УДК 511.333+512.213

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПРОСТЫХ БЛИЗНЕЦОВ МЕЖДУ КВАДРАТАМИ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

В. Б. Иванчишин[1]

Аннотация. Практические исследования распределения простых близнецов подтверждают справедливость постулата «Между квадратами простых найдутся близнецы». Однако эмпирические данные не являются доказательством. Решение данной проблемы представляется более сложным, чем поиск доказательства классической гипотезы о бесконечности множества простых близнецов.

Аргументы автора, ранее представленные к доказательству названного постулата, признаны недостаточными. Настоящая статья, основанная на результатах предшествующих авторских работ, предлагает новые аргументы к доказательству.

Ключевые слова: распределение простых близнецов.

TWIN PRIMES DISTRIBUTION BETWEEN SQUARE PRIMES

V.B. Ivanchishin[1]

Annotation. Empirical researches of twin primes distribution support the rightness of the postulate “Twins are to be found between square primes”. Empirical data however do not serve the proof. The problem solution is more complex than finding the proof of classical hypothesis of twin primes pairs infinitude.

The author’s earlier arguments to prove the abovementioned postulate were declared insufficient. This article is based on the results of the previous author’s works and provides further arguments to the required proof.

Key words: twin primes distribution.

Ранее представленные аргументы к доказательству постулата

Постулат «Между квадратами простых найдутся близнецы» сформулировал Стечкин Б.С. (МИАН). Кратко воспроизведем идею и аргументы ранее предложенного доказательства [1], основываясь на первоначальных авторских работах [2; 3]. И далее дополним доказательство уточнениями и аргументами из последующих статей [4 -7].

Каждое простое число P_i (где i – порядковый числовой индекс простого) имеет *свой* цикл (период) распределения составных чисел. Эту цикличность, в свою очередь, задает цикл (период) распределения множителей P_i.

Периоды распределения множителей* (T_{MPi}) и **составных чисел*** (T_{Pi}) простого P_i [2; 3] повторяются бесконечно и характеризуются расчетным количеством множителей и составных чисел, распределенных зеркально симметрично относительно центра периодов.

---

[1] **Иванчишин Виктор Борисович**, инженер, г. Иркутск.

* - термины, введенные автором, выделены жирным шрифтом с индексом*. Пояснения к этим терминам приведены в статьях [2; 3; 4].

Величину периода **числообразования** (распределения) составных чисел от простого P_i определяет произведение последовательных простых чисел от 2 до P_i: $T_{Pi} = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4 \cdot \ldots \cdot P_i$ (1). Период распределения множителей P_i определяет произведение простых от 2 до P_{i-1}: $T_{MPi} = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot \ldots \cdot P_{i-1}$ (2).

Из формулы (1) следует: а) в периоде большего простого распределены периоды меньшего простого (меньших простых); б) период числообразования при $P_i \to \infty$ прогрессивно увеличивается, представляя собою **беспредельно возрастающую с нелинейным ускорением геометрическую прогрессию*** (её делитель - последовательность простых чисел от 2 до P_i); в) т.к. периоды одним из множителей имеют число 2, то любой период делится на 2, определяя этим свой центр симметрии. В силу четности величин периодов, центр периода бóльшего простого числа является центром симметрии входящих в него периодов меньших простых.

Исключая из рассмотрения составные от простых чисел 2, 3 и 5 получим в любом интервале 30 ед. 8 единообразно и зеркально симметрично расположенных лакун, в которых распределены простые числа ≥ 7 и составные числа от таких простых. Числа в 8 лакунах имеют одинаковые **цифровые окончания*** (далее ЦО). На этой закономерности основан **Метод цифровых окончаний*** [5, рис. 1], обеспечивающий наглядность и лаконичность исследований числового распределения.

В периоде числообразования простого P_i (T_{Pi}) составные от простых $2 \div P_i$ являются составными **периодического числообразования*** и т.к. они распределены зеркально симметрично относительно центра T_{Pi}, то числа, оставшиеся не охваченными этими составными, *априори* представлены **претендентами на простые числа***, а пары таких чисел, распределенные с интервалами в 2 единицы, представлены **претендентами на близнецы***.

