(\cdot)$ ни была выбрана контролирующим органом, решение задачи (то есть, равновесный профиль) даётся формулой

$$z^* = \bar{f}_{A(\cdot)}(I)(\theta), \tag{3.15}$$

где в данном случае θ — произвольное (для всех θ имеем $b(\theta) = b$). Переписывая, получим, что выбор подчинённых равен

$$z^* = Arg \max_{z \in [0,1]} z \cdot (b - DA(z)). \tag{3.16}$$

Аналогичного результата контролирующий орган может добиться, используя одноступенчатую стратегию (A, z^*) (по теореме 8. Значит, следует лишь сравнить различные такие стратегии, и выбрать из них наилучшую (т.е. с наименьшим возможным z^*).

Заметим, что, выбирая $z = 1$, подчинённый имеет $b - DA$, значит, его выигрыш нельзя сделать ниже этого значения. Поэтому минимальное $z^* > 1 - DA/b$; однако стратегия $(A, 1 - DA/b)$ оставляет подчинённого равнодушным между $z = 1 - DA/b$ и $z = 1$, а если подправить её на бесконечно малое, то можно добиться выбора подчинённым левого значения. То есть, практически можно добиться того, что все подчинённые выберут уровень коррумпированности, равный

$$z = 1 - DA/b. \tag{3.17}$$

Рисунок 1 иллюстрирует оптимальную стратегию в этом случае. Прямая a, изображённая на нём, характеризует функцию чистого выигрыша от коррупции, которая, в силу сделанных предположений, линейна по проценту случаев z, когда подчинённый принимает взятку (то есть, по параметру нарушения). Её уравнение: $a(z) = b \cdot z$. Разрывная ломаная l выражает ожидаемую сумму штрафа, уплаченного подчинённым, в зависимости от его выбора z, *при условии*, что все остальные подчинённые (идентичные ему) выбрали $z = 1$. Уравнение этой кривой таково: $l(z) = \lambda_I(z) \cdot z$, где индекс I отвечает вере в наихудший профиль I при выборе оптимального z. Подчинённый максимизирует разность $a(z) - l(z)$, и безразличен между точками $z_1 = 1 - DA/b$ и $z_2 = 1$. Он выберет первую из них, если чуть-чуть сдвинуть её вправо.

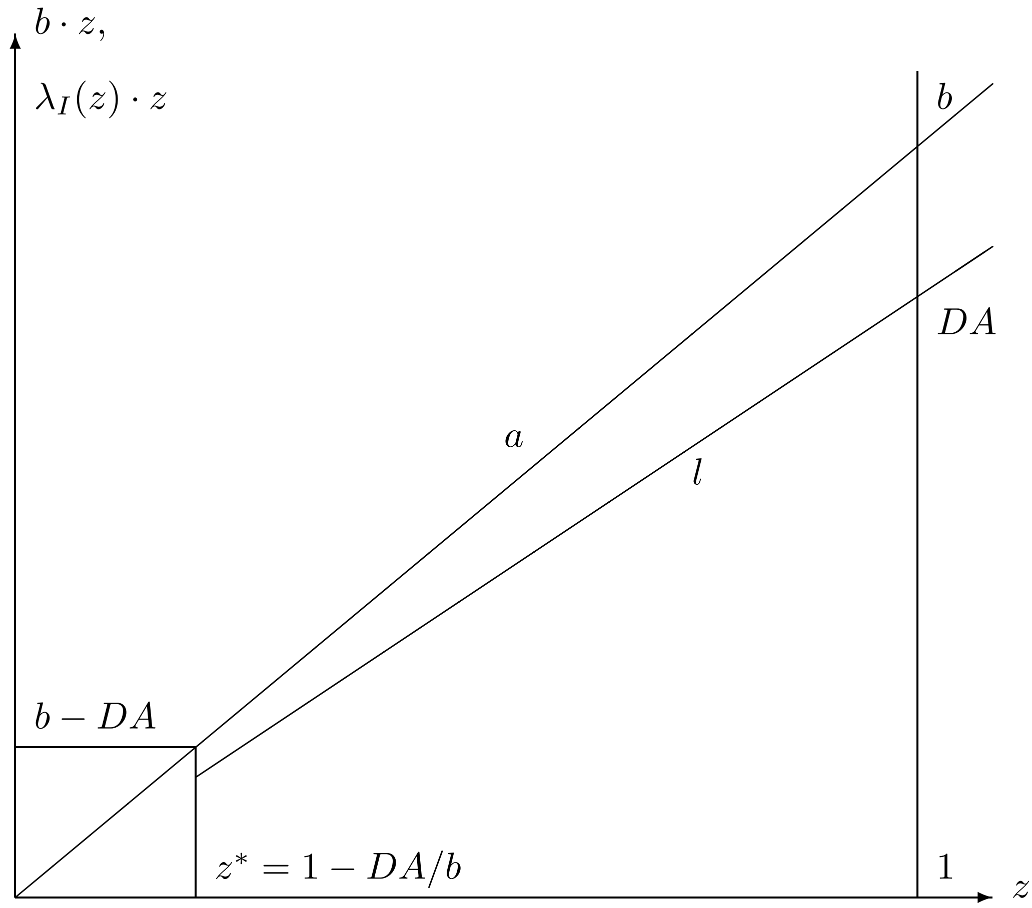

Рисунок 1. Оптимальная стратегия контролирующего органа
в случае однотипных подчинённых

Вывод: контролирующий орган, располагающий запасом средств A, может добиться среднего уровня коррупции, почти равного $1 - DA/b$, что резко контрастирует со случаем неинформированности, когда при любом $A < b/D$ всегда было $z = 1$. Этот простейший пример демонстрирует эффективность метода, разработанного выше, а также истинную цену информированности контролирующего органа. Обратим внимание также на то, что в данном простейшем случае вопрос о целевом функционале контролирующего органа не встаёт, ибо все подчинённые в равновесии выбирают одно и то же, и вопрос сводится к требованию Парето-оптимальности.

3.7 Два типа подчинённых: эффект цепной реакции

Однако самые впечатляющие выводы можно сделать, анализируя простейший гетерогенный случай, а именно, когда существует два типа подчинённых, условно обозначаемых за θ_1 и θ_2, с коррупционными возможностями b_1 и $b_2 > b_1$ соответственно, причём доля вторых равняется μ. Формально, ситуация описывается следующим образом:

$$\begin{array}{c} \forall\theta \in [0, 1-\mu] \quad b(\theta) = b_1, \\ \forall\theta \in (1-\mu, 1] \quad b(\theta) = b_2). \end{array} \tag{3.18}$$

Предпошлём анализу наводящие соображения. Пусть, например, в запасе контролирующего органа имеется $A > b_1/D$ средств. Тогда, пользуясь стратегией $(A, 0)$,[7] контролирующий орган (по аналогии с предыдущим пунктом) добьётся того, что в качестве первой итерации подчинённые первого типа выберут $z_1 = 0$ — так как им невыгодно вообще заниматься коррупцией.

Вспомним, что равновесие можно получить итеративным путём. Во время второй итерацией, подчинённые второго типа осуществляют свой выбор согласно формуле (75), то есть

$$z_2^* = \bar{f}_{A(\cdot)}(0, 1)(\theta_2). \tag{3.19}$$

[7]Заметим, что это — *не* равномерная стратегия, потому что проверять тех, кто вовсе откажется от коррупции, не предполагается.

Так как, однако, $z_1 = 0$, то все ресурсы в объёме A теперь делятся только между подчинёнными второго типа. Поэтому их выбор даётся формулой

$$z_2^* = Arg \max_{z \in [0,1]} z \cdot (b_2 - DA/\mu). \tag{3.20}$$

Если $b_2 < b_1/\mu$, то решением и этой задачи окажется $z_2 = 0$. Интуиция здесь состоит в том, что, коль скоро подчинённые первого типа «ускользнули» из-под мониторинга, то весь огонь батарей контролирующего органа сосредоточился на подчинённых второго типа. На каждого из них пришлось гораздо больше проверок, и им тоже стало невыгодно заниматься коррупцией.

Рисунки 2а и 2б иллюстрируют сказанное. На первом из них наклон прямой l, выражающий интенсивность проверок, превышает наклон прямой a_1, характеризующей чистый доход от коррупции подчинённых первого типа, но он меньше наклона прямой a_2. То есть, при вере в профиль I подчинённым первого типа невыгодно заниматься коррупцией, а подчинённым второго типа — выгодно. Однако после того, как подчинённые первого типа осуществят свой выбор, реализованный профиль окажется равным $(0, 1)$. Соответственно, интенсивность проверок подчинённых второго типа возрастёт. На рисунке 2б показано, как после этого наклон прямой l' уже превышает наклон прямой a_2, после чего подчинённые второго типа тоже покидают этот рынок.

Эффект, который сейчас был продемонстрирован, значительно упрощает борьбу с коррупцией в тех случаях, когда коррупционные возможности подчинённых умеренно отличаются друг от друга. Мы с этим столкнёмся позже в более общей ситуации, а сейчас вкратце приведём результаты анализа задачи в случае с подчинёнными двух типов. Решающее значение по-прежнему имеет величина $\beta = \mu - b_1/b_2$.

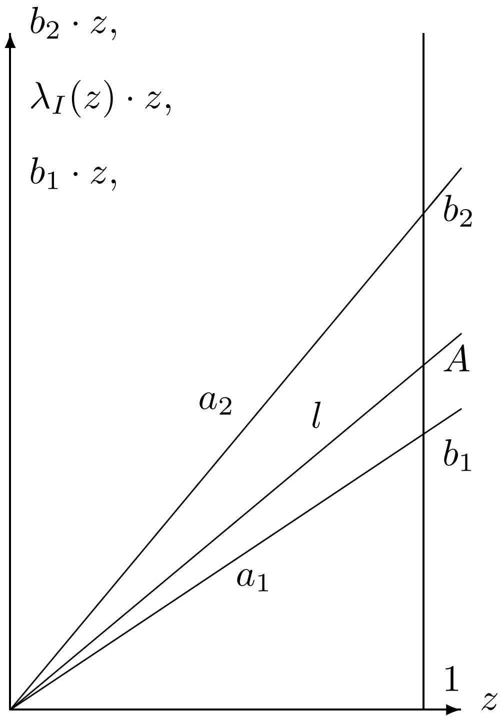

Рисунок 2а. Цепная реакция: первая итерация

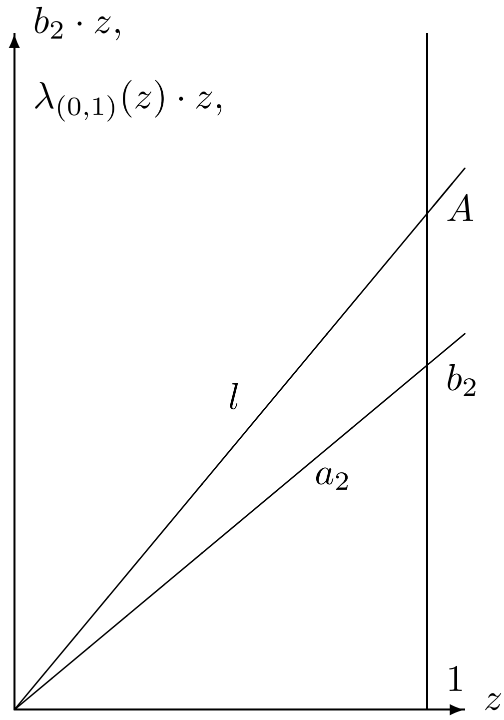

Рисунок 2б. Цепная реакция: вторая итерация

Если $\beta < 0$, то можно показать, что случай двух типов *ничем не отличается от случая одинаковых подчинённых* с $b = b_1$, в том смысле, что, какова бы ни была избранная контролирующим органом стратегия $A(\cdot)$, равновесный профиль $z^*(\cdot)$ окажется одним и тем же в обоих случаях. Таким образом, контролирующий орган может попросту игнорировать тот факт, что присутствуют подчинённые с хорошими коррупционными возможностями, и поступать так, как будто все починённые характеризуются коррупционными возможностями $b = b_1$. Эффект цепной реакции проявится в том, что подчинённые второго типа обязательно выберут в равновесии $z_2 = z_1$. Интуитивно, стимулы более коррумпированных агентов зависят от выборов менее коррумпированных коллег, но не наоборот — поэтому важнее влиять на стимулы последних.

Если же $\beta > 0$, то в системе возможно как смешанные равновесия (такие, что $z_1 = z_2$), так и раздельные (для которых $z_2 > z_1$), в зависимости от выбранной стратегии $A(\cdot)$. Фактически, при фиксированном A балансовое ограничение контролирующего органа выглядит следующим образом:

$$
\begin{gathered}
b_1 z_1 + (\mu b_2 - b_1) z_2 = \mu b_2 - A, \\
0 \le z_1 \le z_2 \le 1.
\end{gathered}
\tag{3.21}
$$

при выборе парето-оптимальной стратегии. Теперь контролирующий орган выбирает и имплементирует один из допустимых профилей (z_1, z_2), максимизируя свой целевой функционал на множестве (3.21). Если целевой функционал линеен (то есть, имеет вид $(1-\mu)x_1 z_1 + \mu x_2 z_2$), то в зависимости от соотношения коэффициентов вредоносности $(x_1 : x_2)$, контролирующий орган сочтёт для себя оптимальным либо смешанное равновесие, либо раздельное. Задача для линейных функционалов представляет собой простейшую плоскую задачу линейного программирования.

