Когда студенты-иностранцы подготовительного факультета не смогли вернуться с каникул

Кузнецова Т.И.

Аннотация. В статье рассказывается о дистанционном преподавании математики иностранным студентам, обучающимся в Институте русского языка и культуры МГУ имени М.В. Ломоносова в начале 1920 года — в период пандемии коронавируса, когда после зимних каникул в связи с закрытием границ студенты были вынуждены остаться дома. Представляется один из первых вариантов такого преподавания, осуществленный автором.
Ключевые слова: иностранные студенты, подготовительный факультет для иностранных граждан; математика; преподавание математики; .алгебра.

В начале 1920 года — в период пандемии коронавируса, когда после зимних каникул в связи с закрытием границ студенты были вынуждены остаться дома, для продолжения учебы в Институте русского языка и культуры МГУ имени М.В. Ломоносова было решено обучать их дистанционно. Один из самых естественных вариантов — с помощью электронной почты.

Преподаватель пишет пояснение, задание и посылает студенту необходимые материалы. Особо отметим, что вынуждены послать студенту соответствующие страницы из учебника (их сканы), поскольку, уезжая на каникулы, студенты учебники оставили в России. Рассмотрим пример послания, составленного для изучения студентами математики по учебному пособию «Алгебра» [1]:

Пояснение (сопроводительное письмо). Дорогие мои студенты групп 54 и 59! Посылаю Вам материалы по математике на 28.02.2020. Это страницы из учебника "Алгебра", которые нужно прочитать. Домашнее задание - в отдельном файле. Результаты Вашей работы прошу прислать мне по моему адресу. Ваша преподавательница математики Татьяна Ивановна, 27.02.2020.

Домашнее задание по математике гр. 54+59 на 28.02.2020

Преподаватель: профессор Кузнецова Татьяна Ивановна

Сегодня мы изучаем с. 49–54 книги «Алгебра» и выполняем задания с. 54.

1. **Прочитайте на с. 49–51 § 6. Прямо пропорциональная зависимость и её график.**

1.1. Повторяйте и учите новые слова и словосочетания:

Лексика

› Прямо пропорциональная зависимость
› Прямая пропорциональность
› Коэффициент пропорциональности
› Строить — построить график
› Угол
› Угол наклона (прямой к положительному направлению оси *Ox*)
› Угловой коэффициент (прямой)
› Острый угол
› Тупой угол
› Провести
› Провести (прямую) линию через (две) точки

1.2. **Известно, что через две точки можно провести прямую и только одну. Из этого следует, что прямая определяется двумя точками. Поэтому, чтобы построить прямую, нужно построить две её точки.**

1.3. **В примере 2 (с. 51) показано, как строится график прямо пропорциональной зависимости:**

1.3.1. **Выбираются и записываются в таблицу два значения аргумента;**

1.3.2. **Для этих значений аргумента рассчитываются и записываются в таблицу соответствующие значения функции. Таким образом потучается таблица координат двух точек графика;**

1.3.3. **По данным таблицы на координатной плоскости строятся эти точки графика;**

1.4. **Через построенные точки проводится прямая, которая и является графиком функции.**

1.5. **Постройте графики функций № 4(3, 5, 7) на с. 54.**

1.6. **Заметим, что прямо пропорциональную зависимость математики часто называют прямой пропорциональностью:**

Прямо пропорциональная зависимость ⇔ прямая пропорциональность

2. **Прочитайте на с. 51–52 § 7. Функция $y = | x |$ (модуль *x*) и её график.**

2.1. Повторяйте и учите новые слова и словосочетания:

Лексика

› Совокупность функций
› Объединение графиков функций
› Луч — лучи
› Координатный угол
› Первый координатный угол
› Второй координатный угол
› Объединение лучей

2.2. Каким методом задана данная функция:
2.2.1. Аналитически,
2.2.2. С помощью таблицы,
2.2.3. Графически,
2.2.4. Описанием?
Ответ: Конечно, последним.

2.3. Постройте графики функций № 4(12, 13, 16) на с. 54.
2.4. Исследуйте на чётность эти функции. Объясните связь со свойствами графиков.