Леонард Эйлер создал 2 формулы, определяющие в периоде количества претендентов, не охваченных составными периодического распределения:

- претендентов на простые числа - $N_{PrPi}^{Tpi} = (P_1 - 1)(P_2 - 1)(P_3 - 1) \cdot \ldots \cdot (P_i - 1)$ (3);
- претендентов на пары близнецов - $N_{B\,\mathrm{Pr}}^{Tpi} = (P_2 - 2)(P_3 - 2)(P_4 - 2) \cdot \ldots \cdot (P_i - 2)$ (4).

Деление величины периода (1) на количества претендентов на простые числа (3) или претендентов на близнецы (4) определяет **интервалы среднепериодического распределения претендентов:** А) **на простые числа*** - $\lambda_{Pi\,\mathrm{Pr}}^{Tpi}$ (5) и Б) **на пары близнецов*** - $\lambda_{B\,\mathrm{Pr}}^{Tpi}$ (6):

$$\lambda_{Pi\,\mathrm{Pr}}^{Tpi} = \frac{T_{Pi}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \ldots \cdot (P_i - 1)} \quad (5); \qquad \lambda_{B\,\mathrm{Pr}}^{Tpi} = \frac{T_{Pi}}{3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \ldots \cdot (P_i - 2)} \quad (6)$$

По 8 ЦО в периоде T_{Pi} кроме зеркально распределенных составных от простых $7 \div P_i$ также распределены составные числа от последовательности простых $P_{i+1} \div P_{i+t}$ (где $P^2_{i+t} \to T_{Pi}$). Эти составные распределены асимметрично относительно центра T_{Pi} и названы **составными числами фрагментного числообразования* (распределения)**, т. к. их периоды многократно больше, чем T_{Pi}: $T_{Pi+1} = T_{Pi} \cdot P_{i+1}$; $T_{Pi+2} = T_{Pi} \cdot P_{i+1} \cdot P_{i+2}$ и т.д. Иначе говоря, интервалы распределения составных от этих простых в периоде T_{Pi} составляют лишь *начальные фрагменты* их периодов.

Каждое составное число фрагментного числообразования исключает из числа претендентов либо претендент на простое, либо пару претендентов на близнецы. Для исключения пары из числа претендентов на близнецы достаточно замещения составным числом одного из двух чисел в паре. **Первичным замещением*** [2, р. 7.2] в некой паре претендентов на близнецы следует считать замещение составным числом от простого P_i **≥7** одного из двух чисел в паре. Другое число в паре может быть как простым, так и составным, образованным от простого *бо́льшего*, чем простое, от которого получено первичное замещение. Такое замещение именуется **вторичным***.

Фрагментные замещения распределяются асимметрично относительно центра периода [6; 7]. Асимметрия фрагментных замещений – фактор бесконечности множества простых чисел и близнецов. Математическое выражение асимметрии распределения фрагментных замещений позволило сформулировать *асимптотический закон распределения простых чисел*.

Автор предложил и аргументировал постулаты 2 и 4, характеризующие закономерность распределения простых близнецов [4]. Преобразование формулы (4) Леонарда Эйлера позволило, учитывая асимметрию распределения *первичных фрагментных замещений,* математически сформулировать закономерность распределения простых близнецов. Но доказать принятый в данной статье постулат, - более сложная проблема.

Воспроизведем рассуждения и аргументы статьи [1], учитывая исключение из рассмотрения составных чисел от 2, 3 и 5.

В интервале $P_{i+1} \div P^2_{i+1}$, относительно периода T_{Pi} простого числа $P_i \geq 7$, распределены составные только периодического распределения от простых $7 \div P_i$ (не учитывая пограничное число P^2_{i+1}). Представим период T_{Pi} в виде интервалов между квадратами последовательных простых чисел $P_i \div P_{i+t}$: $P^2_i \div P^2_{i+1} \div P^2_{i+2} \div P^2_{i+3} \div \ldots \div P^2_{i+t} \div T_{Pi}$. В интервале $P^2_{i+1} \div P^2_{i+2}$, кроме составных периодического числообразования, распределены одно или несколько составных *фрагментного* распределения от простого P_{i+1}. Далее, в интервале $P^2_{i+2} \div P^2_{i+3}$ кроме составных периодического числообразования, распределены числа *фрагментного* замещения от простых P_{i+1}, P_{i+2} . И т.д.