Если же A есть элемент стратегии, то окончательный выбор контролирующего органа (в предположении о линейности целевого функционала) определится при решении следующей (трёхмерной) задачи линейного программирования:

$$
\begin{gathered}
(1-\mu)x_1 z_1 + \mu x_2 z_2 + mA \to \min_{\{z_1, z_2, A\}}, \\
s.t. \quad b_1 z_1 + (\mu b_2 - b_1) z_2 + A \ge \mu b_2, \\
0 \le z_1 \le z_2 \le 1, \quad A \ge 0.
\end{gathered}
\tag{3.22}
$$

Обратим внимание на то, что при $\beta \approx 0$ контролирующему органу практически ничего не стоит снизить z_2, в единицах повышения z_1, то есть, скорее всего, в оптимуме реализуется смешанное равновесие. Но, несмотря на это, в отличие от случая $\beta < 0$, контролирующий орган затратит дополнительные ресурсы на то, чтобы заставить подчинённых второго типа выбирать $z_2 = z_1$.

Полное решение этой задачи приводится ниже, на рисунке 3. На плоскости координат (b_1, b_2) указаны зоны, в которых в оптимуме контролирующему органу выгоднее имплементировать тот или иной профиль, указанный в скобках. (Мы включили для симметрии случай $b_1 > b_2$, наряду с рассмотренным в работе случаем $b_1 \le b_2$.) Обратим внимание на 6-звенную ломаную $ABCDEFG$, ограничивающую зону $(1, 1)$, то есть, зону параметров (b_1, b_2), при которых выгоднее вообще не выделять средств на борьбу с коррупцией. Координаты точки B равны

$$\left(\frac{(1-\mu)x_1}{m}, \frac{(1-\mu)x_1+\mu x_2}{m\mu}\right), \tag{3.23}$$

а обе координаты точки D, лежащей на диагонали, равны

$$\frac{(1-\mu)x_1+\mu x_2}{m}. \tag{3.24}$$

Наклон линии HB равен $1/\mu$. Остальные параметры границ зон определяются этими данными.

Ясно, что вся зона $(1,1)$ характеризуется одинаковой функцией суммарного ущерба от коррупции. Её граница выглядит весьма необычно. Связано это как раз с эффектом цепной реакции, потому что он практически не проявляется в окрестности линии $b_1 = b_2$, тем самым, умеренная дифференциация коррупционных возможностей подчинённых, как и отмечалось выше, является более благоприятной ситуацией с точки зрения контролирующего органа, нежели однородность сообщества подчинённых (становится возможным эксплуатировать то влияние, которое оказывают выборы слабокоррумпированных агентов на стимулы более коррумпированных). Например, контролирующий орган предпочёл бы сменить точку P, лежащую на диагонали, на любую из точек Q или Q', характеризующихся той же суммой $b_1 + b_2$, что и в точке P, потому что точки Q и Q' лежат в зоне меньшего совокупного ущерба от коррупции. Причины, по которым иногда бывает возможно варьировать распределение $G(\cdot)$ подчинённых по коррупционным возможностям, сохраняя при этом среднее, обсуждаются ниже. В таких ситуациях оптимальная политика будет включать в себя как выбор распределения бюрократов по коррупционным возможностям, так и последующий выбор оптимальной стратегии $A(\cdot)$, в соответствии с рисунком 3.

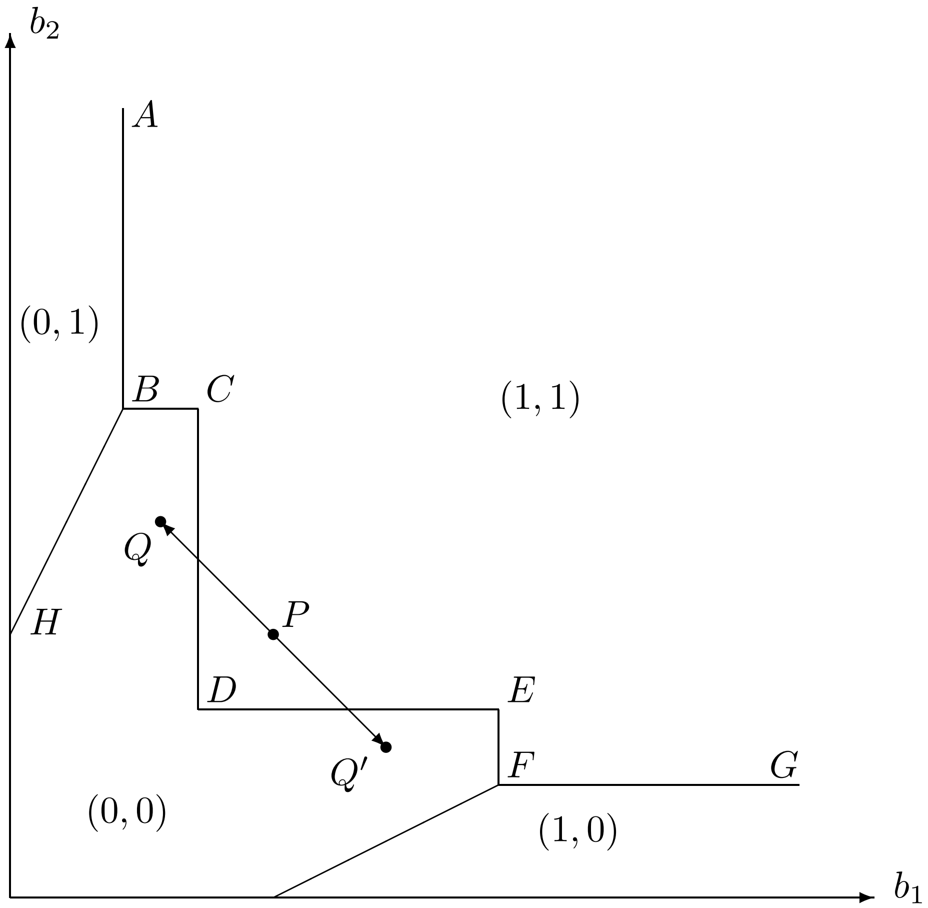

Рисунок 3. Оптимальный профиль $q = (z_1^*, z_2^*)$
при различных значениях параметров модели

3.8 Цепная реакция: общий случай

Для случая произвольных распределений $G(\cdot)$ аналитическое решение задачи потребует большого объёма вычислений. Однако можно задаться вопросом о том, в каком случае контролирующий орган может игнорировать всех подчинённых, кроме подчинённых с самым маленьким b, равным b_1; иными словами, когда присутствует эффект цепной реакции в полной мере?

Для того, чтобы ответить на этот вопрос, зададимся стратегией вида $(A, 0)$, и поймём, в каком случае все подчинённые по очереди, итеративно откажутся от коррупции. Упростим, ситуацию, полагая $D = 1$. Во-первых, надо взять $A > b_1$, чтобы подчинённые первого типа «показали пример».

Далее, A ресурсов делится между $1 - \mu_1$ подчинёнными. Подчинённые второго типа откажутся от коррупции в том случае, если $A/(1-\mu_1) > b_2$, то есть, если $b_2 < b_1/(1-\mu_1)$. Продолжая аналогичным образом, получим, что $\forall i$ должно быть $b_i < b_1/(1-\sum_{j=1}^{i-1}\mu_j)$.

Условие это станет более наглядным, если вспомнить, что $b_i = b(\theta)$ при условии $\theta \in [\sum_{j=1}^{i-1}\mu_j, \sum_{j=1}^{i}\mu_j]$. Переписывая, мы получаем, что

$$\forall\theta \quad b(\theta) < b_1/(1-\theta). \tag{3.25}$$

Это и есть требуемый критерий (всеобщего) эффекта цепной реакции. При соблюдении этого условия на распределение $G(\cdot)$, контролирующий орган может «бороться» только с подчинёнными первого типа: остальных поборет эффект цепной реакции (см. рисунок 4).

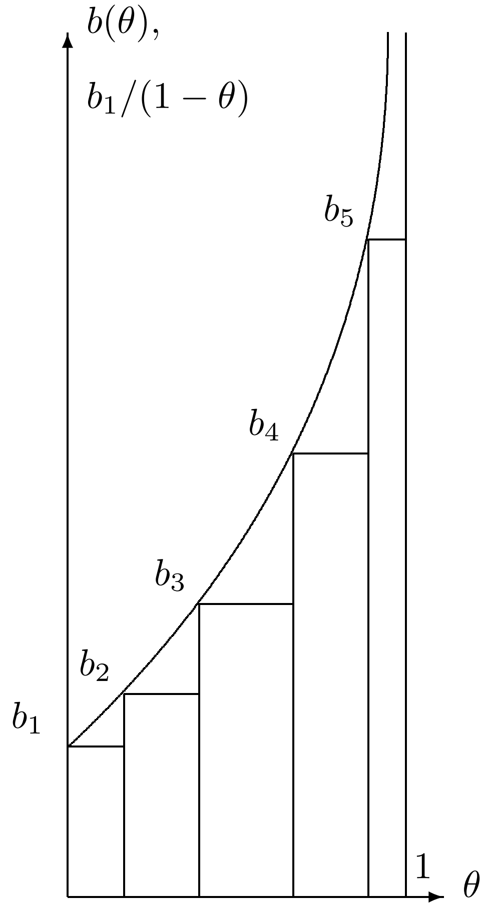

Рисунок 4. Всеобщий эффект цепной реакции

Эффект цепной реакции позволяет ответить на следующий практически важный вопрос. Предположим, что в распоряжении контролирующего органа находится способ (внемодельного) влияния на стимулы коррупционеров. Для определённости, пусть возможно уменьшить размер взятки, предлагаемый некоторой части коррупционеров (что приведёт к изменению распределения агентов по параметру коррупционных возможностей). Тогда на каких коррупционеров надо воздействовать, на наиболее коррумпированных, или наоборот? Следующая теорема даёт ответ на этот вопрос. Её истинность непосредственно следует из принципа цепной реакции, описанного выше.

Теорема 9 *Пусть равенство (3.25) имеет место, ϵ — достаточно мало. Для простоты предположим, что имеется N типов подчинённых, и в каждой группе подчинённых поровну. Рассмотрим N распределений агентов по коррупционным возможностям вида*

$$(b_1, \ldots, b_i - \epsilon, b_{i+1}, \ldots, b_N). \tag{3.26}$$

Тогда при применении оптимальной стратегии борьбы с коррупцией уровень коррумпированности всех агентов z^* (он одинаков для всех, в силу эффекта цепной реакции) не изменится по сравнению с исходным во всех случаях, кроме распределения $(b_1 - \epsilon, b_2, \ldots, b_N)$, и строго снизится в последнем стучае.

Интуитивное объяснение этого факта таково: пытаясь повлиять на стимулы агентов, мы по-прежнему должны соблюдать коалиционную устойчивость стратегий борьбы с коррупцией, иными словами, оставаться в рамках пороговых стратегий, а это подразумевает цепное распространение стимулов от агентов, слабо заинтересованных в коррупции, к тем, кто имеет более широкие коррупционные возможности, но не наоборот. Поэтому, снижая стимулы к коррупции наименее коррумпированных агентов, контролирующий орган одновременно подрывает стимулы к коррумпированному поведению и у всех остальных агентов. Заметим, кроме того, что это наблюдение верно постольку, поскольку эффект цепной реакции имеет место, а следовательно, изначальная дифференциация коррупционных возможностей не слишком велика.

3.9 Выводы

Давно известно, что информация порой очень дорого стоит. Но точная цена информированности зачастую бывает неизвестна. В ходе проведённого исследования, истинная стоимость информированности может быть выявлена в каждой конкретной ситуации.

Рассмотрим простейший случай однотипных подчинённых. Обладая (непроверенной) информацией относительно степеней их вовлечённости в коррупцию, начальник способен повлиять на их стимулы настолько, что средний уровень коррупции снижается с уровня, соответствующего тотальной коррумпированности, до уровня, точно описываемого формулой (3.17). Это происходит даже в тех случаях, когда ресурсов в распоряжении начальника недостаточно много, и отсутствие информации гарантирует тотальную коррумпированность всех подчинённых. Поэтому можно определить цену информации, сравнивая значение целевого функционала начальника на профиле, который реализуется при использовании равномерной стратегии проверки, со значением на профиле, ассоциированном с оптимальной стратегией.