3. Прочитайте на с. 52–54 § 8. Обратно пропорциональная зависимость и её график.
3.1. Повторяйте и учите новые слова и словосочетания:
Лексика

› Обратно пропорциональная зависимость
› Обратная пропорциональность
› Коэффициент обратной пропорциональности
› Ветвь
› Две ветви
› Гипербола
› Приближаться
› Пересекать
› Стремиться к …
› Асимптота
› Асимптотическое приближение

3.2. Постройте графики функций № 4(8, 9, 14) на с. 54.
3.3. Исследуйте на чётность эти функции. Объясните связь со свойствами графиков.
3.4. Остановимся на записи асимптотического приближения графика к оси ординат на минус бесконечности в примере 2 (с. 52-53):
Если $x \to -\infty$, то $y \to -0$ (с. 53)
Мы приведём ещё два варианта записи:
Если $x \to -\infty$, то $y \to 0-0$

Если $x \to -\infty$, то $y \to 0^-$

Преимущества этих вариантов записи асимптотического приближения будут показаны в дальнейшем.

3.5. **Составьте аналогичные записи для остальных асимптотических приближений графика в рассматриваемом примере 2.**

4. Задания для самостоятельной работы:

4.1. Выполните задания на с. 54 № 1, № 4(2, 4, 6, 10, 11, 15, 17).

4.2. Исследуйте на чётность эти функции. Объясните связь со свойствами графиков.

4.3. Составьте все три варианта записи асимптотического приближения графика в примере 2 (с. 52-53).

4.4. Составьте все три варианта записи асимптотического приближения графика в примере 3 (с. 53)

4.5. Составьте все три варианта записи асимптотического приближения графика в задании № 10(14) (с. 54).

5. В тексте присланных Вам страниц найдите ошибку (опечатку).

что для функции $y = x^3$ выполняется условие: $f(-x) = -f(x)$ для любого $x \in D(f)$. Такая функция называется ***нечётной.***

О п р е д е л е н и е 2. Функция $y = f(x)$ называется нечётной, если для любого значения аргумента x из области определения функции $(x \in D(f))$ выполняются условия: $-x \in D(f)$ и $f(-x) = -f(x)$.

Например, функция $y = 2x$ – нечётная, потому что

$$f(-x) = 2\cdot(-x) = -2x = -f(x) \text{ для любого } x \in R.$$

Выясним, как расположены графики чётной и нечётной функций на координатной плоскости.

Если функция $y = f(x)$ – чётная, то каждой точке её графика $(x; f(x))$ соответствует точка $(-x; f(x))$, которая также принадлежит графику функции. Точки $(x; f(x))$ и $(-x; f(x))$ имеют противоположные абсциссы и равные ординаты. Следовательно, они симметричны относительно оси ординат. Поэтому ***график чётной функции симметричен относительно оси ординат*** (рис.30).

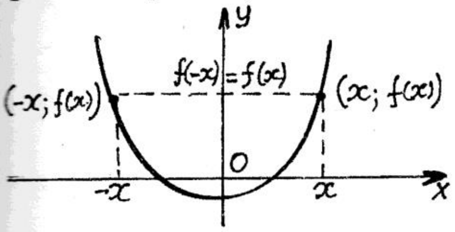

Рис. 30

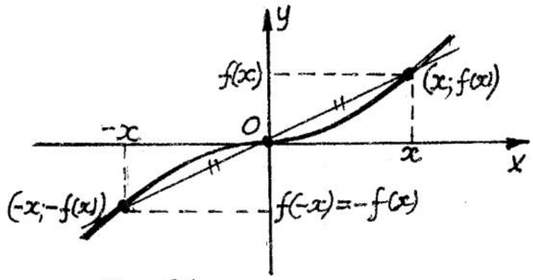

Рис.31

Если функция $y = f(x)$ – нечётная, то каждой точке её графика $(x; f(x))$ соответствует точка $(-x; -f(x))$, которая также принадлежит графику функции.

Точки $(x; f(x))$ и $(-x; -f(x))$ имеют противоположные абсциссы и противоположные ординаты. Следовательно, они симметричны относительно начала координат (точки О). Поэтому ***график нечётной функции симметричен относительно начала координат*** (рис.31).

§6. Прямо пропорциональная зависимость и её график

О п р е д е л е н и е. ***Прямо пропорциональная зависимость*** – это зависимость между двумя переменными величинами x и y, которую записывают формулой $y = kx$, где k – ***коэффициент пропорциональности*** $(k \neq 0)$.

Прямо пропорциональная зависимость $y = kx$ – это функция, область определения которой – множество всех действительных чисел: $D(f) = R$; область значений функции – тоже множество всех действительных чисел: $E(f) = R$.