Иначе говоря, с каждым последовательным переходом по интервалам между квадратами появляются составные фрагментного распределения от очередного простого числа. Вследствие этого происходит уплотнение распределения составных чисел и разряжение распределения простых чисел и простых близнецов. Однако с ростом величины простого числа уменьшается доля (%) составных чисел от простого и, в целом, доля (%) составных чисел от больших простых стремится к нулю. В пределе совокупность составных не может охватить все числа натурального ряда, поэтому простые числа распределяются бесконечно [8].

Аналогичная картина наблюдается с распределением составных чисел первичного замещения (как периодического, так и фрагментного): по мере удаления от начала натурального ряда в числообразование вступают новые простые числа и среди совокупностей составных от них распределены составные первичного замещения. Но их доли существенно уменьшаются с ростом величины простых. Это очевидно из динамики стремящегося к 1,0 роста интервалов среднепериодического распределения претендентов по формулам (5), (6) с увеличением простого P_i. Например, с переходом от простого $P_i = 101$ к простому $P_{i+1} = 103$ интервал $\lambda_{B\,\mathrm{Pr}}^{T_{103}}$ возрастает ~ в 1,02 раза ($\lambda_{B\,\mathrm{Pr}}^{T_{103}} = \lambda_{B\,\mathrm{Pr}}^{T_{101}} \cdot \frac{103}{(103-2)} = \lambda_{B\,\mathrm{Pr}}^{T_{101}} \cdot$ 1,02), а при переходе от $P'_i = 997$ к $P'_{i+1} = 1009$ аналогичный интервал возрастает лишь ~ в 1,002 раза. В то же время с ростом величин простых интервал между квадратами последовательных простых возрастает неограниченно. Наименьший темп роста интервала между квадратами простых, когда числа P_i и P_{i+1} простые близнецы.

Сопоставим интервалы между квадратами удаленных друг от друга пар близнецов: $101^2 \div 103^2$ и $10007^2 \div 10009^2$. Интервал между квадратами первой пары 408, а между квадратами второй пары – 40032, т.е. ~ в 98 раз больше. *Вывод*: интервалы между квадратами простых чисел возрастают. Эпизодические исключения, в силу разных интервалов между простыми числами, не отменяют этой тенденции. Отсюда закономерность: <u>по мере увеличения простых чисел возрастают интервалы между их квадратами.</u>

Как показано выше, интервал среднепериодического распределения претендентов стремится к стабилизации, а величины интервалов между квадратами последовательных простых возрастают. Отсюда при $P_i \to \infty$ неизбежна тенденция <u>увеличения</u> расчетного количества претендентов между квадратами последовательных простых - $N_{B\langle P^2 i+1 \div P^2 i+2\rangle}$:

$$\lim_{Pi\to\infty} [(P^2_{i+2} - P^2_{i+1}) : \lambda_{B\,\mathrm{Pr}}^{Tpi+1}] = \frac{(P_{i+2}{}^2 - P_{i+1}{}^2)}{T_{P_I+1} \big/ 3\cdot 5\cdot 9\cdot \ldots\cdot (P_{i+1}-2)} =$$

$$= \frac{\langle P_{i+2} - P_{i+1}\rangle 3\cdot 5\cdot 9\cdot \ldots\cdot (P_{i+1}-2)(P_{i+2}+P_{i+1})}{2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot \ldots\cdot P_i \cdot P_{i+1}} \longrightarrow \infty \qquad (7)$$

В формуле (7): $(P^2_{i+2} - P^2_{i+1}) = (P_{i+2} - P_{i+1})(P_{i+2} + P_{i+1})$

Рассмотрим, при каких условиях между квадратами простых $P^2_{i+1} \div P^2_{i+2}$ распределено наибольшее количество замещений от простого P_{i+1}. Умозрительный анализ приводит к выводу, сформулированному в виде ***леммы***: <u>количество составных от простого P_{i+1}, распределенных в интервале $P^2_{i+1} \div P^2_{i+2}$, зависит, *во-первых*, от разности Δ между данными простыми; *во-вторых,* от количества простых чисел в интервале $P_{i+2} \div (P_{i+2}+\Delta)$.</u>