Далее, сущность ступенчатых стратегий проверки состоит в том, что они формулируются в терминах выборов подчинёнными степеней нарушения, $z \in [0, 1]$. Это означает, что выбранный подход существенно полагается на непрерывность переменной выбора подчинённого. Если бы выбор был дискретен, начальнику были бы недоступны рассматриваемые стратегии. Поэтому возникает идея: в тех случаях, когда выбор подчинённых по сути своей дискретный, попытаться разбить их на группы, и к каждой группе привязать (пусть даже коррумпированного) инспектора. У таких инспекторов выбор окажется уже приближенным к непрерывному, и можно применять пороговые стратегии выявления коррупционных актов уже к сообществу этих инспекторов, т.е. «ко второй ступени иерархии».

Это, конечно, не всегда осуществимо. Более того, даже когда это возможно, бывает так (как в случае со сбором налогов), что деление на группы является экзогенным. Однако если в распоряжении начальника имеется возможность разбить подчинённых по группам, это стоит сделать просто потому, что с коррумпированностью инспекторов можно будет бороться, используя ступенчатые стратегии. Возможность борьбы сведётся к тому, что целая группа подчинённых агрегируется «под одной головой», и голова эта *преследует свои цели*, пусть даже не совпадающие с целями начальника. Парадокс заключается в том, что сам факт рационального поведения (в данном случае инспекторов) уже предоставляет начальнику возможность добиться своего, мудро выбрав стратегию повторной проверки.

Проведённый анализ позволяет сделать ещё один вывод, относящийся к случаю гетерогенных подчинённых. Как мы наблюдали на примере подчинённых двух различных типов, экстерналии, возникающие между ними, могут играть «на стороне начальника», позволяя ему тратить меньше ресурсов на борьбу. Эффект цепной реакции, обсуждавшийся выше, иногда даже позволяет начальнику вовсе игнорировать различия в коррупционных возможностях подчинённых. Это происходит в тех случаях, когда дифференцияация коррупционных возможностей различных подчинённых не слишком велика. Тогда при имплементации стратегии борьбы, обуславливающей отказ от коррупции подчинённых с наихудшими возможностями, остальные подчинённые в равновесии откажутся от коррупции, в связи со спонтанным возрастанием интенсивности мониторинга их действий (вызванного высвобождением средств, отводимых до этого на борьбу с подчинёнными, имеющими худшие коррупционные возможности). Поэтому недоучёт экстерналий приводит к бесполезной трате ресурсов, находящихся в распоряжении начальника.

И, наконец, последний вывод, возможно, самый важный из всех. Анализ показывает, что можно напрямую эксплуатировать эффект цепной реакции в тех случаях, когда деление подчинённых на группы находится во власти начальника. Действительно, исходя из критерия (3.25), можно распределить подчинённых по группам не равномерным образом, а так, чтобы группа с наименьшим количеством подчинённых порождала цепную реакцию остальных групп. То есть, равномерное деление на группы является неоптимальным, уступая такому делению, при котором выполняется (или несильно нарушается) равенство (3.25). Подобный принцип деления подчинённых на группы можно рекомендовать, скажем, налоговой полиции; вслед за тем должна быть имплементирована соответствующая стратегия повторной проверки уже самих инспекторов. Примером неоптимального деления подчинённых на группы служит точка P на рисунке 3. Точки Q и Q' доминируют её по Парето.

Выводы исследования

1. Разработана модель присвоения ренты, включающая описание производственной деятельности и лоббирования, направленного на получение субсидий. В рамках модели ставится вопрос о последствиях перехода общества к режиму, сдерживающему лоббирующую деятельность. Доказано, что в обществе может реализоваться парадоксальная ситуация, когда сколь угодно большой процент агентов предпочитает режим с лоббированием (характеризующийся меньшим суммарным выпуском) конкурентному режиму.

2. Предпосылки для аномального отношения к реформе состоят в том, что эластичность предельных издержек существенно различна в группе производителей, которые получают субсидии в рамках одной и той же программы государственной поддержки предприятий, а технология производства демонстрирует свойство быстрого убывания отдачи от масштаба.

3. Наряду с возможностью проведения реформой промышленной политики, рассматривается возможность проведения реформы, открывающий рынок ресурса. Показано, что проведение рыночной реформы является Парето-улучшением, и потому всегда находит широкую общественную поддержку. Однако после этого проведение реформы промышленной политики может встретить более активное сопротивление в сообществе производителей. Этот результат является важным при выборе последовательности реформ.

4. Разработана модель коррупции, представляющая собой игру по Штакельбергу со множеством игроков второго уровня. В рамках этой модели изучаются различные стратегии борьбы с коррупцией при ограниченных ресурсах контролирующего органа. Выделен класс коалиционно устойчивых стратегий, учитывающих возможность скоординированного поведения коррупционеров. Описан широкий класс таких стратегий, показано, что они характеризуются набором «порогов», выделяющих группы чиновников, для которых оптимальная частота проверок одинакова. Полученные результаты позволяют, с одной стороны, объяснить поведение проверяющих органов, и, с другой, рекомендовать эффективную стратегию проверки в сложных ситуациях.

5. Введено понятие Парето-оптимальной коалиционно устойчивой стратегии. Класс Парето-оптимальных стратегий охарактеризован в рамках класса пороговых стратегий. Задача выбора оптимальной стратегии решена до конца в случае однотипных подчинённых, и в случае наличия подчинённых двух типов. Для случая произвольного количества типов подчинённых задача нахождения оптимальной стратегии сведена к простейшей задаче конечномерной оптимизации, допускающей численное решение в каждом конкретном случае.

6. В процессе анализа коалиционно устойчивых стратегий выявлен так называемый *эффект цепной реакции*, суть которого состоит в следующем. При применении любой многопороговой стратегии выбор сильно коррумпированных агентов зависит от выбора слабо коррумпированных, но не наоборот. Отсюда следует, что если дифференциация коррупционных возможностей не слишком велика, то важнее влиять на стимулы слабо коррумпированных агентов. Таким образом, если, например, при борьбе с коррупцией существует возможность повлиять на размер взятки, предлагаемой чиновнику, то эффективнее оказывается уменьшить размер и так маленькой взятки, предлагаемой слабо коррумпированным агентам, что на первый взгляд кажется парадоксальным. Объясняется это тем, что, умень-

шая размер маленькой взятки, контролирующий орган влияет на стимулы слабо коррумпированных агентов, а посредством цепной реакции это влияние распространяется и на сильно коррумпированных тоже.

7. В ходе борьбы с коррупцией (более общо, с отклоняющимся поведением), когда существует угроза координирования действий различных нарушителей, могут быть предложены описанные в работе пороговые стратегии как коалиционно устойчивые. В работе сформулированы принципы выбора оптимальной пороговой стратегии.

Приложения

Приложение 1. К главе 2: Анализ отношения агентов к реформе политики государственной поддержки предприятий

В основном тексте работы доказано, что отрицательного отношения к реформе можно ожидать только со стороны тех производителей, чей запас ресурса выше среднего. Для удобства переобозначим средний запас ресурса $\bar{w}$ просто за w. Таким образом, противостоять реформе могут только те агенты, для которых $w(x) > w$. Вспомним формулу (2.24)

$$u(x,t) = \frac{f(t)(f(t) + (w(x) - t)f'(t))}{f(t) + (\bar{w} - t)f'(t)}, \tag{27}$$

выражающую полезность агента в равновесии с лоббированием и торговлей, таком, что уровень отсечки равен t. Преобразуем её:

$$\begin{aligned} u(x,t) = \tfrac{f(t)(f(t)+(w(x)-t)f'(t))}{f(t)+(w-t)f'(t)} == \tfrac{f(t)(f(t)+(w(x)-w+w-t)f'(t))}{f(t)+(w-t)f'(t)} = \\ = \tfrac{f(t)(f(t)+(w-t)f'(t)+(w(x)-w)f'(t))}{f(t)+(w-t)f'(t)} = \\ = f(t) + [w(x) - w]\tfrac{f(t)f'(t)}{f(t)+[w-t]f'(t)} = f(t) + [w(x) - w]\tfrac{1}{\frac{1}{f'(t)} + \frac{w-t}{f(t)}}. \end{aligned} \tag{28}$$

Мы должны сравнить это выражение с полезностью в конкурентном равновесии:

$$\bar{u}(x) = f(w) + (w(x) - w)f'(w). \tag{29}$$

Лемма 1. Если при данных w и $t < w$ мы имеем

$$\frac{1}{f'(w)} - \frac{1}{f'(t)} \leq \frac{w-t}{f(t)}, \tag{30}$$

то в любом гибридном равновесии со средним запасом ресурса w и уровнем отсечки t все агенты проголосуют за переход к конкурентному режиму.

Обратно, если это условие не выполняется, то можно предъявить гибридное равновесие с данными параметрами среднего запаса и уровня отсечки, в котором весь ресурс сосредоточен в руках агентов, голосующих против реформы политики государственной поддержки предприятий. Помимо этого, можно предъявить равновесие без торговли, в котором часть агентов проголосует против реформы.

Доказательство. Все примеры (в частности, составляющие доказательство двух последних утверждений этой леммы) собраны в Приложении 2. Докажем первое из утверждений леммы. Оно почти очевидно: при соблюдении условия (30) легко видеть, что коэффициент при $(w(x) - w)$ в последней из формул (28) не превосходит коэффициент $f'(w)$, стоящий при $(w(x) - w)$ в выражении (29). Но свободный член также больше в выражении для полезности конкурентного равновесия: $f(t) < f(w)$. Лемма доказана.

◄

Следствие. Если рассматривать только распределения с фиксированным средним запасом ресурса w, то необходимым и достаточным условием невозможности аномального отношения к реформе политики государственной поддержки предприятий является выполнение равенства (30) при всех $t < w$.

В самом деле, из леммы следует, что в любом гибридном равновесии все агенты проголосуют за реформу. Но тем более это произойдёт и в любом равновесии без торговли, потому что оно является ухудшением по Парето по сравнению с гибридным равновесием при том же значении κ. Обратно, нарушение условия (30) при некотором $t < w$ влечёт аномальное отношение к реформе политики государственной поддержки предприятий со стороны части агентов даже в некотором равновесии без торговли, тем более, в соответствующем гибридном равновесии.

Теперь позволим среднему запасу ресурса тоже меняться. Тогда мы получим, что необходимым и достаточным условием невозможности аномального отношения к реформе ни при каком начальном распределении ресурса $w(\cdot)$ является выполнение равенства (30) при любых w и $t < w$. Оказывается, что верна следующая теорема.

Теорема 10 *Выполнение (30) при любых w и $t < w$ равносильно выпуклости функции $f^2(w)$ при всех $w \leq 0$.*

Для доказательства этого утверждения переформулируем его в терминах функции издержек $c(\cdot) = f^{-1}$, ассоциированной с производственной функцией

f. А именно, утверждение (30) теперь выглядит так:

$$\forall q,\ \forall s < q \quad c'(q) - c'(s) \leq \frac{c(q) - c(s)}{s}, \tag{31}$$

то есть устанавливает верхнюю границу на рост предельных издержек (здесь надо мыслить, что $q = f(w), s = f(t)$). Теперь мы продемонстрируем[8], что условие на квадрат производственной функции эквивалентно тому, что эластичность предельных затрат нигде не превосходит единицы. Тем самым будет доказано Утверждение 1 на стр. 43.

Фактически, надо просто всё расписать. Выпуклость f^2 равносильна тому, что $\frac{d^2(f^2(w))}{dw^2} \geq 0$. Имеем

$$(f^2)'' = (2ff')' = 2[(f')^2 + ff'']; \tag{32}$$

далее,

$$2[(f'(w))^2 + f(w)f''(w)] \geq 0 \iff -\frac{f(w)f''(w)}{(f'(w))^2} \leq 1. \tag{33}$$

Осталось показать, что в левой части последнего неравенства стоит как раз эластичность предельных затрат.

Для этого заметим прежде всего, что при $q = f(w)$

$$c''(q) = \frac{d}{dq}\left[\frac{1}{f'(w)}\right] = -\frac{1}{(f'(w))^2} f''(w)c'(q) = -\frac{f''(w)}{(f'(w))^3}. \tag{34}$$

Наконец,

$$\epsilon_{mc}(q) = \frac{qc''(q)}{c'(q)} = f(w)\frac{-f''(w)}{(f'(w))^3} f'(w) = -\frac{f(w)f''(w)}{(f'(w))^2}. \tag{35}$$

В терминах функции издержек сформулированное в теореме 10 утверждение теперь выглядит следующим образом:

$$\forall q,\ \forall s < q \quad c'(q) - c'(s) \leq \frac{c(q) - c(s)}{s} \iff \forall q\ \epsilon_{mc}(q) \leq 1. \tag{36}$$

Докажем это утверждение.