П р и м е р 1. Из физики известна формула пути при равномерном движении $s = v \cdot t$, которая выражает зависимость пути s от времени t, если скорость v – постоянная величина. Это прямо пропорциональная зависимость.

Фото 1. «Алгебра», с. 49

Выясним, какой график имеет прямо пропорциональная зависимость $y=kx$. Пусть $k=2$ ($k>0$), тогда функция принимает вид $y=2x$. Чтобы построить график этой функции, составим таблицу значений x и соответствующих значений y. Будем давать аргументу x произвольные значения и по формуле $y=2x$ вычислять значения y.

x	...	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	...
y	...	–6	–4	–2	0	2	4	6	8	...

Каждая пара значений x и y – это точка $(x;y)$ графика. Построим точки $(x;y)$ на координатной плоскости и через них проведём плавную линию (рис.32). Мы получили прямую линию AB. Прямая AB проходит через начало координат O. Прямая AB – график функции $y=2x$.

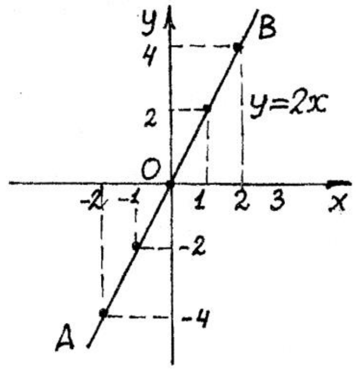

Рис.32

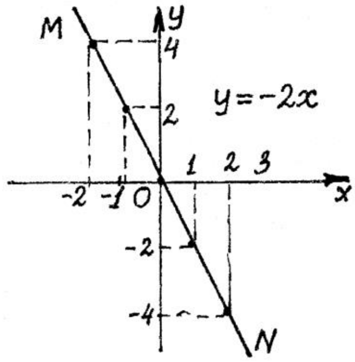

Рис.33

Возьмём другую функцию, например $y=-2x$ ($k=-2<0$), и построим её график. Составим таблицу:

x	...	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	...
y	...	6	4	2	0	–2	–4	–6	–8	...

Построим точки $(x;y)$ на плоскости Oxy и через них проведём плавную линию (рис.33). Получим прямую линию MN, которая проходит через начало координат. Прямая MN – график функции $y=-2x$.

При различных значениях k ($k\in R$, $k\neq 0$) ***графиком функции $y=kx$ является прямая линия, которая проходит через начало координат.***

Из формулы $y=kx$ найдём k, получим:

$$k=\frac{y}{x}=tg\alpha,$$

где α – ***угол наклона прямой $y=kx$ к положительному направлению оси Ox*** (рис.34). Число **k** – ***это угловой коэффициент прямой $y=kx$.***

Если $k>0$, то прямая $y=kx$ лежит в I и Ш четвертях, и угол наклона α – острый угол ($0^0<\alpha<90^0$) (рис.35); ***если $k<0$, то прямая $y=kx$ лежит во П и IУ четвертях, и угол наклона α – тупой угол ($90^0<\alpha<180^0$)*** (рис.36).

Фото 2. «Алгебра», с. 50

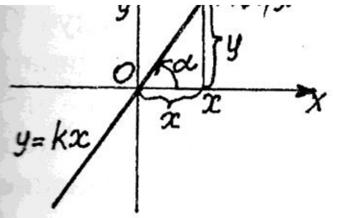

Рис.34

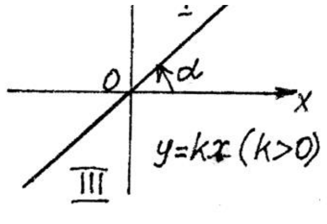

Рис.35

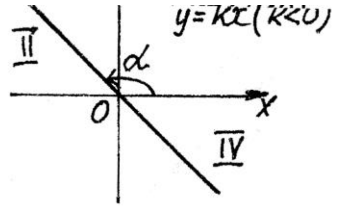

Рис.36

Прямо пропорциональная зависимость* $y = kx$ *– нечётная функция, так как $f(-x)= k \cdot (-x)= - kx=- f(x)$ для всех $x \in R$. Поэтому ***прямая*** $y = kx$ ***симметрична относительно начала координат.***

Из геометрии известно, что через две точки можно провести только одну прямую. Чтобы построить прямую $y=kx$, нужно найти две любые её точки, например точки $(0; 0)$ и $(1; k)$, построить эти точки на координатной плоскости и через них провести прямую линию. Получится прямая $y = kx$.