Доказательство леммы. Разность $\Delta = (P_{i+2} - P_{i+1})$ четное число. В интервале $P^2_{i+1} \div P^2_{i+2}$ первым составным от P_{i+1} (без учета P^2_{i+1}) является число $P_{i+1} \cdot P_{i+2}$, а заключительным - $P_{i+1} \cdot (P_{i+2}+k)$, где k – целое, определяющее величину заключительного простого сомножителя числа P_{i+1}: $P_{i+2+x} = (P_{i+2}+k)$, где x – порядковый числовой индекс последнего простого числа в интервале $(P_{i+2}+k)$. При этом последовательность множителей простого P_{i+1} включает последовательность реальных простых чисел в интервале $P_{i+2} \div (P_{i+2}+k)$. Величина составного $P_{i+2} \cdot (P_{i+2}+k)$ должна максимально приближаться к P^2_{i+2}.

Пусть *условно* имеем равенство $P^2_{i+2} = (P_{i+1} + \Delta)^2 = P_{i+1} \cdot (P_{i+1} + \Delta + k)$. Отсюда, опуская очевидные преобразования: $k = \frac{P_{i+1} \cdot \Delta + \Delta^2}{P_{I+1}} = \Delta + \frac{\Delta^2}{P_{I+1}}$ (8)

В пределе $\frac{\Delta^2}{P_{I+1}} \to 0$. Но примем $\frac{\Delta^2}{P_{I+1}} \approx 1{,}0$ (допуск приемлем, ибо принят против доказываемого постулата). Тогда $k = \Delta + 1$ (9).

Иллюстрируем выше сказанное примером. Интервал Δ между простыми 113 и 127 равен 14 ед. Если бы составное 141 оказалось простым, следующим за простым 127 (127+14), тогда в интервале $113^2 \div 127^2$ распределились бы только 2 составных от 113. Но фактически после 127 следуют простые 131, 137 и 139, поэтому в интервале $113^2 \div 127^2$ распределено 4 составных от 113. Если бы составное 133 было простым, то количество составных стало бы 5.

Максимально возможное количество простых сомножителей числа P_{i+1} в одном из интервале 30 ед. равно 7 (одно из 8 чисел любого интервала 30ед. представлено составным от 7). Но нас интересуют те составные от простого P_{i+1}, которые распределены по 6 ЦО, соответствующих распределению в интервале 30 ед. трех пар претендентов на близнецы. Установлено, что распределение ЦО произведения двух простых чисел ≥7 и/или составных от простых ≥7, подчинено математической закономерности [5, таблица]. И в зависимости от вариантов сочетания ЦО простого P_{i+1} и его простых сомножителей возникают варианты распределения по ЦО составных от P_{i+1}.

Анализ вариантов распределения по ЦО составных от P_{i+1} демонстрирует: составные от P_{i+1}, образованные от последовательности 7 простых сомножителей интервала 30 ед., могут исключать из претендентов на близнецы, распределенных в интервале $P^2_{i+1} \div P^2_{i+2}$, не более 5 пар (для сокращения статьи анализ опущен). То есть, из 7 *гипотетических* простых сомножителей числа P_{i+1}, распределенных в любом интервале 30 ед., не более 5 в интервале $P^2_{i+1} \div P^2_{i+2}$ *могут <u>гипотетически</u>* образовать составные первичного замещения.