В одну сторону оно почти очевидно:

$$\begin{gathered} \forall q,\ \forall s < q \quad c'(q) - c'(s) \leq \tfrac{c(q)-c(s)}{s} \implies \\ \lim_{s \to q} \tfrac{c'(q)-c'(s)}{q-s} \leq \lim_{s \to q} \tfrac{c(q)-c(s)}{s(q-s)} \iff \\ c''(q) \leq \tfrac{c'(q)}{q} \iff \epsilon_{mc}(q) \leq 1. \end{gathered} \tag{37}$$

[8] Вслед за В.М.Полтеровичем.

Обратно:

$$\forall s \ \epsilon_{mc}(s) \le 1 \Longrightarrow \forall s \ c''(s) \le \frac{c'(s)}{s}, \tag{38}$$

и мы имеем

$$\begin{gathered} c'(q) - c'(s) \ = \int\limits_s^q c''(l) dl \le \int\limits_s^q \tfrac{c'(l)}{l} dl \le \\ \le \int\limits_s^q \tfrac{c'(l)}{s} dl \ = \tfrac{c(q)-c(s)}{s}, \end{gathered} \tag{39}$$

что и требовалось. Теорема 10 полностью доказана.

Вместе с ней доказана теорема 3 из главы 2.

Теперь мы докажем теорему 4, устанавливающее нижнюю границу на начальный запас ресурса у агентов, голосующих против перехода к конкурентному режиму в каком бы то ни было равновесии с лоббированием. Мы будем доказывать его в форме балансового условия (2.33), эквивалентного теореме 4. Перепишем его здесь в слегка изменённой форме: если агент x голосует против реформы, то для него

$$(\frac{w(x)}{w} - 1)(E-1) > 1. \tag{40}$$

Напомним, что $E = \sup\limits_{q>0}\{\epsilon_{mc}(q)\}$.

Фактически надо доказать, что если $(\frac{w(x)}{w} - 1)(E-1) \le 1$, то агент x предпочитает конкурентный режим, то есть, что для него

$$f(t) \ + \ [w(x) - w] \frac{1}{\frac{1}{f'(t)} + \frac{w-t}{f(t)}} < f(w) + [w(x) - w] f'(w) \tag{41}$$

Перенесём в левую часть члены, стоящие при $[w(x){-}w]$, а в правую — остальные, и поделим на w. Получим эквивалентное утверждение:

$$\left[\frac{w(x)}{w} - 1\right] \left[\frac{1}{\frac{1}{f'(t)} + \frac{w-t}{f(t)}} - f'(w)\right] < \frac{f(w) - f(t)}{w}. \tag{42}$$

Перепишем (42) в терминах функции издержек, обозначив $\left[\frac{w(x)}{w} - 1\right]$ за μ. Надо доказать, что из $(E-1) \le \frac{1}{\mu}$ следует

$$\mu \left[\frac{s}{sc'(s) - c(s) + c(q)} - \frac{1}{c'(q)}\right] < \frac{q-s}{c(q)}, \tag{43}$$

или, приводя внутри скобок к общему знаменателю,

$$\mu \left[\frac{s[c'(q) - c'(s)] - [c(q) - c(s)]}{c'(q)[sc'(s) - c(s) + c(q)]}\right] < \frac{q-s}{c(q)}. \tag{44}$$

Теперь, пользуясь определением E, оценим часть числителя по аналогии с (39):

$$c'(q) - c'(s) = \int_s^q c''(l)dl \leq \int_s^q \frac{Ec'(l)}{l}dl \leq \int_s^q \frac{Ec'(l)}{s}dl = E\frac{c(q)-c(s)}{s}. \tag{45}$$

Поэтому весь числитель оценивается как

$$s[c'(q) - c'(s)] - [c(q) - c(s)] \leq (E-1)[c(q) - c(s)] \leq \frac{1}{\mu}[c(q) - c(s)]. \tag{46}$$

Коэффициент μ сократился, и вся левая часть не превосходит

$$\frac{c(q) - c(s)}{c'(q)[sc'(s) - c(s) + c(q)]}. \tag{47}$$

Осталось показать, что

$$\begin{gathered} \tfrac{c(q)-c(s)}{c'(q)[sc'(s)-c(s)+c(q)]} < \tfrac{q-s}{c(q)} \Longleftrightarrow \\ \tfrac{c(q)-c(s)}{c'(q)[q-s]} < \tfrac{sc'(s)+c(q)-c(s)}{c(q)}. \end{gathered} \tag{48}$$

Для этого мы вставим между ними единицу:

$$\frac{c(q) - c(s)}{c'(q)[q-s]} < 1 < \frac{sc'(s) + c(q) - c(s)}{c(q)}. \tag{49}$$

Первое неравенство выполняется в силу теоремы Ролля и выпуклости функции издержек:

$$\frac{c(q) - c(s)}{[q-s]} = c'(\theta) < c'(q), \tag{50}$$

а второе — опять-таки в силу выпуклости $c(q)$:

$$\begin{gathered} c'(s) > \tfrac{c(s)}{s} \Longrightarrow sc'(s) - c(s) > 0 \Longrightarrow \\ \tfrac{sc'(s)+c(q)-c(s)}{c(q)} > \tfrac{c(q)}{c(q)} = 1. \end{gathered} \tag{51}$$

Теорема 4 доказана.

Приложение 2. К главе 2: Контрпримеры

Ниже подобраны примеры равновесий, в которых часть агентов голосует против перехода к конкурентному режиму. Первый пример демонстрирует, что при несоблюдении неравенства (30) существует экономика с такими параметрами κ и распределением начального запаса $w(\cdot)$, что в соответствующем равновесии без торговли часть агентов голосует против реформы. Второй пример показывает, что при тех же условиях существует экономика, в которой в гибридном равновесии против реформы голосует весь ресурс поголовно.

В совокупности, эти два примера завершают доказательство леммы 1 из Приложения 1, а вместе с ней — и доказательство теоремы 3 из главы 2; второй пример вдобавок доказывает теорему 5 из той же главы.

Третий пример иллюстрирует, что даже если ограничиться рассмотрением равновесий с лоббированием и без торговли ресурсом, то всё равно существуют экономические системы, в которых сколь угодно большой процент населения голосует против реформы политики государственной поддержки предприятий. Тем самым доказано Предложение 5 из главы 2.

Пример 1. Пусть равенство (30) нарушается при данных w, $t < w$. Построим экономику с такими параметрами κ и $w(\cdot)$, что средний запас ресурса равен w, уровень отсечки равен t, и часть агентов в равновесии без торговли проголосует против реформы политики государственной поддержки предприятий.

Введём следующее параметрическое семейство экономик:

$$\kappa = \tfrac{(w-t)f'(t)}{f(t)+(w-t)f'(t)},$$
$$w(x) = \begin{cases} t, & x \in [0, 1-\theta]; \\ \tfrac{w-t(1-\theta)}{\theta}, & x \in [1-\theta, 1]. \end{cases} \tag{52}$$

Это — семейство ступенчатых распределений, в которых большая часть агентов обладает запасом ресурса, равным t, но существует небольшой процент агентов со значительно большим начальным запасом ресурса. При любом θ средний запас ресурса в такой экономике равен w, а уровень отсечки — t (это следует из формулы (2.6). Заметим также, что в гибридном равновесии ничего не изменится, ибо t также удовлетворяет уравнению (2.9). Соответственно, для выяснения отношения к реформе агентов, обладающих большим запасом ресурса можно использовать формулы (28) и (29), которые зависят от параметра θ только в члене $w(x) - w$.

Но заметим, что, коль скоро условие (30) нарушено для данных w, t, то коэффициент при $w(x) - w$ больше в формуле (28), дающей благосостояние агента в равновесии с лоббированием, нежели в формуле (29), выражающей его полезность в конкурентном равновесии. Значит, если его начальный запас $w(x)$ достаточно велик, то он предпочтёт равновесие с лоббированием. В семействе экономик (52) начальный запас некоторых агентов стремится к бесконечности с ростом параметра θ. Значит, существуют равновесия, в которых часть агентов голосует против реформы. Более точно, таковыми будут те экономические системы, которые отвечают параметрам θ со свойством

$$\frac{w - t(1-\theta)}{\theta} > \gamma, \tag{53}$$

где

$$\gamma = w + \frac{f(w) - f(t)}{\frac{1}{\frac{1}{f'(t)} + \frac{w-t}{f(t)}} - f'(w)}. \tag{54}$$

В силу того, что условие (30) нарушается, знаменатель большой дроби положителен (что позволило нам на него в некоторый момент поделить с сохранением знака неравенства). Тем самым, задана точная нижняя граница начального запаса тех агентов, которые проголосуют против реформы в рассматриваемом семействе экономик.

Пример 2. Гибридное равновесие, в котором весь ресурс голосует против перехода к конкурентному рынку в ситуации, когда нарушается требование (30). Строится оно по аналогии с предыдущим примером, и даже проще: теперь нам не надо заботиться о совпадении формул (2.6) и (2.9), ибо в гибридном равновесии уровень отсечки определяется последней из них. Поэтому можно положить начальный запас большинства агентов попросту равным нулю, а запас остальных агентов равным γ (или чуть большим, для строгого предпочтения гибридного равновесия). Доля агентов, между которыми распределён весь имеющийся ресурс, определяется из условия на средний запас (равный w), а уровень налогообложения κ — из условия совпадения уровня отсечки с t. Тогда весь ресурс проголосует против реформы политики государственной поддержки предприятий.

Формально, пусть $\rho > \gamma$, где γ взято из формулы (54). Тогда в гибридном равновесии

$$\begin{gathered} \kappa = \tfrac{(w-t)f'(t)}{f(t)+(w-t)f'(t)}, \\ w(x) = \begin{cases} 0, & x \in [0, 1 - \frac{w}{\rho}]; \\ \rho, & x \in [1 - \frac{w}{\rho}, 1] \end{cases} \end{gathered} \tag{55}$$

весь ресурс проголосует против перехода к конкурентной экономике.

Пример 3. Пример, когда сколь угодно большой процент агентов голосует против реформы, даже в равновесии без торговли.

Принцип построения данного примера несколько отличается от принципа построения двух предыдущих. А именно, в данном случае будет предъявлена экономика с исключительно неэффективным производством, при котором почти вся прибыль подвержена распределению путём выдачи субсидий. Однако той исчезающе малой доли прибыли, которую удерживает агент-производитель, оказывается достаточно для того, чтобы у него появился стимул производить: отдача от масштаба около нуля — огромная. Малая часть агентов имеют ровно столько ресурса, чтобы пустить его в это неэффективное производство, большинство же агентов имеют начальный запас достаточно большой, и, перераспределяя в свою пользу основную долю дохода малообеспеченных агентов, оказываются в небольшом плюсе, по сравнению с конкурентным равновесием, в котором цена на ресурс была бы ничтожной (в силу быстрого убывания предельного продукта в производстве). Малая же часть агентов оказывается в значительном минусе за счёт изъятия их прибыли в пользу перераспределения путём выдачи субсидий. В данной ситуации суммарная потеря эффективности исчезающе мала, опять-таки из-за быстрого убывания предельной полезности.

В пределе можно мыслить себе ситуацию, когда у всех есть по яблоку, а вдобавок ещё у большинства агентов есть сильный кулак. Тогда это большинство, с помощью кулака, отбивает яблоки у нескольких агентов без кулаков, и делит их поровну между собой. В конкурентном же равновесии кулак использовать запрещено. С точки зрения суммарной полезности эти два режима не различаются. Ясно, что большинство проголосует против перехода к конкурентному равновесию.

Формально, рассмотрим производственную функцию Кобба-Дугласа $f(t) = t^\alpha$, и распределение ресурса, заданное следующим образом, с тремя параметрами (t, n, θ):

$$w(x) = \begin{cases} t, & x \in [0, \frac{1}{n+1}]; \\ t[1 + (n+1)\theta], & x \in [\frac{1}{n+1}, 1]. \end{cases} \tag{56}$$

В такой экономике средний начальный запас равен $w = t[1+n\theta]$. Можно указать такое κ, при котором уровень отсечки будет равен t (см. формулу (2.9). Тогда, в частности, гибридное равновесие совпадёт с равновесием без торговли. Будем всегда считать, что уровень налогообложения κ в равновесиях нашего семейства подбирается именно так, чтобы приравнять уровень отсечки параметру t.

Таким образом у нас имеется 4-параметрическое семейство экономик, но мы вскоре убедимся, что от параметра t ничего не зависит. Таким образом, можно считать, что у нас есть трёхпараметрическое семейство, зависящее от (n, θ, α).

Теперь мы покажем, что для любого наперёд заданного n можно найти такие α, θ, что в соответствующей экономике $\frac{n}{n+1}$-я доля агентов проголосует против перехода к конкурентному режиму. Это будут в точности те агенты, которые в соответствующей этим параметрам экономической системе (56) обладают запасом ресурса, большим t.

