УДК 519.1 + 004.4

ОБ ОПЫТЕ ПРИМЕНЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СТРУКТУР ДАННЫХ ДЛЯ ХРАНЕНИЯ И ОБРАБОТКИ СПЕЦИФИКАЦИЙ РАСЩЕПЛЕННОГО ПОЛИНОМА БЕЛЛА

Кузьмин Олег Викторович,
д. ф.-м. н., профессор, заведующий кафедрой теории вероятностей и дискретной математики, Иркутский государственный университет (ИГУ), e-mail: guzminov@mail.ru,
Мельникова Вера Александровна
*к.т.н., доцент кафедры ИМиФ (*Кафедра «Информатики, математики и физики»*) ФГБОУ ВО «Братский государственный университет», г. Братск, Vera_smart@rambler.ru*

Аннотация. В докладе освещаются способы представления спецификации расщепленного полинома Белла в памяти ЭВМ с целью программной реализации алгоритмов их автоматизированного построения. Рассматриваются особенности предложенного способа хранения данных полинома в памяти вычислительной системы, перспективы его использования в различных языках и системах программирования.

Ключевые слова: комбинаторные полиномы разбиений, алгоритмический комплекс, динамические структуры данных.

К динамическим структурам, поддерживаемым в различных средах и системах программирования, относятся списки, стеки, очереди, деревья, графы и др. Подобные структуры являются аналогами различных объектов дискретной математики и открывают широкие возможности для программной реализации различных. Их использование позволяет создавать программный код, который в процессе своего выполнения задействует и освобождает память ЭВМ по мере необходимости и точно в нужном объеме, что способствует более экономичному и эффективному расходованию ресурсов вычислительной системы.

В настоящее время известны различные виды комбинаторных полиномов разбиений. Приведем далее описания некоторых из них.

Однородные полиномы Белла (А-полиномы), которые в явном виде можно представить следующим образом [1]:

$$A_{n,k}(g) = n! \sum_{n,k} \prod_{i=1}^{n-k+1} g_i^{r_i} [r_i!\,(i!)^{r_i}]^{-1}, n \geq 1, 1 \leq k \leq n,$$

где сумма берется по всем разбиениям натурального числа n на k целых неотрицательных слагаемых, т.е. по всем таким наборам $(r_1, r_2, \dots, r_{n-k+1})$ неотрицательных чисел, что

$$\sum_{i=1}^{n-k+1} iri = n, \qquad \sum_{i=1}^{n-k+1} r_i = k.$$

Однородные полиномы Платонова (В-полиномы) в явном виде (при $g_1 \neq 0$) можно представить с помощью следующего соотношения [1]:

$$B_{n,k}(g) = (-1)^{n-k}[(k-1)!\, g_1^{2n-k}]^{-1} \sum_{2n-k,n-k} (-1)^{r_1} r_1! \times$$

$$(2n-k-r_1-1)! \prod_{i=1}^{n-k+1} g_i^{r_i}[r_i!\,(i!)^{r_i}]^{-1}, n \geq 2, 1 \leq k \leq n-1,$$

где суммирование ведется по всем разбиениям натурального числа $(2n-k)$ на $(n-k)$ целых неотрицательных слагаемых по всем $r_i \geq 0, 1 \leq i \leq 2n-2k$, таким что

$$\sum_{i=1}^{n-k+1} r_i = n-k,\ \sum_{i=1}^{n-k+1} ir_i = 2n-2k.$$

Дополнительно полагаем $B_{n,n}(g) = g_1^{-n}, n \geq 1$.

А-полиномы введены Беллом в источнике [2]. В-полиномы введены М.Л. Платоновым как обратные полиномам Белла в алгебраическом и аналитическом смысле.

В работе [3] вводятся расщепленные полиномы Белла. Эти объекты рассматриваются как некоторое обобщение полиномов Белла:

$$\tilde{A}(n,k;\ {}^{i}g) = (k!)^{-1} \sum_{\sum_{i=1}^{k} n_i = n} \binom{n}{n_1, \dots \quad n_k} \prod_{i=1}^{k}\ {}^{i}g_n,\ i = \overline{1,\infty}, n = \overline{k,\infty},$$

где сумма распространяется на все композиции n в виде kнатуральных слагаемых.

Также автором работы [4] вводятся расщепленные полиномы Платонова.

Рассматриваемые комбинаторные объекты представляют интерес для исследователей различных задач, связанных с дискретными процессами восстановления, однородными ветвящимися процессами и другими разделами теории вероятностей и ее приложений.