Исходя из этих соображений, максимально возможное количество простых множителей P_{i+1} в интервале $P_{i+2} \div (P_{i+2} + k)$ (где $k = (\Delta + 1)$) составляет: $N_{mPi+1/P^2i+1 \div P^2i+2/} = \frac{\Delta + 1}{30} \cdot 5 = \frac{\Delta + 1}{6}$ (10), где $\frac{\Delta + 1}{30}$ - количество интервалов 30 ед. в интервале $(\Delta + 1)$; 5 – максимальное *гипотетически* возможное количество простых множителей в каждом интервале 30 ед., образующих составные от простого P_{i+1} в интервале $P^2_{i+1} \div P^2_{i+2}$. Количество множителей $N_{mPi+1/P^2i+1 \div P^2i+2/}$ равно количеству составных от P_{i+1} в интервале $P^2_{i+1} \div P^2_{i+2}$ – $S_{Pi+1/\ P^2i+1 \div P^2i+2/}$ Допустим, что все эти составные образуют <u>первичные фрагментные замещения</u>. Но совокупность составных от простого $P_i \to \infty$ ничтожно мала. А количество составных от P_i , распределенных по 6 ЦО претендентов на близнецы, равно 3/4 от всех составных от P_i . Из этих составных доля *<u>первичных замещений</u>* ничтожно мала, ибо для $P_i \to \infty$ стремится к нулю соотношение *<u>количества первичных замещений</u>* к *<u>количеству вторичных замещений</u>* [9, ф.(24)]. Поэтому принятые допущения (максимальное количество простых множителей и при этом **все** составные от них первичного замещения) превосходят вероятности реального числового распределения.

Если же принять возможными указанные допущения, то требуется найти ответы на два вопроса: 1) могут ли эти первичные замещения охватить все пары претендентов на близнецы при их среднепериодическом распределении в интервале $P^2_{i+1} \div P^2_{i+2}$?; 2) если ответ на первый вопрос отрицателен, то во сколько раз следует уменьшить расчетное количество пар претендентов на близнецы, чтобы они были охвачены первичными замещениями от P_{i+1}?

Определим в интервале $P^2_{i+1} \div P^2_{i+2}$ количество пар претендентов на близнецы расчетом по интервалу их среднепериодического распределения $\lambda^{Tpi}_{B\,\mathrm{Pr}}$ в периоде T_{Pi+1}: $N_{B\mathrm{Pr}\,/P^2_{i+1}\div P^2_{i+2}/} = (P^2_{i+2} - P^2_{i+1}) : \lambda^{Tpi}_{B\,\mathrm{Pr}} =$

$$= \frac{(P_{i+2}{}^2 - P_{i+1}{}^2)}{T_{P_{i+1}} \Big/ 3\cdot 5\cdot 9\cdot \ldots\cdot (P_{i+1}-2)} = \frac{\langle P_{i+2} - P_{i+1}\rangle 3\cdot 5\cdot 9\cdot \ldots\cdot (P_{i+1}-2)(P_{i+2}+P_{i+1})}{2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot \ldots\cdot P_{i+1}} \quad (11),\text{ где}$$

$$(P^2_{i+2} - P^2_{i+1}) = (P_{i+2} - P_{i+1})(P_{i+2} + P_{i+1})$$

Чтобы в интервале $P^2_{i+1} \div P^2_{i+2}$ не было близнецов, необходимо равенство количества первичных от P_{i+1} расчетному количеству претендентов на близнецы, т.е. чтобы соотношение расчетов по ф.(11) к ф.(10) было равно 1,0.

С целью сопоставления расчетов по формулам (10) и (11), выразим иначе в ф.(11) величины: $(P_{i+2} - P_{i+1}) = \Delta$; $(P_{i+2} + P_{i+1}) = (P_{i+1} + \Delta + P_{i+1}) = (2P_{i+1} + \Delta)$. Тогда искомое соотношение: $\frac{\langle P_{i+2} - P_{i+1}\rangle 3\cdot 5\cdot 9\cdot \ldots\cdot (P_{i+1}-2)(P_{i+2}+P_{i+1})}{2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot \ldots\cdot P_{i+1}} : \frac{\Delta+1}{6} =$

$$= \frac{\Delta\cdot 3\cdot 5\cdot 9\cdot \ldots\cdot (P_{i+1}-2)(2P_{i+1}+\Delta)\cdot 6}{2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot \ldots\cdot P_{i+1}\cdot(\Delta+1)} = \frac{\Delta\cdot 3\cdot 5\cdot 9\cdot \ldots\cdot (P_{i+1}-2)(2P_{i+1}+\Delta)}{5\cdot 7\cdot \ldots\cdot P_{i+1}\cdot(\Delta+1)} \quad (12)$$

Простой анализ свидетельствует, что при $P_i \to \infty$, соотношение по ф.(12) возрастает: $\frac{\Delta\cdot 3\cdot 5\cdot 9\cdot \ldots\cdot (P_{i+1}-2)(2P_{i+1}+\Delta)}{5\cdot 7\cdot \ldots\cdot P_i\cdot P_{i+1}\cdot(\Delta+1)} > 1{,}0 \quad (13)$