Вспомним, что против реформы голосуют те агенты, для которых $w(x) > \gamma$, где γ определяется уравнением (54). Иначе говоря, это — те агенты, для которых $w(x) - w > \gamma - w$. В нашем случае $w(x) - w = t\theta$, а

$$\begin{aligned} \gamma - w \;&=\; \frac{\frac{f(t[1+n\theta]) - f(t)}{1}}{\frac{1}{\frac{1}{f'(t)} + \frac{nt\theta}{f(t)}} - f'(t[1+n\theta])} \;= \\ &=\; \frac{t^{\alpha}[(1+n\theta)^{\alpha} - 1]}{\frac{t^{\alpha-1}}{\frac{1}{\alpha} + n\theta} - \alpha t^{\alpha-1}[1+n\theta]^{\alpha-1}}. \end{aligned} \tag{57}$$

Видно, что в оба выражения $t\theta$ и $\gamma - w$ параметр t входит в виде линейного множителя, на который можно сократить. В этом и есть смысл утвердения о том, что от выбора t ничего не зависит. Разумеется, так будет только для функций Кобба-Дугласа. Продолжаем цепочку эквивалентностей:

$$\begin{aligned} w(x) \;>\; \gamma \iff \theta \;>\; \frac{(1+n\theta)^{\alpha} - 1}{\frac{\alpha}{1+n\theta\alpha} - \alpha[1+n\theta]^{\alpha-1}} \iff \\ \iff \alpha\theta \;>\; \frac{[1+n\theta\alpha][(1+n\theta)^{\alpha} - 1]}{1 - [1+n\theta\alpha][1+n\theta]^{\alpha-1}}. \end{aligned} \tag{58}$$

Теперь мы рассуждаем следующим образом. Нам надо доказать, что существуют такие α, θ, что указанное неравенство выполняется. Будем искать среди пар (α, θ), удовлетворяющих условию $\alpha\theta = 1$. Это означает, что мы одновременно и синхронно устремляем неэффективность производства и неравенство начального распределения ресурса к бесконечности: при $\alpha \to 0$ функция Кобба-Дугласа демонстрирует всё более быстрое убывание отдачи от масштаба, а при $\theta \to \infty$ увеличивается разница начальных запасов богатых и бедных агентов. Положив в (58) $\alpha = \frac{1}{\theta}$, мы должны показать, что при достаточно больших θ выполняется следующее неравенство:

$$\begin{aligned} 1 \;>\; \frac{[1+n][(1+n\theta)^{\alpha} - 1]}{1 - [1+n][1+n\theta]^{\alpha-1}} \iff \\ \iff 1 - [1+n][1+n\theta]^{\alpha-1} \;>\; [1+n][(1+n\theta)^{\alpha} - 1] \iff \\ \iff 1 - [1+n][1+n\theta]^{\alpha-1} \;>\; [1+n](1+n\theta)^{\alpha} - [1+n] \iff \\ \iff 2+n \;>\; [1+n][1+n\theta]^{\alpha-1}[2+n\theta] \iff \\ \iff [2+n][1+n\theta] \;>\; [1+n][1+n\theta]^{\alpha}[2+n\theta]. \end{aligned} \tag{59}$$

Однако вспомним, что $\alpha = \frac{1}{\theta}$, поэтому в пределе при $\theta \to \infty$ имеем

$$[1+n\theta]^{\alpha} \;=\; [1+n\theta]^{\frac{1}{\theta}} \to 1 \tag{60}$$

(этот факт из математического анализа изучается на первых курсах математических факультетов; заметьте, что в пределе — *не* экспонента, потому что устремляем θ не к нулю, а к бесконечности. Взятие этого предела равносильно взятию предела $\sqrt[n]{n}$, который равен единице). Следовательно, при $\theta \to \infty$ этот множитель уходит, и остаётся убедиться в том, что при больших θ

$$[2+n][1+n\theta] \ > \ [1+n][2+n\theta]. \tag{61}$$

Но коэффициент при θ слева равен $n(n+2)$, а справа — $(1+n)n$. Тем самым, при больших θ левые весы перетянут.

Утверждение о существовании сколь угодно широкой поддержки неэффективного режима доказано полностью.

Приложение 3. К главе 3: Супермодулярные итеративные игры со множеством участников

Данный раздел посвящён анализу определённого класса игр, которые всегда имеют единственное сильное равновесие Нэша (в дальнейшем, СНР). Как следствие, мы получим теоремы, характеризующие равновесие в нашей модели, ибо как будет показано в следующем разделе, игра второго уровня, порождённая любой многоступенчатой пороговой стратегией контролирующего органа, принадлежит данному классу. Анализируя эти игры, мы опираемся на (Topkis 1998); конкретно, это относится к свойствам супермодулярности и следствиям из них. Что же касается свойства итеративности, то насколько мне известно, оно не изучалось в литературе в паре с супермодулярностью. Предположения, которые приводят к существованию и единственности СНР, являются слишком сильными для того, чтобы претендовать на чисто теоретико-игровую ценность; однако они выполняются в ситуации, рассмотренной выше в работе.

Рассмотрим игру множества лиц, в том смысле, что индивидуальные действия оказывают незначительное влияние на агрегированные переменные, и мы будем ими пренебрегать[9]. Фактически мы будем исходить из того, что у нас имеется бесконечное число агентов, и они пронумерованы точками θ отрезка $[0,1]$. Кроме того, нам будет важен естественный порядок, имеющийся на этом отрезке, и мы его сохраним и для множества агентов тоже. Все агенты обладают одним и тем же стратегическим множеством $Z \subset \mathbf{R}$, которое предполагается компактным (скажем, некий отрезок). Обозначим за $Z^{[0,1]}$ декартово произведение континуума экземпляров множества Z (то есть, множество всех отображений отрезка $[0,1]$ во множество Z), и за $q \in Z^{[0,1]}$ — профиль выбранных

[9] Точный смысл этих слов станет ясен ниже.

агентами стратегий. Каждому такому профилю ставится в соответствие кумулятивная функция распределения

$$\begin{aligned} F_q(z) = {} & \text{Лебегова мера множества тех } \theta, \\ & \text{для которых } q(\theta) \le z \end{aligned} \tag{62}$$

(мы ограничиваемся рассмотрением измеримых профилей q). Множество $Z^{[0,1]}$ всех профилей наследует частичный порядок от множества Z, при котором

$$q_1 \succeq q_2 \Longleftrightarrow \forall \theta \quad q_1(\theta) \ge q_2(\theta). \tag{63}$$

Оказывается, множество $Z^{[0,1]}$ вдобавок наследует некоторые хорошие свойства упорядоченного множества Z.

Лемма 1 *Множество $Z^{[0,1]}$ образует полную решётку относительно введённого выше частичного порядка. То же верно и для его подмножества $\Re \subset Z^{[0,1]}$, состоящего из неубывающих профилей.*

Для доказательства этой леммы рассмотрим произвольное подмножество $\Re' \subset Z^{[0,1]}$ множества всех профилей. ТВГ q^- и ТНГ q_- этого подмножества строятся следующим образом:

$$\begin{aligned} \forall \theta \quad q^-(\theta) &:= \max_{q \in \Re'} q(\theta), \\ \forall \theta \quad q_-(\theta) &:= \min_{q \in \Re'} q(\theta). \end{aligned} \tag{64}$$

Если исходное подмножество состояло из неубывающих профилей, то определённые формулой (64) ТВГ и ТНГ тоже являются неубывающими (тривиальная проверка). Доказательство закончено.

Заметим, что неубывающий профиль $q \in \Re$ и соответствующая ему функция распределения $F_q(\cdot)$ являются просто взаимно-обратными в расширенном смысле, то есть когда допускаются участки постоянства, с одной стороны, и разрывы, с другой. В дальнейшем станет ясно, что только монотонные профили представляют для нас интерес.

Возвращаясь к определению нашей игры, предположим, что функции выигрыша, или полезности, игроков имеют вид

$$u_\theta(z, q) = u(\theta, z, q), \tag{65}$$

где $z \in Z$ — стратегия агента θ. Это и есть точный смысл того, что мы выше назвали «индивидуальные действия не влияют на агрегированные переменные», потому что, осуществляя свой выбор, агент максимизирует выигрыш по переменной z, принимая q за константу (это предположение сродни Вальрасовому в теории конкурентного равновесия; можно строго формализовать его в рамках теоретико-игрового подхода, вводя в рассмотрение «вспомогательного» игрока 0. Такой игрок обладает стратегическим множеством $Z^{[0,1]}$, и его функция полезности всегда максимизируется на истинном профиле выбранных стратегий).

Ниже мы вводим три определения. Предполагается, что наша игра удовлетворяет всем трём свойствам, постулируемым в них.

Определение 1. Игра (65) называется SMD-игрой (или удовлетворяющей SMD-свойству, или квази-супермодулярной), если

$$\begin{gathered} \forall q \succeq q' \quad \forall \theta \in [0,1] \quad \text{функция} \\ u(\theta, z, q) - u(\theta, z, q') \\ \text{неотрицательна и неубывает по } z. \end{gathered} \tag{66}$$

Определение 2. Игра (65) называется SMN-игрой (или удовлетворяющей SMN-свойству, или супермонотонной), если

$$\begin{gathered} \forall \theta \geq \theta' \quad \forall q \in Z^{[0,1]} \quad \text{функция} \\ u(\theta, z, q) - u(\theta', z, q) \\ \text{неотрицательна и неубывает по } z. \end{gathered} \tag{67}$$

Интуиция, стоящая за этими определениями, подробно изложена в основном тексте работы. Если некоторая игра обладает обоими свойствами, то она называется S-игрой, или супермодулярной игрой (потому что эти свойства очень похожи на свойство супермодулярности, изучаемое в кооперативной теории игр; см. также (Topkis 1998)).

Обозначим за $q|_T$ ограничение профиля q как функции на подмножество $T \subset [0,1]$, то есть, $q|_T = \{q(\theta) | \theta \in T\}$.

Определение 3. Игра (65) называется I-игрой (иначе, удовлетворяющей I-свойству, или итеративной), если

$$\begin{gathered} \forall \theta \in [0,1],\ \forall z \in Z,\ \forall q \in \Re \ \text{(то есть, для монотонных профилей)} \\ \text{мы имеем } u(\theta, z, q) = u(\theta, z, q|_{[0,\theta)}); \end{gathered} \tag{68}$$

иными словами, выигрыш агента зависит только от выборов предыдущих агентов, относительно естественного упорядочения (плюс, конечно, от его собственной).

Игры (65), удовлетворяющие всем трём введённым выше свойствам, называются SIM-играми (что переводится как *супермодулярные итеративные игры со* *множеством участников*). Следующая теорема постулирует фундаментальное свойство таких игр.

Теорема 11 *Каждая SIM-игра имеет (в общем случае, единственное) сильное Нэш-равновесие. Это равновесие может быть получено итеративной процедурой, посредством применения функции максимального наилучшего ответа игроков, шаг за шагом, начиная с игрока с номером* 0, *и кончая игроком с номером* 1 *(что потребует, в общем случае, континуального числа шагов; в реальности, тем не менее, существует лишь конечное число типов агентов, следовательно, и конечное число шагов), к профилю* $I \equiv 1$, *являющемуся супремумом всей решётки* $\Re$ *монотонных профилей.*

Доказательство. В дальнейшем нам понадобится следующее утверждение, являющейся аналогом известной *теоремы о маргинальных значениях* для монотонного случая. Доказательство совершенно тривиальное, и будет опущено (верность утверждения немедленно следует из графических рассмотрений. В сильно более общей ситуации см. (Topkis 1978)).

Лемма 2 *Пусть задана функция* $u = u(z)$, *определённая на вполне упорядоченном множестве* Z. *Обозначим за* $A(u)$ *максимальный элемент подмножества* $Argmax(u) := Arg\max_{z \in Z} u(z)$; *за* $M(u)$ *— максимальное значение функции* u *на множестве* Z *(мы предполагаем, что оба числа корректно определены). Пусть* $\delta(z)$ *— неотрицательная и неубывающая функция, определённая на множестве* Z. *Тогда выполняются следующие неравенства:*

$$\begin{aligned} A(u) &\le A(u+\delta); \\ M(u) &\le M(u+\delta). \end{aligned} \tag{69}$$

Теперь мы введём в рассмотрение соответствие наилучшего ответа $f : Z^{[0,1]} \Longrightarrow Z^{[0,1]}$ следующим образом: для $q \in Z^{[0,1]}$

$$f(q) = \{q' \in Z^{[0,1]} : \forall \theta \quad q'(\theta) \in Arg\max_{z \in Z} u(\theta, z, q). \tag{70}$$

Иными словами, это — обыкновенное многозначное отображение наилучшего ответа. Кроме того, нам понадобится следующее однозначное отображение, или просто функция $\bar{f}$, которая является *наибольшим из наилучших ответов*:

$$\forall \theta \quad \bar{f}(q)(\theta) = A(u(\theta, z, q)), \tag{71}$$

применённое к функции $u(\theta, z, q)$, рассматриваемой как функция переменного z (см. обозначения, введённые выше в Лемме 2).