Пример 2. Построим график функции $y=\frac{3}{2}x$. Дадим аргументу x два значения: $x=0$ и $x=1$. Из формулы $y=\frac{3}{2}x$ найдём соответствующие значения y.

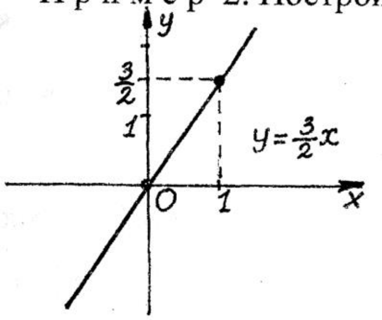

Рис.37

x	0	1
y	0	$\frac{3}{2}$

Получили две точки графика: $(0;0)$ и $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. Построим эти точки на координатной плоскости и через них проведём прямую линию. Мы получили график функции $y=\frac{3}{2}x$ (рис.37).

§7. Функция $y =|x|$ (модуль x) и её график

Рассмотрим функцию $y=|x|$, $x \in R$. По определению модуля действительного числа имеем:

$$y = |x| = \begin{cases} x, \text{ если } x \in R^+ \\ 0, \text{ если } x = 0 \\ -x, \text{ если } x \in R^- \end{cases}$$

Поэтому функцию $y=|x|$, можно рассматривать как совокупность двух функций: (1) $y = x$, если $x \in [\, 0; +\infty\, [$, и (2) $y = -x$, если $x \in\,]-\infty; 0\, [$.
Графиком функции $y = |x|$ является объединение графиков функций (1) и (2).

Фото 3. «Алгебра», с. 51

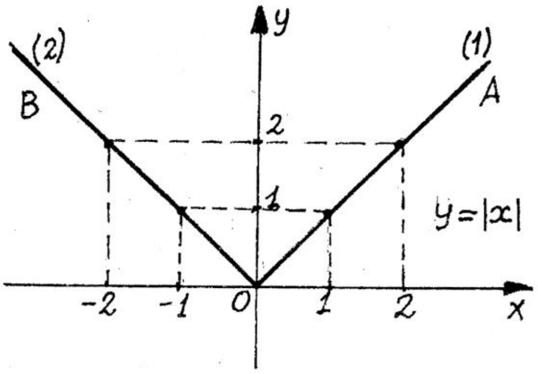

Рис. 38

График функции (1) – это луч OA (биссектриса первого координатного угла). График функции (2) – это луч OB (биссектриса второго коор – динатного угла). Объединение двух лучей OA и OB – фигура AOB является графиком функции $y = |x|$ (рис.38). Функция $y=|x|$ – чётная, потому что $f(-x) = |-x| = |x| = f(x)$ для всех $x \in R$. График функции симметричен относительно оси ординат Oy.

§8. Обратно пропорциональная зависимость и её график

О п р е д е л е н и е. Обратно пропорциональная зависимость – это зависимость между двумя переменными величинами x и y, которую записывают формулой $x \cdot y = k$ или $y = \frac{k}{x}$, где k – ***коэффициент обратной пропорциональности*** $(k \neq 0)$.

Обратно пропорциональная зависимость $y = \frac{k}{x}$ – это функция. Её область определения и область значений – множество всех действительных чисел, кроме нуля, $D(f) = R \setminus \{0\}$, $E(f) = R \setminus \{0\}$.

П р и м е р 1. Возьмём физическую формулу $s = v \cdot t$ (см. пример 1 §6) и выразим t через s и v. Получим: $t = \frac{s}{v}$. Если путь s – постоянная величина, а скорость v и время t – переменные величины, то формула $t = \frac{s}{v}$ выражает обратно пропорциональную зависимость между перемен – ными v и t.

Рассмотрим примеры графиков функции $y = \frac{4}{x}$ при различных значениях k.

П р и м е р 2. Построим график функции $y = \frac{4}{x}$ $(k = 4 > 0)$. Составим таблицу:

x	…	–8	–4	–2	–1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	…
y	…	$-\frac{1}{2}$	–1	–2	–4	–8	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	…

Фото 4. «Алгебра», с. 52

На координатной плоскости Oxy построим точки $(x;y)$ и через них проведём плавные линии (рис. 39). Получим кривую линию, которая имеет ***две ветви.*** Эта линия называется ***гиперболой.*** Она является графиком функции $y=\frac{k}{x}$.