Упростим, для наглядности, соотношение ф.(13): $(2P_{i+1}+\Delta) = 2P_{i+1}$. Тогда ф.(13) примет вид: $\frac{6\cdot\Delta\cdot 5\cdot 9\cdot \ldots\cdot (P_{i+1}-2)\cdot P_{i+1}}{(\Delta+1)\cdot 5\cdot 7\cdot \ldots\cdot P_i\cdot P_{i+1}\cdot} > 1{,}0 \quad (14)$

Соотношение $6\Delta:(\Delta+1)$ возрастает от 4,0 ($\Delta=2$), стремясь в пределе к 6,0. Соотношение $\frac{5\cdot 9\cdot 11\cdot \ldots\cdot (P_{i+1}-2)\cdot P_{i+1}}{5\cdot 7\cdot 11\cdot \ldots\cdot P_i\cdot P_{i+1}} > 1{,}0$ и асимптотически возрастает с увеличением простого P_{i+1}. Тогда: $\lim\limits_{Pi\to\infty} \frac{2\cdot 3\cdot\Delta\cdot 5\cdot 9\cdot \ldots\cdot (P_{i+1}-2)}{(\Delta+1)\cdot 5\cdot 7\cdot \ldots\cdot P_i} > 4{,}0 \quad (15)$

Вывод: в интервале $P^2_{i+1} \div P^2_{i+2}$ простые близнецы *гипотетически* могут отсутствовать, если фактическое количество претендентов на близнецы меньше расчетного по интервалу $\lambda^{Tpi+1}_{B\,\mathrm{Pr}}$ более чем в 4 раза, а максимально возможное число составных от P_{i+1} представлено первичными замещениями.

Аргументы автора к доказательству [1] были признаны недостаточными доцентом кафедры алгебры и геометрии ИГУ к.ф.-м.н. Пензиным Ю.Г.:

«Уважаемый Виктор Борисович!

Представленные Вами заметки можно рассматривать как вполне правдоподобную идею доказательства бесконечности числа простых близнецов.

Но в таком серьезном вопросе логическая корректность этой идеи может быть подтверждена только полным и строгим изложением доказательства со всеми необходимыми формулами и выкладками.

Как я полагаю, наибольшая сложность в реализации Вашей идеи заключается в том, что вероятность распределения замещений в локальных интервалах очень трудно обосновать без учета неравномерности распределения простых чисел. Подпись, 08.01.2009г.»

Доказательство на основе преобразованной формулы Леонарда Эйлера

Развивая логику математических построений Леонарда Эйлера в ходе создания им формулы (4), определяющей расчетное количество пар претендентов на близнецы, автор настоящей статьи принял и обосновал постулаты 2 и 4, предполагающие закономерность распределения простых близнецов [4]. На основе аргументированного преобразования ф.(4), были построены формулы расчета количеств простых близнецов. Корректность постулатов 2, 4 и новых формул подтверждена эмпирически [4, таблицы 1, 2].

Физический смысл распределения простых близнецов в интервалах между квадратами простых чисел состоит в том, что интервал между квадратами возрастает неизменно быстрее, чем возрастает количество новых составных чисел от очередного простого. При этом стремится к нулю доля первичных *фрагментных* замещений от $P_i \to \infty$, а претенденты на близнецы, не охваченные *фрагментными* замещениями, представлены простыми близнецами, количество которых возрастает при равных сопоставляемых интервалах между простыми. То есть при $\Delta = (P_{i+2} - P_{i+1}) = (P_{i+2+k} - P_{i+1+k})$ количество близнецов в интервале $P^2_{i+1} \div P^2_{i+2}$ меньше количества близнецов в интервале $P^2_{i+1+k} \div P^2_{i+2+k}$ (где целое $k > 1{,}0$).