Следующее утверждение непосредственно следует из Леммы 2, с учётом SMD- и SMM-свойств:

Лемма 3 *1. Для любого профиля q существует по крайней мере один неубывающий профиль $q' \in f(q)$; к примеру, таков профиль $\bar{f}(q) \in f(q)$;*

2. Отображение $\bar{f}$ является неубывающим преобразованием решётки $\Re$ (согласно предыдущему утверждению, это отображение действительно переводит решётку монотонных профилей в себя);

3. Для любого профиля q и любого $z \in Z$, при $\theta' \geq \theta$ мы имеем $u(\theta', z, q) \geq u(\theta, z, q)$;

4. Для любого θ и любого z, при $q' \succeq q$ мы имеем $u(\theta, z, q') \geq u(\theta, z, q)$.

Следующий шаг состоит в применении к однозначному и монотонному отображению $\bar{f}$ полной решётки $\Re$ в себя знаменитой теоремы Тарского, вариант которой приводится ниже (см. (Tarskii 1955)).

Теорема 12 *(***Биркгофф — Кнастер — Тарский.***) Множество неподвижных точек монотонного отображения h любой полной решётки Γ в себя непусто и образует полную подрешётку в последней (точнее, является полной решёткой относительно того же упорядочения). ТВГ подрешётки равновесий является трансфинитным пределом последовательности*

$$I, h(I), h(h(I)), \ldots, \tag{72}$$

где I — ТВГ исходной полной решётки Γ.

В рассматриваемой ситуации это означает, что множество равновесий Нэша, в которых каждый агент выбирает максимальный из равнозначных для него выборов, является полной подрешёткой в решётке $\Re$. Максимальное из них может быть получено итеративным применением отображения $\bar{f}$ к супремуму всей решётки. Однако, существуют ещё равновесия Нэша, помимо описанных, которые являются неподвижными точками исходного соответствия f. Следующее утверждение окажется полезным при доказательстве существования и единственности СНР.

Утверждение 1. Максимальная неподвижная точка отображения $\bar{f}$ является супремумом множества всех равновесий Нэша в рассматриваемой SIM-игре.

Для доказательства этого утверждения нам понадобится следующая лемма.

Лемма 4 *Пусть* Γ *— полная решётка,* $h : \Gamma \to \Gamma$ *— монотонное отображение, и* $r \in \Gamma$ *обладает свойством* $h(r) \succeq r$*. Тогда ТВГ* $\bar{r}$ *множества неподвижных точек обладает свойством* $\bar{r} \succeq r$*.*

Доказательство получается переходом к трансфинитному пределу в очевидном равенстве $I \succeq r$, где I обозначает ТВГ всей решётки Γ. Например, первый шаг таков: $h(I) \succeq h(r) \succeq r$, поэтому $h(I) \succeq r$, и так далее. Доказательство закончено.

Теперь рассмотрим любое равновесие $\tilde{q}$, то есть, неподвижную точку многозначного отображения f. Мы утверждаем, что

$$\bar{f}(\tilde{q}) \succeq \tilde{q}, \tag{73}$$

потому что $\forall\theta$ по определению равновесия имеем $\tilde{q}(\theta) \in f(\tilde{q})(\theta)$, а по определению $\bar{f}$ левая часть (73) есть максимальный элемент множества $f(\tilde{q})(\theta)$. Следовательно, к профилю $\tilde{q} \in \Re$ применима Лемма 4, с заменой отображения h на отображение $\bar{f}$. А, значит, ТВГ множества неподвижных точек отображения $\bar{f}$ является одновременно ТВГ множества всех вообще равновесий, соответствующих выбранной стратегии $A(\cdot)$. Доказательство утверждения 1 закончено.

Теперь мы собираемся доказать, что это максимальное равновесие по Нэшу является единственным СНР в рассматриваемой SIM-игре. Чтобы это сделать, нам необходимо подменить итеративный процесс (72) процессом, который гораздо легче анализировать. С целью упрощения выкладок, а также чтобы избежать ссылки на трансфинитные соображения, мы предположим, что существует конечное число n различных типов агентов, но каждый из типов по-прежнему представлен континуумом агентов (чтобы сохранить предположение о несущественности индивидуальных решений с точки зрения агрегированных переменных). Пусть агенты i-того типа имеют коррупционные возможности $b(\theta) = b_i$. Обозначим максимальное равновесие за $q^* = (z_1^*, \ldots, z_n^*)$ (ясно, что агенты одинакового типа выберут одинаковое z в равновесии). Пусть I, как и раньше, обозначает супремум множества $\Re$ всех монотонных профилей, то есть, $I \equiv 1$.

Следующая теорема доказывается долго и муторно, хотя по сути дела выражает вполне интуитивно понятный факт.

Теорема 13 *Максимальное равновесие* q^* *может быть получено из профиля* I *путём применения следующей итеративной процедуры:*

$$\begin{gathered} I = (1, 1, \ldots, 1) \to (z_1^*, 1, 1, \ldots, 1) \to \\ (z_1^*, z_2^*, 1, \ldots, 1) \to \cdots \to (z_1^*, z_2^*, \ldots, z_n^*), \end{gathered} \tag{74}$$

где

$$
\begin{aligned}
z_1^* &= \bar{f}(I)(\theta_1),\\
z_2^* &= \bar{f}(z_1^*, 1, \dots, 1)(\theta_2),\\
&\dots\\
z_i^* &= \bar{f}(z_1^*, \dots, z_{i-1}^*, 1, \dots, 1)(\theta_i),\\
&\dots,\\
z_n^* &= \bar{f}(z_1^*, \dots, z_{n-1}^*, 1)(\theta_n).
\end{aligned}
\tag{75}
$$

Здесь θ_i — такое, что $b(\theta_i) = b_i$. Заметим, что искомый равновесный профиль достигается не более, чем за n итераций.

Доказательство.

Прежде всего, введём ряд обозначений. Профиль $(z_1, z_2, \dots, z_i, 1, 1, \dots, 1)$ будет вкратце обозначаться за $(z_1, \dots, z_i, I)$. Более общо, если есть профиль $\tilde{q} = (\tilde{z}_1, \dots, \tilde{z}_n)$ и набор чисел $z_1, \dots, z_i$, то под профилем $(z_1, \dots, z_i, \tilde{q})$ понимается профиль $(z_1, z_2, \dots, z_i, \tilde{z}_{i+1}, \dots, \tilde{z}_n)$. Наконец, переобозначим изучаемое монотонное отображение $\bar{f} : \Re \to \Re$ просто за h.

Ниже вводится серия подмножеств множества $\Re$ всех (монотонных) профилей. А именно, $\forall i$ положим по определению

$$
\begin{aligned}
&R_i = \{q = (z_1, z_2, \dots, z_n) \in \Re \,|\, h(q) \preceq q,\\
&\text{и } \forall j = 1, 2, \dots, i \quad h(q)(\theta_j) = q(\theta_j) = z_j.
\end{aligned}
\tag{76}
$$

Таким образом, R_i состоит из тех профилей, которые, во-первых, удовлетворяют *условию монотонности* (в дальнейшем кратко: УМ), и во-вторых их превые i компонент устойчивы относительно отображения h. Такие профили мы назовём *i-равновесиями*. Очевидно, что $I \in R_0$ (потому что последнее состоит просто из всех профилей, удовлетворяющих условию монотонности); последнее из множеств, R_n, совпадает со множеством всех неподвижных точек отображения h.

В дальнейшем окажется важной следующая лемма.

Лемма 5 *Отображение h переводит подмножество R_i внутрь R_{i+1}. Иными словами, $\forall q \in R_i \quad h(q) \in R_{i+1}$.*

Для начала установим, что если профиль q удовлетворяет УМ, то и его образ тоже; иными словами, отображение h переводит множество профилей, удовлетворяющих УМ, внутрь себя. Действительно, если $h(q) \preceq q$, то, воспользовавшись монотонностью самого отображения h, получаем, что $h(h(q)) \preceq h(q)$, то есть, что $h(q)$ удовлетворяет УМ.

Чтобы доказать, что образ i-равновесия является $(i+1)$-равновесием, теперь осталось проверить, что если у профиля, удовлетворяющего УМ, первые i компонент устойчивы относительно отображения h, то у его h-образа устойчивы первые $i+1$ компонент. Введём обозначения:

$$\begin{gathered} q=(z_1,\dots,z_i,z'_{i+1},\dots,z'_n); \\ h(q)=(z_1,\dots,z_i,z_{i+1},z''_{i+2},\dots,z''_n) \end{gathered} \tag{77}$$

В силу условия монотонности имеем $z'_{i+1}\geq z_{i+1}$, и все z'_j и z''_j при $j\geq i$ тем более не меньше, чем z_{i+1} (мы используем монотонность самих профилей q и $h(q)$), значит, распределения F и $h(F)$, соответствующие профилям q и $h(q)$, совпадают на *интервале* $[0,z_{i+1})$. Поэтому можно вспомнить и применить третий пункт леммы 3, и заключить, что на *отрезке* $[0,z_{i+1}]$ функции выигрыша агента как функции его выбора, z совпадают при реализации профилей q и $h(q)$, соответственно. В то же время, в силу утверждения 2) той же теоремы, функция выигрыша любого агента при вере в профиль $h(q)$ нигде не превосходит функцию его выигрыша при реализации профиля q. Отсюда ясно, что если при реализации профиля q выбор агента принадлежал отрезку $[0,z_{i+1}]$, то он не изменится. Но этому условию удовлетворяют по меньшей мере те агенты θ, для которых $b(\theta)\leq b_{i+1}$, то есть, первые $i+1$ типов агентов. Поэтому первые $i+1$ компонент профиля $h(h(q))$ совпадают с первыми $i+1$ компонентами профиля $h(q)$, иными словами, $h(q)\in R_{i+1}$. Лемма 5 доказана.

Следствие. Если профиль $\tilde{q}\in R_0$, то есть, удовлетворяет условию монотонности, то процесс итеративного применения к нему отображения h сходится к равновесию не более, чем за n шагов, где n — число агентов различных типов. В частности, процесс

$$I\to h(I)\to h(h(I))\to\dots \tag{78}$$

сходится к ТВГ множества равновесий не более, чем за n шагов.

Тем не менее, это ещё не совсем то, что нам надо, так как наш процесс сходимости, удобный для анализа ситуации, несколько отличается от простого итеративного применения отображения h к профилю I. Следующая лемма завершает доказательство теоремы 13.

Лемма 6 *Для любого профиля $\bar{q}=(\bar{z}_1,\dots,\bar{z}_n)$, удовлетворяющего УМ (т.е лежащего в R_0), и для любого $i=1,2,\dots,n$, профиль $(z^*_1,z^*_2,\dots,z^*_i,\bar{q})$*[10] *содержится в R_i. Здесь z^*_j, $j=1,2,\dots,n$ определяются по индукции следующим*

[10] См. обозначения, введённые в начале доказательства теоремы 13.

образом:

$$\begin{gathered} z_1^* = h(\bar{q})(\theta_1), \\ \dots \\ z_j^* = h(z_1^*, \dots, z_{j-1}^*, \bar{q})(\theta_j), \\ \dots \\ z_n^* = h(z_1^*, \dots, z_{n-1}^*, \bar{z}_n)(\theta_n). \end{gathered} \tag{79}$$

Доказательство мы проведём индукцией по i. Докажем базу индукции $i = 1$. (Формально говоря, базой является $i = 0$, и её доказывать нечего; однако для наглядности проведём рассуждение при $i = 1$ подробно.)

Распишем профиль $h(z_1^*, \bar{q})$ покомпонентно:

$$h(z_1^*, \bar{q}) := (z_1^*, \tilde{z}_2^1, \dots, \tilde{z}_n^1) := (z_1^*, \tilde{q}^1) \tag{80}$$

Имеем следующее двойное неравенство, непосредственно следующее из УМ, которому удовлетворяет профиль $\bar{q}$:

$$h(\bar{q}) = (z_1^*, \tilde{q}^1) \preceq (z_1^*, \bar{q}) \preceq \bar{q}. \tag{81}$$

Применим к нему отображение h, пользуясь монотонностью последнего:

$$h(h(\bar{q})) = h(z_1^*, \tilde{q}^1) \preceq h(z_1^*, \bar{q}) \preceq h(\bar{q}); \tag{82}$$

Теперь рассмотрим первые компоненты крайних профилей, и применим лемму 5 (согласно которой $h(\bar{q}) \in R_1$), наряду с определением z_1^*:

$$h(h(\bar{q}))(\theta_1) = h(\bar{q})(\theta_1) = z_1^*. \tag{83}$$

Из (82) и (83) следует, что

$$h(z_1^*, \bar{q})(\theta_1) = z_1^*, \tag{84}$$

что означает, что первая компонента профиля $(z_1^*, \bar{q})$ устойчива относительно h.

