

Олимпиада по теории вероятностей 09.12.2015

1. В урне 10 шаров. Вероятность того, что 2 извлеченных шара окажутся белыми, равна $2/15$. Сколько в урне белых шаров?

2. Бросаются две игральные кости. Рассмотрим события: A – на первой кости выпало нечетное число очков, B – на второй кости выпало нечетное число очков, C – сумма очков на обеих костях нечетна. Показать, что события попарно независимы, но не являются независимыми в совокупности.

3. Случайная величина ξ принимает только целые неотрицательные значения. Доказать, что

$$M\xi = \sum_{k=0}^{\infty} P(\xi > k).$$

4. Доказать, что если ξ и η – независимые случайные величины, то $D(\xi\eta) \geq D\xi \cdot D\eta$.

5. Найти вероятность того, что при случайной расстановке двух ладей на шахматной доске они не будут угрожать друг другу.

6. По каналу связи передается одна из последовательностей букв АААА, ВВВВ, СССС с вероятностями p_1, p_2, p_3 . ($p_1 + p_2 + p_3 = 1$). Каждая передаваемая буква принимается правильно с вероятностью α и с вероятностями $0,5(1-\alpha)$ и $0,5(1-\alpha)$ принимается за каждую из двух других букв. Предполагается, что буквы искажаются независимо друг от друга. Найти вероятность того, что было передано АААА, если принято АВСА.

7. На отрезке длиной l наудачу ставятся две точки A и B , в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что из трех получившихся частей отрезка можно построить треугольник.

8. Игрок бросает шесть игральных костей и выигрывает, если выпадет хотя бы одна единица. Игрок бросает двенадцать игральных костей и выигрывает, если выпадет хотя бы две единицы. У кого больше вероятность выиграть?