Представим новые аргументы к доказательству постулата: I. в интервале $P_{i+1} \div P^2_{i+1}$ периода T_{Pi} простого P_i расчетное количество простых близнецов определяется по интервалу их среднепериодического распределения - $\lambda^{Tpi}_{B\,\mathrm{Pr}}$:

$$N_{B\,/Pi+1 \div P^2 i+1/} = (P^2_{i+1} - P_{i+1}) : \lambda^{Tpi}_{B\,\mathrm{Pr}} =$$

$$= P_{i+1} \cdot (P_{i+1} - 1) : \frac{T_{Pi}}{3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \ldots \cdot (P_i - 2)} = \frac{P_{i+1} \cdot (P_{i+1} - 1) \cdot 3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \ldots \cdot (P_i - 2)}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot P_i} \qquad (16)$$

II. расчетное количество простых близнецов в интервале $P_{i+2} \div P^2_{i+2}$ относительно периода T_{Pi+1} простого числа P_{i+1} найдем по интервалу среднепериодического распределения претендентов на близнецы - $\lambda^{Tpi+1}_{B\,\mathrm{Pr}}$:

$$N_{B\,/Pi+1 \div P^2 i+1/} = (P^2_{i+2} - P_{i+2}) : \lambda^{Tpi+1}_{B\,\mathrm{Pr}} =$$

$$= P_{i+2} \cdot (P_{i+2} - 1) : \frac{T_{Pi+1}}{3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \ldots \cdot (P_i - 2) \cdot (P_{i+1} - 2)} = \frac{P_{i+2} \cdot (P_{i+2} - 1) \cdot 3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \ldots \cdot (P_{i+1} - 2)}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot P_i \cdot P_{i+1}} \qquad (17)$$

III. количество простых близнецов между квадратами простых $P^2_{i+1} \div P^2_{i+2}$ определим по разности между расчетами по формулам (17) и (16):

$$N_{B/P^2_{i+1}\div P^2_{i+2}/} = \frac{P_{i+2}\cdot(P_{i+2}-1)\cdot 3\cdot 5\cdot 9\cdot\ldots\cdot(P_{i+1}-2)}{2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot\ldots\cdot P_i\cdot P_{i+1}} - \frac{P_{i+1}\cdot(P_{i+1}-1)\cdot 3\cdot 5\cdot 9\cdot\ldots\cdot(P_i-2)}{2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot\ldots\cdot P_i} =$$

$$= \frac{3\cdot 5\cdot 9\cdot\ldots\cdot(P_i-2)}{2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot\ldots\cdot P_i}\cdot\left[\frac{\cdot P_{i+2}\cdot(P_{i+2}-1)(P_{i+1}-2)}{P_{i+1}} - P_{i+1}(P_{i+1}-1)\right] \qquad (18)$$

В формулу (18) внесем упрощения и уточнения: 1) при $P_i\to\infty$ установлено, что предел соотношения двух последовательных простых стремится к 1,0, поэтому $P_{i+2}/P_{i+1}\approx 1{,}0$; 2) $(P_{i+1}-2)\approx(P_{i+1}-1)$, что позволяет вынести за квадратные скобки общим множителем $(P_{i+1}-1)$; 3) $P_{i+2} = (P_{i+1}+\Delta)$.

С учетом уточнений и упрощений формула (18) выглядит:

$$N_{B/P^2_{i+1}\div P^2_{i+2}/} = \frac{3\cdot 5\cdot 9\cdot\ldots\cdot(P_i-2)}{T_{Pi}}\cdot(P_{i+1}-1)\cdot[(P_{i+1}+\Delta-1) - P_{i+1}] =$$

$$= \frac{3\cdot 5\cdot 9\cdot\ldots\cdot(P_i-2)}{T_{Pi}}\cdot(P_{i+1}-1)\cdot(\Delta-1) \qquad (19)$$

Если числа P_{i+1} и P_{i+2} простые близнецы, то $\Delta=2$ и ф.(19) упрощается:

$$N_{B/P^2_{i+1}\div P^2_{i+2}/} = \frac{3\cdot 5\cdot 9\cdot\ldots\cdot(P_i-2)}{T_{Pi}}\cdot(P_{i+1}-1) \qquad (20)$$