Чтобы доказать, что этот профиль лежит в R_1, осталось установить, что остальные его компоненты под действием h не возрастут. Для этого применим к неравенству $(z_1^*, \bar{q}) \preceq \bar{q}$, следующему из УМ для исходного профиля $\bar{q}$ и определения z_1^* (см. формулу (79), отображение h, и подставим в полученное неравенство значение θ_j для $j = 2, \dots, n$:

$$h(z_1^*, \bar{q})(\theta_j) \leq h(\bar{q})(\theta_j) \leq \bar{z}_j = (z_1^*, \bar{q})(\theta_j). \tag{85}$$

Здесь мы воспользовались тем, что профили $\bar{q}$ и $(z_1^*, \bar{q})$ совпадают на всех компонентах $j \geq 2$. Суммируя, получаем $(z_1^*, \bar{q}) \in R_1$.

Теперь проведём шаг индукции. Он практически не отличается от первого шага. Распишем профиль $h(z_1^*,\dots,z_i^*,\bar{q})$ покомпонентно, предполагая, что утверждение леммы верно для всех $j \le i$:

$$h(z_1^*,\dots,z_i^*,\bar{q}) := (z_1^*,\dots,z_i^*,z_{i+1}^*,\tilde{q}). \tag{86}$$

Вместо неравенства (81) мы пишем неравенство

$$\begin{gathered} h(z_1^*,\dots,z_i^*,\bar{q})) = (z_1^*,\dots,z_i^*,z_{i+1}^*,\tilde{q}^i) \preceq \\ (z_1^*,\dots,z_i^*,z_{i+1}^*,\bar{q}) \preceq (z_1^*,\dots,z_i^*,\bar{q}). \end{gathered} \tag{87}$$

Опять-таки, первое неравенство следует из определения (79), а последнее — из УМ для профиля $(z_1^*,\dots,z_i^*,\bar{q})$, применённого к компонентам с номерами $j = i+1,\dots,n$ (верного, согласно индукционному предположению). Применяя к двойному неравенству (87) отображение h, рассматривая $(i+1)$-ю компоненту всех профилей и используя индукционное предположение, заключаем совершенно аналогично случаю $i = 1$, что среднее число заключено между крайними, равными друг другу и z_{i+1}^*. Тем самым, рассматриваемый профиль устойчив не только по первым i компонентам, что следует из индукционного предположения, но и по $(i+1)$-й тоже. Доказательство УМ для него практически дословно повторяет рассуждение, проведённое для базы индукции. Тем самым лемма 6 доказана.

Следствие. Профиль $(z_1^*,\dots,z_n^*)$, где z_j^* определены посредством (79), является равновесным.

Осталось понять, почему это равновесие (обозначим его за q^*) совпадает с тем, которое получается итеративным применением отображения h к начальному профилю $\bar{q}$.

Обозначим последнее равновесие за $\hat{q}$. Вначале покажем, что $q^* \preceq \hat{q}$. В самом деле, мы имеем $q^* \preceq \bar{q}$ — в силу свойства УМ, сохраняемого на каждом шаге определения профиля q^*. Применим n раз к этому неравенству отображение h. Слева стоит равновесие, поэтому оно так и будет там стоять. Справа же через n шагов окажется как раз $\hat{q}$.

Для доказательства обратного утверждения всмотримся внимательно в диаграмму, воспроизведённую ниже для случая трёх типов агентов и профиля $\bar{q} = I$ (ситуация ничем не отличается от общего случая конечного числа агентов, и произвольного профиля $\bar{q} \in R_0$). Косые стрелки между первым и вторым рядом заменяют знак $\preceq$, именно в этом направлении. Применение h означает сдвиг на одну строку вниз, и направление стрелок не меняется (монотонность). Горизонтальные и вертикальные неравенства служат лишь для полноты картины, для обогащения интуиции. Свойство транзитивности отношения $\preceq$ позволяет заключить, что $\hat{q} \preceq q^*$. Следовательно, $q^* = \hat{q}$.

$$
\begin{array}{ccccccc}
I & \succeq & (z_1^*, 1, 1) & \succeq & (z_1^*, z_2^*, 1) & \succeq & (z_1^*, z_2^*, z_3^*) = q^* \\
\rotatebox{-90}{$\succeq$} & \nearrow & \rotatebox{-90}{$\succeq$} & \nearrow & \rotatebox{-90}{$\succeq$} & \nearrow & \\
h(I) & \succeq & h(z_1^*, 1, 1) & \succeq & h(z_1^*, z_2^*, 1) & & \\
\rotatebox{-90}{$\succeq$} & \nearrow & \rotatebox{-90}{$\succeq$} & \nearrow & & & \\
h^2(I) & \succeq & h^2(z_1^*, 1, 1) & & & & \\
\rotatebox{-90}{$\succeq$} & \nearrow & & & & & \\
h^3(I) & & & & & &
\end{array}
$$

Для завершения доказательства второго утверждения теоремы 13 остаётся лишь положить $\bar{q} = I$, как на картинке.

Приступая к доказательству первого утверждения, прежде всего заметим, что ТВГ множества равновесий является единственным кандидатом на коалиционную устойчивость. Действительно, сильный Нэш — это по крайней мере Нэш, значит, искать надо в решётке всех Нэш-равновесий. Рассмотрим два равновесия $q = (z_1, \ldots, z_n)$ и $q' = (z_1', \ldots, z_n')$ таких, что $q' \geq q$. Имеем для выигрышей агентов

$$u_i(z_i; q) \leq u_i(z_i; q') \leq u_i(z_i'; q'), \tag{88}$$

где первое неравенство — следствие леммы 3, а второе выражает тот факт, что q' является равновесием. Если профили не совпадают, то по крайней мере одно из неравенств — строгое хотя бы для одного i (а именно, для того, в каком месте профили q и q' впервые различаются). Значит, коалиция, состоящая из всех участников вместе, предпочитает большее равновесие меньшему. Так как существует ТВГ, то любое другое равновесие блокируется всеобщей коалицией (иначе говоря, ТВГ является единственным Парето-оптимальным равновесием).

Чтобы доказать, что ТВГ q^* не только Парето-оптимально среди равновесий, но и является сильным Нэш-равновесием, допустим противное и фиксируем произвольную *блокирующую коалицию* $S \subset [0,1]$, вместе с набором *блокирующих значений* $\{z'(\theta) | \theta \in S\}$.[11]

Лемма 7 *Все блокирующие значения частот $z'(\theta)$ не превышают равновесные z_i^* для соответствующих I (т.е. таких, что $b(\theta) = b_i$).*

Доказательство. Действительно, пусть это не так, и $j \in N$ — самый маленький индекс, для которого существуют θ со свойствами $b(\theta) = b_j$, $z'(\theta) > z_j^*$. Обозначим за θ' одного из таких членов коалиции, за $\hat{q}$ весь блокирующий профиль, то есть тот, в котором членам коалиции предписаны соответствующие значения частот, а остальным агентам — равновесные, и за $\tilde{q}$ — профиль, получающийся из $\hat{q}$ заменой на местах $\{\theta | b(\theta) < b_j\}$ предписанных значений просто равновесными значениями z_l^*, $l = 1, \ldots, j-1$. По предположению имеем $\hat{q} \leq \tilde{q}$.

По свойству коалиции S должно быть

$$\forall \theta \in S \quad u(\theta; z'(\theta); \hat{q}) \geq u(\theta; q^*(\theta); q^*). \tag{89}$$

Однако $\forall z > z_j$ можно выписать следующую цепочку неравенств, из которых третье является *строгим*, в силу предположения о максимальности равновесия q^*, подразумевающего, что каждому агенту в нём предписано *максимальное* из равноценных для него значений частот, а остальные являются следствиями различных пунктов леммы 3:

$$\begin{gathered} u(\theta'; z; \hat{q}) \leq u(\theta'; z; \tilde{q}) \leq u(\theta'; z; (z_1^*, \ldots, z_{j-1}^*, I)) < \\ < u(\theta'; z_j^*; (z_1^*, \ldots, z_{j-1}^*, I)) = u(\theta'; z_j^*; z^*); \end{gathered} \tag{90}$$

в частности это верно и для $z = z'(\theta)$, что противоречит свойству блокирующей коалиции (89). Лемма 7 доказана.

Но если все блокирующие значения не превосходят равновесных, то и выигрыши тоже, ибо опять-таки в силу леммы 3 имеем $\forall \theta \in S$

$$u(\theta; z'(\theta); \hat{q}) \leq u(\theta; z'(\theta); q^*) \leq u(\theta; q^*(\theta); q^*). \tag{91}$$

Полученное противоречие завершает доказательство теоремы 13.

[11] Членам коалиции даже разрешено предписывать различные значения частот, независимо от того, являются ли различными их коррупционные возможности.

Приложение 4. К главе 3: Доказательства теорем 6 и 8

Доказательство теоремы 6

Наша игра — это игра с континуумом агентов, пронумерованных точками отрезка $[0,1]$ и имеющих стратегическое множество $Z=[0,1]$, и функции выигрыша

$$u(\theta)=u(\theta,z,q)=z\cdot[b(\theta)-D\cdot\lambda_q(z)], \tag{92}$$

где $\lambda_q(z)$ задаётся формулой

$$\lambda_q(z)=:\lambda_{A(\cdot)}(z,q)=\sum_{\{i:z_i<z\}}\frac{A_i}{1-F(z_i)}. \tag{93}$$

Надо проверить, что для нашей игры выполнены свойства, постулированные в определениях 1,2 и 3. Начнём с первого из них.

Для $q^2\succeq q^1$ мы имеем следующее уравнение:

$$\delta(z)=u^2(z)-u^1(z)=z\cdot(\lambda_{q^1}(z)-\lambda_{q^2}(z)), \tag{94}$$

и достаточно показать, что выражение внутри скобок неотрицательное и неубывает по z. Из (93) следует, что выражение в скобках в правой части формулы (94) является i-той частичной суммой некоторого ряда, и с ростом z имеем, что i также неубывает. Если мы убедимся в том, что члены ряда неотрицательны, то свойство 1 будет доказано, ибо тогда частичные суммы неубывают и неотрицательны (и помножаются на z, которое тоже положительное и возрастающее — тавтология). Имеем:

$$\begin{gathered}q^2\succeq q^1 \implies \forall z \quad F_{q_1}(z)\geq F_{q_2}(z)\implies\\ 1-F_{q_1}(z)\leq 1-F_{q_2}(z)\implies \tfrac{A_j}{1-F_{q_1}(z_j)}-\tfrac{A_j}{1-F_{q_2}(z_j)}>0,\end{gathered} \tag{95}$$

но это как раз и есть члены ряда. Таким образом, свойство 1 установлено.

Свойство 2 очевидно, ибо для $\theta'>\theta$ выражение

$$\delta(z)=u^2(z)-u^1(z)=z\cdot(b(\theta')-b(\theta)) \tag{96}$$

положительно и возрастает по z (или просто равно 0).

Третье свойство (постулированное в определении 3) следует из того факта, что выигрыш агента (92) зависит от $\lambda_q(z)$, которое в свою очередь зависит от значений $F_q(z')$ для $z'<z$, в силу (93). Последние, естественно, зависят только от $q|_{[0,z)}$ для профилей $q\in\Re$. Теорема 6 полностью доказана.

Доказательство теоремы 8

Мы будем существенно использовать теорему 13 из Приложения 1. Рассмотрим стратегию $A(\cdot)$, вместе с соответствующим ей СНР $q^* = (z_1^*, \ldots, z_n^*)$. Итеративная процедура

$$
\begin{gathered}
z_1^* = h(I)(\theta_1),\\
\ldots\\
z_j^* = h(z_1^*, \ldots, z_{j-1}^*, I)(\theta_j),\\
\ldots\\
z_n^* = h(z_1^*, \ldots, z_{n-1}^*, 1)(\theta_n)
\end{gathered}
\tag{97}
$$

приводит к равновесию не более, чем за n шагов. Сперва мы построим $(n+1)$-ступенчатую стратегию, имплементирующую то же самое равновесие q^*. А именно, это будет стратегия $(B_0, z_0^*;\ B_1, z_1^*; \ldots; B_n, z_n^*)$, где $z_0^* = 0$, и для $\forall j = 0, 1, \ldots, n$ мы имеем

$$
B_j = \sum_{\{l \mid z_l \in [z_j, z_{j+1})\}} A_l. \tag{98}
$$

Покажем, что в процессе эволюции профиля I согласно формулам (79) из Приложения 1 ни один агент не поменяет свой выбор. Будем рассуждать индуктивно. Обозначим за $u_i(z)$ результирующую функцию выигрыша агентов с типом i на той стадии, когда они осуществляют свой выбор согласно итерационному процессу (79), и за $\tilde{u}_i(z)$ — ту же функцию выигрыша, соответствующую новой стратегии (98) контролирующего органа.