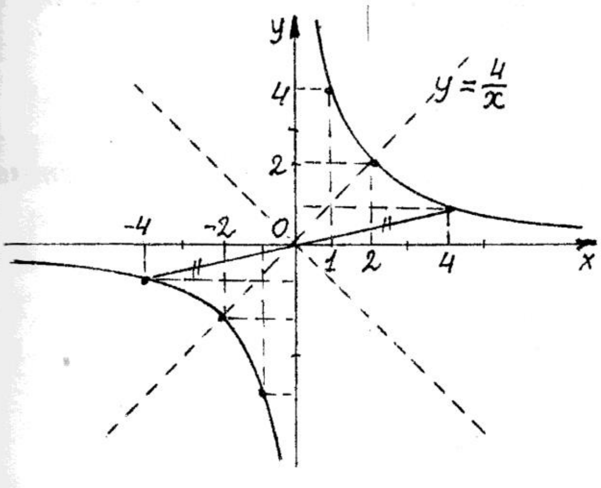

Рис.39

Гипербола $y=\frac{4}{x}$ приближается к осям координат, но не пересе – кает их. Действительно, если $x\to-\infty$ (***икс стремится к минус бесконечности***), то $y\to-0$ (***игрек стремится к нулю, но*** $\boldsymbol{y<0}$); если $x\to-0$, то $y\to-\infty$. Если $x\to+0$ $(x>0)$, то $y\to+\infty$; если $x\to+\infty$, то $y\to+0$ $(y>0)$.

Гипербола $y=\frac{4}{x}$ находится в I и Ш четвертях. Она симметрична относительно начала координат (точки O) и относительно прямых $y=x$ и $y=-x$.

Пример 3. $y=-\frac{4}{x}$ $(k=-4<0)$. Составим таблицу:

x	…	–8	–4	–2	–1	$\mp\frac{1}{2}$	1	2	4	8	…
y	…	$\frac{1}{2}$	1	2	4	± 8	–4	–2	–1	$-\frac{1}{2}$	…

На координатной плоскости Oxy построим точки $(x;\ y)$ и через них проведём плавные линии (рис.40). Получим гиперболу, которая является графиком функции $y=-\frac{4}{x}$. Эта гипербола находится во П и IУ четвертях. Она симметрична относительно начала координат и относительно прямых $y=x$ и $y=-x$.

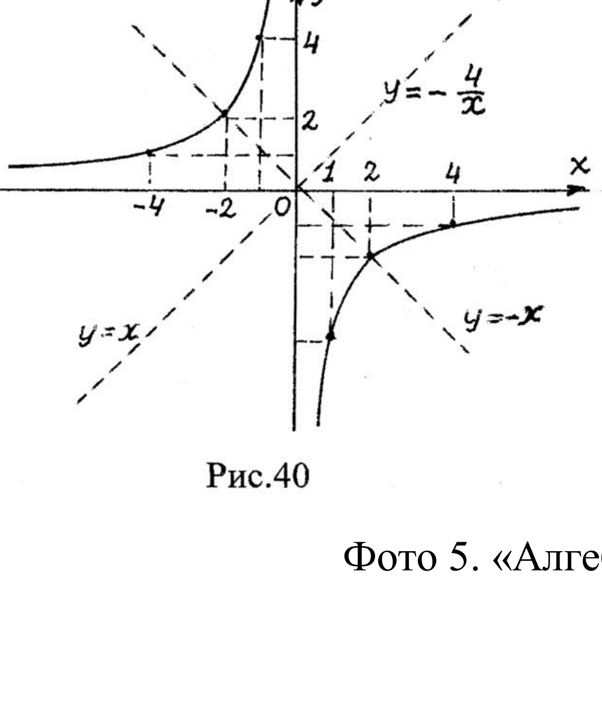

Рис.40

Если $x\to-\infty$, то $y\to+0$; если $x\to-0$, то $y\to+\infty$.

Если $x\to+0$, то $y\to-\infty$; если $x\to+\infty$, то то $y\to-0$.

Фото 5. «Алгебра», с. 53

Для любого $k \in R$ ($k \neq 0$) графиком функции $y = \dfrac{k}{x}$ является гипербола. Если $k > 0$, то гипербола лежит в I и Ш четвертях, если $k < 0$, то гипербола лежит во II и IУ четвертях. Оси Ox и Oy – это асимптоты гиперболы $y = \dfrac{k}{x}$.

