ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Грюнвальд Л. А.

Аннотация. В докладе предполагается изложить начала теории почти периодических функций. Предлагается обсудить вопросы о мотивах введения понятия почти периодической функции, об основных свойствах почти периодических функций и их связи с периодическими, а также указать область применимости рассматриваемых математических объектов.

Ключевые слова: периодическая функция, почти периодическая функция.

В окружающей нас действительности встречаются процессы, которые носят повторяющийся характер во времени и пространстве. К ним относятся, например, колебания различной природы, движения тел по замкнутым траекториям, периодически возникающие биологические, экономические, социальные явления и многое другое.

Математическое описание законов распространения и функционирования подобных объектов, как правило, осуществляется с помощью периодических функций (всюду далее мы будем рассматривать функции определенные и непрерывные на $\mathbb{R}$).

Определение 1. Функция $y = f(x)$ называется *периодической с периодом* T, если существует число $T \neq 0$ такое, что для всех $x \in \mathbb{R}$ выполняется равенство $f(x + T) = f(x)$.

Однако, на практике последнее равенство для функции $y = f(x)$, отражающей состояние моделируемого повторяющегося процесса, имеет приближенный смысл, т. е. выполняется точностью до какой-то погрешности $\varepsilon > 0$ (см. рис. 1). Это можно интерпретировать, как в [1].

Определение 2. Число τ называется ε- *смещением* (*почти периодом*) функции $y = f(x)$, если существует число $\tau \neq 0$ такое, что для всех $x \in \mathbb{R}$ выполняется $|f(x + \tau) - f(x)| < \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$.

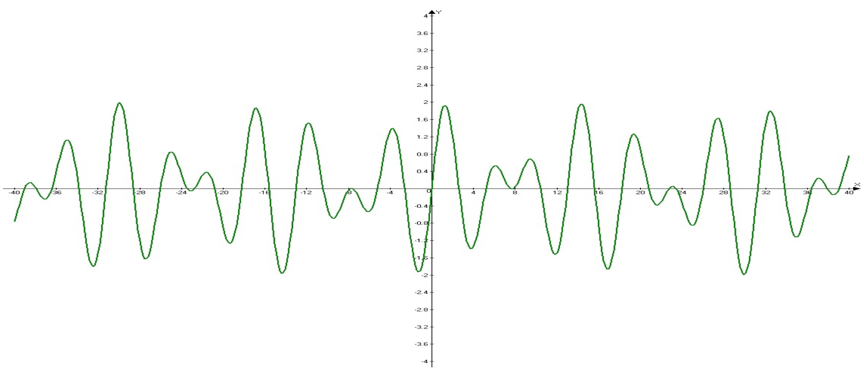

Рис. 1: График почти периодической функции $y = \sin x + \sin \sqrt{2}x$

Для того, чтобы ввести понятие почти периодической функции, которое обобщало бы понятие периодической и было инструментом для более адекватного описания повторяющихся процессов, определения 2, оказывается, недостаточно. О том, что нужно еще, будет представлено в докладе. Также мы расскажем о связи почти периодических функций с периодическими и о том, какими преимущественными свойствами первый класс функций обладает в сравнении с последним. Наконец, будет рассмотрен прецедент использования почти периодических функций в классической задаче теоретической механики.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Левитан Б. М. Почти-периодические функции / Б. М. Левитан. – М.: ГИТТЛ, 1953. – 396 с.

Грюнвальд Лилия Александровна, студентка 2 курса, направление подготовки «Прикладная математика и информатика», Институт математики, экономики и информатики, Иркутский государственный университет, e-mail: lfb_o@yahoo.co.uk.