Начнём с агентов первого типа (рассуждения несколько различается при $i = 1$ и $i > 1$). Их функция выигрыша, соответствующая вере в профиль I, теперь описывается следующим образом:

$$
\begin{aligned}
&\forall z < z_1^* \quad \tilde{u}_1(z) = b_1 \cdot z;\\
&\forall z \geq z_1^* \quad \tilde{u}_1(z) \leq u_1(z)
\end{aligned}
\tag{99}
$$

(чтобы с этим согласиться, достаточно взглянуть внимательно на рисунок 2a). Из первой строки следует, что новый выбор таких агентов не ниже старого выбора, z_1^*. В то же время, так как z_1^* был их выбором, соответствующим стратегии $A(\cdot)$, мы имеем

$$
\forall z > z_1^* \quad \tilde{u}_1(z_1^*) = b_1 \cdot z_1^* \geq u_1(z_1^*) \geq u_1(z) \geq \tilde{u}_1(z), \tag{100}
$$

откуда становится ясно, что выбор агентов первого типа не поменялся (первое неравенство в (100) следует из того, что выигрыш агентов первого типа, выбирающих $z = z_1^*$, не превосходит чистого взяточного сбора $b_1 \cdot z_1^*$).

Теперь воспользуемся индукцией, и предположим, что агенты с типами $\theta_j, j = 1, 2, \ldots, i$ не поменяли своего выбора. Тогда агент с типом $i+1$, осуществляя свой выбор в соответствии с формулой (97), исходит из того же профиля, как и раньше. Но тогда его выбор поменяться не может, ибо, с одной стороны, мы знаем, что

$$\tilde{u}_{i+1}(z^*_{i+1}) = u_{i+1}(z^*_{i+1}) \tag{101}$$

(это следует из I-свойства), а с другой, во всех остальных точках интенсивность аудита, λ не может уменьшится, следовательно,

$$\forall z \quad \tilde{u}_i(z) \leq u_i(z). \tag{102}$$

При этом мы существенно воспользовались тем, что агент исходил из того же профиля, что и раньше, по предположению индукции. Поэтому выигрыш не изменился в точке арг-максимума, и не возрос в остальных точках. Следовательно, агент не изменит своего выбора.

Всё, что осталось заметить, — это то, что, во-первых, новая стратегия использует не больше ресурсов, чем старая, и во-вторых, что ресурсы, предназначенные для поголовных проверок, могут быть безболезненно перемещены в точку первого ненулевого порогового значения (что уменьшает число необходимых параметров стратегии с $2n + 2$ до $2n$).

Теорема 8 доказана.

Приложение 5. К главе 3: Обозначения

Здесь суммированы все обозначения, которые используются в главе 3, снабжённые поясняющими комментариями.

- θ — имя агента; $\theta \in [0, 1]$.
- $q(\theta)$ — выбор агента с типом θ, в соответствии с профилем выборов, q; если выбор агента рассматривается отдельно от профиля, он обозначается за $z \in [0, 1]$; профиль всех выборов, q, является элементом множества $[0, 1]^{[0,1]}$.
- $b(\theta)$ — коррупционные возможности, характеризующие тип θ; функция $b(\theta)$ предполагается неубывающей по θ и дискретной (для удобства).
- $G(\cdot)$ — функция распределения агентов по параметру коррупционных возможностей. Таким образом, $\forall b$ имеем, что $G(b)$ — мера Лебега множества $\{\theta : \ b(\theta) \leq b\}$.

- $F_q(\cdot)$ — функция распределения агентов *по их выборам*, соответствующая профилю $q \in [0,1]^{[0,1]}$. Таким образом, $\forall z$ имеем, что $F(z)$ — мера Лебега множества $\{\theta : \ q(\theta) \le z\}$.
- A — общий объём средств, выделяемых на борьбу, в соответствии с выбранной стратегией контролирующего органа; это либо экзогенная величина, либо выбирается контролирующим органом, но на самой ранней стадии, перед объявлением стратегии, и в дальнейшем меняться не может.
- $A(\cdot)$ — кумулятивное распределение средств по степеням нарушений z агентов, в соответствии с выбранной многоступенчатой пороговой стратегией контролирующего органа.
- m — цена проверки в единицах полезности контролирующего органа.
- $\lambda(\cdot) = \lambda_q = \{\lambda_q(z) | z \in [0,1]\}$ — профиль интенсивностей проверок агентов, в зависимости от наблюдаемой переменной, z; он определяется в результате выбора и оглашения контролирующим органом определённой стратегии, а также реализовавшимся профилем, q.
- D — удельный штраф (штраф за одно нарушение). Таким образом, подчинённый, выбравший степень нарушения z, теряет $\lambda_q(z) \cdot z \cdot D$, если q — реализовавшийся профиль, а λ — стратегия контролирующего органа.
- $X(q)$ — целевой функционал контролирующего органа; $x(\theta)$ обозначает коэффициент вредоносности от коррумпированности агента θ, для случая интегральной схемы формирования целевого функционала контролирующего органа.

Список литературы

Левин М.И., Левина Е.А. Моделирование лоббистской деятельности. Экономика и Математические Методы, том 37, выпуск 3, стр. 76-96 (2001).

Полищук Л.И. Экономическая эффективность и присвоение ренты: анализ спонтанной приватизации. Экономика и Математические Методы, том 32, выпуск 2, стр. 5-24 (1996).

Полтерович В.М. Факторы коррупции. Экономика и Математические Методы, том 34, выпуск 3, стр. 30-39 (1998).

Савватеев А.В. Роль экстерналий в формировании равновесного уровня коррупции в производстве. В серии «Научные доклады РПЭИ», WP # 2K/04 (2000).

Савватеев А.В. Оптимальные стратегии подавления коррупции. Экономика и Математические Методы, выпуск 39, стр. 62-75 (2003).

Сатаров Г.А., Левин М.И., Цирик М.Л. Россия и коррупция: кто кого? Доклад в Российской Газете за 19 февраля 1998 года (1998).

Acemoglu, D. Reward Structure and the Allocation of Talent. European Economic Review, vol. 39, pp. 17-33 (1995).

Alchian, A. Rent. In: The New Palgrave. A Dictionary of Economics. Edited by John Eatwell at al, vol. 4, pp. 141-143. The Macmillan Press Ltd (1991).

Aslund, A. How Russia Became a Market Economy. Brookings Institution, Washington, D.C. (1995).

Aumann, R.J. Acceptable points in general cooperative n-person games. Contributions to the theory of games, Volume 4. Princeton University Press (1959).

Bardhan, P. Corruption And Development: A Review of Issues. Journal of Economic Literature, Vol. 35, 1320-1346 (1997).

Basu, S. and Li D.D. Corruption in Transition. William Davidson Institute Working Paper Series, WP # 161 (1998).

Bicchieri C„ and Rovelli C. Evolution and Revolution. Rationality and Society, Vol. 7, 201-224 (1995).

Chander P., Wilde L. Corruption in Tax Administration. Journal of Public Economics, vol. 49, 333-349 (1992).

Ericson, R. On An Allocative Role of The Soviet Second Economy. In: P. Desai (ed). Marxism, Central Planning, and The Soviet Economy. Cambridge, M.A.: The MIT Press (1983).

Grossman, G.M., and Helpman, E. Protection for sale. The American Economic Review, vol. 84, No. 4, 833-850 (1994).

Guriev, S. A Theory of Informative Red Tape. New Economic School, mimeo, June (2000).

Hindriks J., Keen M., Muthoo A. Corruption, extortion and evasion. Journal of Public Economics, vol. 74, 395-430 (1999).

Holmstrom, B. Moral Hazard in Teams. Bell Journal of Economics, 324-340 (1982).

Ichiishi, T. The cooperative nature of the firm. Cambridge University Press (1993).

Krueger, A.O. The Political Economy of Rent-Seeking Society. The American Economic Review, vol. 64, pp. 291-303 (1974).

Li, D.D. A theory of Ambiguous Property Rights in Transition Economies: The Case of the Chinese Non-State Sector. Journal of Comparative Economics, vol. 23, 1–19 (1996).

Lu, D. The Enterpreneurs Who Do Both: Production and Rent-seeking. Juornal of Economic Behavior and Organization, vol. 23, pp. 93-98 (1994).

Lui, F.T. A Dynamic Model of Corruption Deterrence. Journal of Political Economy, vol. 31, 215-236 (1986).

Magnus, J.R., Polterovich, V.M., Danilov, D.L., and Savvateev, A.V. Tolerance of Cheating: An Analysis Across Countries. Journal of Economic Education, vol. 33, no. 2, pp. 125-135 (2002).

Malcomson, J-M. Rank-Order Contracts for the Principal with Many Agents. The Review of Economic Studies, Volume 53, pp. 807-817 (1986).

Marshall, A.W. and I. Olkin. Inequalities: Theory of Majorization and Its Applications. Academic Press (1979).

Mas-Colell, A, Whinston, M.D., and Green, J. Microeconomic Theory. Oxford University Press (1995).

Mitra, D. Endogenous Lobby Formation and Endogenous Protection: A Long-Run Model of Trade Policy Determination. The American Economic Review, vol. 89, No. 5, 1116-1134 (1999).

Mohtadi H., Roe T. Growth, Lobbying and Public Goods. European Journal of Political Economy, Vol. 14, 453-473 (1998).

Mookherjee D., Png I. Optimal Auditing, Insurance, and Redistribution. Quarterly Journal of Economics, vol. 104, 399-415 (1989).

Murphy, K.M., Shleifer A., and Vishny, R.W. The Allocation of Talent: Implication for Growth. Quarterly Journal of Economics, vol. 106, 503-31 (1991).

Murphy, K.M., Shleifer A., and Vishny, R.W. Why Is Rent-Seeking So Costly to Growth? American Economic Review, vol. 83, No. 2, 409–414 (1993).

Myerson, R.B., Warneryd K. Contests with Population Uncertainty. Stockholm Institute for Transition Economy, mimeo (1996).

Pecorino, P. Is There a Free-Rider Problem in Lobbying? Endogenous Tariffs, Trigger Strategies, and the Number of Firms. The American Economic Review, vol. 88, No. 3, 652-660 (1998).

Polishchuk L., Savvateev A. Spontaneous (Non)Emergence of Property Rights. New Economic School, mimeo (1997).

Polterovich, V. Rent-Seeking, Tax Policy, and Economic Growth. Working paper WP # 2001/027, New Economic School, Moscow (2001).

Rose-Ackerman, S. "The Economics of Corruption". Journal of Public Economics, vol. 4, 187-203 (1975).

Rose-Ackerman, S. Corruption: A Study in Political Economy. New York, Academic Press, Inc. (1978).

Savvateev, A. Production And Rent-seeking Behavior. Working Paper BSP/98/001, New Economic School, CEMI (1998).

Shleifer, A., and Treisman, D. Without a map: Political tactics and Economic Reform in Russia. MIT Press (2000).

Shleifer A., and Vishny R.W. Corruption. Quarterly Journal of Economics, CVIII, pp. 599-617 (1993).

Skaperdas, S. Contest Success Functions. Economic Theory, vol. 7, pp. 283-90 (1996).

Sonin, K. Why the Rich May Favor Poor Protection of Property Rights. Journal of Comparative Economics, forthcoming (2002).

Sun G-Z., and Ng Y-K. The effect of number and size of interest groups on social rent dissipation. Public Choice, Vol. 101, 251-265 (1999).

Tarski, A. A Lattice-Theoretical Fixpoint Theorem and Its Applications. Pacific Journal of Mathematics, 5, 285-309 (1955).

Tirole J. A Theory of Collective Reputations With Applications to The Persistence of Corruption And to Firm Quality. Institut d'Economie Industrielle, Toulouse, MIT and Ceras, Paris (1996).

Topkis, Donald M. Minimizing a Submodular Function on a Lattice. Operations Research, 26, 305-321 (1978).

Topkis, Donald M. Supermodularity and Complementarity. Princeton University Press, Princeton (1998).

Transparency International. Corruption Perception Index — 2001. Журнал «Чистые Руки», 84-86, выпуск 5 (2002).

Tullock, G. Efficient Rent Seeking. In J.M. Buchanan, P.D. Tollison, and G. Tullock (eds.), Towards a Theory for Rent-Seeking Society, pp. 97-112. Texas A&M University Press (1980).

Tullock, G. Rent-seeking. In: The New Palgrave. A Dictionary of Economics. Edited by John Eatwell at al, vol. 4, pp. 147-149. The Macmillan Press Ltd (1991).

Vasin A., Panova E. Tax Collection and Corruption in Fiscal Bodies. EERC WP Series, WP # 99/10 (2000).

Warneryd, K. Rent, Risk, and Replication Political Contests and Preference Adaption. WP 377, Working Paper Series in Economics and Finance. October (1995).

Wei, S-J. Why Is Corruption So Much More Taxing Than Tax? Arbitrariness Kills. NBER Working Paper Series, WP # 6255 (1997).

Zhuravskaya E, Ponomareva, M. Federal Tax Arrears: Liquidity Problems, Federal Subsidies, or Regional Protection? Mimeo, CEFIR and CEPR (2000).

Zhuravskaya E, Orlov E, Paltseva E. Determinants of government subsidies to industrial firms in Russia: firm-level evidence. CEFIR Working Paper (2001).