Формула (20) позволяет определить предел количества простых близнецов, распределенных между квадратами простых близнецов:

$$\lim_{Pi\to\infty} N_{B/P^2_{i+1}\div P^2_{i+2}/} = \frac{3\cdot 5\cdot 9\cdot\ldots\cdot(P_i-2)(P_{i+1}-1)}{2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot\ldots\cdot P_{i-1}\cdot P_i} =$$

$$= \frac{5\cdot 9\cdot\ldots\cdot(P_i-2)(P_{i+1}-1)}{2\cdot 5\cdot 7\cdot\ldots\cdot P_{i-1}\cdot P_i} = 0{,}5\cdot\frac{5\cdot 9\cdot\ldots\cdot(P_i-2)(P_{i+1}-1)}{5\cdot 7\cdot\ldots\cdot P_{i-1}\cdot P_i} \to\infty \qquad (21)$$

Комментарии: 1. соотношение $\frac{(P_{i+1}-1)}{P_i}$ асимптотически больше 1,0;

2. при $P_i\to\infty$ соотношение $\frac{5\cdot 9\cdot\ldots\cdot(P_i-2)}{5\cdot 7\cdot\ldots\cdot P_{i-1}}$ неограниченно возрастает и становится больше 2,0 уже для чисел $P_i = 37$ и $P_{i-1} = 31$ ($\approx 2{,}17$);

3. поэтому в пределе стремится к бесконечности количество простых близнецов в интервале между квадратами чисел-близнецов;

4. принятые упрощения не позволяют выполнять достоверные расчеты количеств простых близнецов.- Для таких расчетов пригодна ф.(18). Но для небольших простых P_{i+1} и P_{i+2} расчеты дают существенные отклонения от фактических количеств и только для величин P_{i+1} и P_{i+2} ~ >500 расчетные количества близнецов асимптотически сближаются с фактическими;

5. т.к. в интервалах, доступных эмпирической проверке, количество близнецов увеличивается с ростом интервала Δ между простыми, то с учетом приведенных формул и выкладок доказательство постулата представляется корректным. Итак, **между квадратами простых чисел распределяются простые близнецы, количество которых неограниченно возрастает с увеличением простых и интервалов между ними**.

Литература

1.– Иванчишин В.Б. Теорема о числах близнецах. Завершение доказательства,7с., ил. - Депонирована ВИНИТИ РАН 12.01.2009 №10-В2009.
2. - Иванчишин В.Б. Закономерности распределения составных и простых чисел, 48с., ил.- Депонирована ВИНИТИ РАН 29.03.2007 №332-В2007.
3. - Иванчишин В.Б. Гармония периодического числообразования и бесконечность распределения чисел близнецов, 27с., табл. – Депонирована ВИНИТИ РАН 31.05.2007 №594-В2007.
4. - Иванчишин В.Б. Метод расчета количеств простых чисел и близнецов в интервалах натурального ряда//Прикладные вопросы дискретного анализа: сб. науч. тр./под ред. О.В.Кузьмина. Иркутск: Изд-во ИГУ, 2020, С.26-36 (Дискретный анализ и информатика: вып.6).
5.- Иванчишин В.Б. Метод цифровых окончаний для исследования закономерностей распределения составных и простых чисел// Прикладные проблемы дискретного анализа: сб. науч. тр./под ред. О.В.Кузьмина.- Иркутск: Изд-во ИГУ, 2021, С.52-58 (Дискретный анализ и информатика: вып.7).
6. - Иванчишин В.Б. Симметрия периодического и асимметрия фрагментного числообразования – фактор бесконечности распределения простых близнецов, 18с., ил. – Депонирована ВИНИТИ РАН 11.03.2012 №86-В2012.
7. - Иванчишин В.Б. Симметрия периодического и асимметрия фрагментного числообразования – фактор бесконечности распределения простых близнецов. Дополнение, 20с., ил. -Депонирована ВИНИТИ РАН 16.07.2012 №307- В2012.
8.- Иванчишин В.Б. Закономерности распределения простых чисел и простых близнецов, 21с., ил. – Депонирована ВИНИТИ РАН 25.10.2013 №294-В2013.
9.- Иванчишин В.Б. Доказательство бесконечности распределения простых близнецов, 41с., ил. – Депонирована ВИНИТИ РАН 31.03.2015 №63-В2015.
10. http://math.isu.ru/ru/chairs/tpdm/docs/Platonovskie2021/Ivanchishin.pdf