Обратно пропорциональная зависимость $y = \dfrac{k}{x}$ – нечётная функция:

$$f(-x) = \frac{k}{-x} = -\frac{k}{x} = -f(x) \text{ для всех } x \in D(f).$$

УПРАЖНЕНИЯ

1. Ответьте на вопросы.
   1) Что такое функция?
   2) Как обозначаются область определения и область значений функции $y = f(x)$?
   3) Какая формула задаёт прямо пропорциональную зависимость?
   4) Какая формула задаёт обратно пропорциональную зависимость?
2. На координатной плоскости Oxy постройте точки: $A(2; -3)$, $B(-1; 5)$, $C(-3{,}5; 6)$, $D(0; -2)$, $E(-4; 0)$, $P(0; 5)$, $K(1; 4)$.
3. На координатной плоскости Oxy даны точки $A(3; 1)$ и $B(-2; 3)$. Постройте точки, которые симметричны данным точкам относительно оси абсцисс Ox, оси ординат Oy, начала координат О. Запишите координаты этих точек.
4. Постройте графики функций.

   1) $y = 2x$; 2) $y = 4x$; 3) $y = x$; 4) $y = \dfrac{1}{2}x$; 5) $y = -x$;

   6) $y = -3x$; 7) $y = -\dfrac{1}{2}x$; 8) $y = \dfrac{1}{x}$; 9) $y = -\dfrac{1}{x}$; 10) $y = \dfrac{2}{x}$;

   11) $y = -\dfrac{2}{x}$; 12) $y = |2x|$; 13) $y = -|x|$; 14) $y = \dfrac{1}{|x|}$;

   15) $y = -\dfrac{1}{|x|}$; 16) $y = x + |x|$; 17) $y = x - |x|$.
5. Определите чётность или нечётность функции.

   1) $y = 2x$; 2) $y = -3x$; 3) $y = x + 2$; 4) $y = -x^2$;

   5) $y = -x^3$; 6) $y = x^4 + x^2$; 7) $y = x^3 - x$; 8) $y = \dfrac{1}{x}$.

   Указание: используйте условия чётности $f(-x) = f(x)$ и нечётности $f(-x) = -f(x)$ функции.

Фото 6. «Алгебра», с. 54

Опыт описанного преподавания математики показал, что ответные письма, присланные китайскими студентами, оказались достаточно краткими (содержали больше ответов, чем решений), так что переписка превратилась в целую систему.

В создавшейся ситуации иностранные студенты могут испытывать некоторые неудобства из-за возможного отсутствия на их родине словарей математической лексики [2; 3], однако они могут воспользоваться общим словарем, который из-за его многофункциональности всегда при них (хотя бы в качестве переводчика).

В заключение отметим, что в виду отсутствия разработанной методики преподавания математики иностранным студентам подготовительного факультета настоящую разработку можно считать методикой преподавания данного раздела алгебры по данному учебному пособию.

Литература

1. Лазарева Е.А., Пацей И.П., Вуколова Т.М. Алгебра. Учебное пособие по математике для студентов-иностранцев подготовительных факультетов. — М.: МГУ имени Ломоносова, 2015,159 с.

2. *Кузнецова Т.И., Лазарева Е.А.* Учебный русско-англо-корейский словарь математической лексики: Учебное пособие для студентов-иностранцев международных факультетов университетов и вузов России / Пер. на англ. — авторов, на кор. — Ким Кюн Тэ; Под общ. ред. Т.И. Кузнецовой. — М.: Ред.-изд. совет МОЦ МГ, 1999. — 56 с.; 2-е изд. — УРСС, 2017.

3. *Кузнецова Т.И., Лазарева Е.А.* Учебный русско-англо-китайский словарь математической лексики: Учеб. пос. для студентов-иностранцев международных факультетов университетов и вузов России / Пер. на англ. — авторов, на кит. — Ли Инань, Чжоу Ли, Гао Гочиан; Под общ. ред. Т.И. Кузнецовой. — М.: Ред.-изд. совет МОЦ МГ, 1999. — 58 с.; 2-е изд. — 2002; 3-е изд. — 2005; 4-е изд. — 2010; …; 5–7-е изд. — УРСС, 2016–2019.