Так в многочисленных трудах профессора О.В. Кузьмина и его учеников содержатся описания интерпретаций, интересных с точки зрения их практического применения (см. например [1], [4], [5], [6]). При этом в качестве основы моделирования зачастую используются матрицы, составленные из полиномов разбиений. Несмотря на то, что в открытых литературных источниках содержится ряд таблиц с полиномами, представленными в явном виде [5], опубликованных данных недостаточно для проведения качественного компьютерного моделирования технического процесса. Таким образом, для эффективной организации вычислительного эксперимента необходима автоматизация вычислений средствами специального программного обеспечения (ПО). Ряд работ автора настоящей статьи [7-9] как раз и посвящен вопросам разработки программно-алгоритмического комплекса для моделирования процесса движения топливных запасов ТЭЦ на основе комбинаторной модели простого дискретного процесса восстановления, предложенной О.В. Кузьминым в источнике [1]. Разработанное ПО осуществляет автоматизированное построение матриц из комбинаторных полиномов разбиений на основе метода рекуррентных соотношений [7] и расчет параметров дискретного процесса восстановления или процесса движения топливных запасов ТЭЦ на их основе. В упомянутых работах автора также содержатся описания различных нюансов программной реализации, таких как основные алгоритмы и соотношения, оценка быстродействия разработанного ПО, а также примеры рабочих окон программы с построенными матрицами комбинаторных полиномов разбиений.

Разработка основных алгоритмов ПО, а также их программное кодирование была бы невозможна без определения основной структуры данных для хранения полинома в памяти ЭВМ. Выбранная структура данных является фундаментальной для всех разработанных алгоритмов программного комплекса, а математическим аналогом ее выступает спецификация комбинаторного полинома разбиений, подробно рассматриваемая в следующем разделе.

Каждому А-полиному поставим в соответствие его спецификацию.

При этом под *спецификацией* комбинаторного полинома понимается числовое множество S, образованное следующими элементами:

- коэффициенты слагаемых полинома;
- индексы множителей;
- степени множителей.

Способ расположения элементов спецификации полинома $A_{n,k}(g)$ и структура для хранения данных на основе динамических списков QList системы программирования Nokia Qt Creator [10] предложены в [7]. Также в указанной работе приведены рассуждения о логике формирования спецификации В-полинома.

Рассмотрим структуру А-полинома на примере явного вида полинома$A_{9,6}(g)$, который взят из таблицы, приведенной в [1]:

$$A_{9,6}(g) = 126 g_4 g_1^5 + 1260 g_3 g_2 g_1^4 + 1260 g_2^3 g_1^3.$$

Пример 1. Спецификация полинома $A_{9,6}(g)$ имеет следующий вид:

$$\{(126,1,5,4,1)(1260,1,4,2,1,3,1)(1260,1,30,2,3)\}.$$

Для представления данных спецификации полинома используются вложенные динамические списки QList<QList <int>>, с особенностями и возможностями выбранной структуры данных подробнее можно познакомиться с помощью источника [10]. Размерность списка определяется количеством слагаемых полинома. Схема представление спецификации полинома $A_{9,6}(g)$ в памяти вычислительной системы указанным способом приведена на рис. 1.

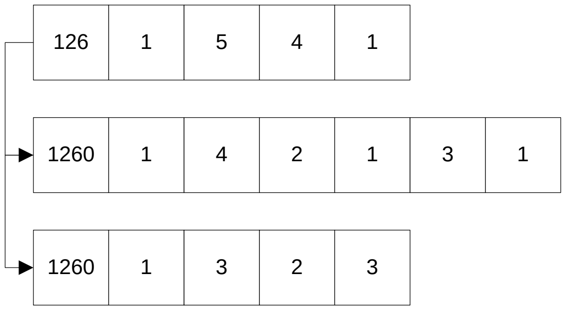

Рис. 1. Структура данных для хранения спецификации полинома $A_{9,6}(g)$**.**

Способ организации данных, являющихся числовыми параметрами А-полинома, выбран не случайно, а с учетом требований компактности и алгоритмической экономичности, именно поэтому спецификация соответствует А-полиному с приведенными слагаемыми и множителями. Кроме того, параметры множителя с определенным индексом включаются в спецификацию не более одного раза в пределах каждого слагаемого.

Для построения А-полиномов средствами системы программирования Nokia Qt Creator был разработан алгоритмический комплекс, в котором использована описанная структура для хранения данных, и алгоритмы, основанные на методе рекуррентных соотношений. В [7] приведено описание структуры разработанного алгоритмического комплекса и его основных методов.

Аналогичным образом с учетом вышеозначенных принципов введем спецификацию расщепленного полинома Белла, типичную структуру которого рассмотрим на примере полинома $\tilde{A}(4,3;\ {}^{i}g)$:

$$\tilde{A}(4,3;\ {}^{i}g) = 2\ {}^{1}g_1\ {}^{2}g_1\ {}^{3}g_2 + 2\ {}^{1}g_1\ {}^{2}g_1\ {}^{3}g_1 + 2\ {}^{1}g_2\ {}^{2}g_1\ {}^{3}g_1$$

Явный вид полинома $\tilde{A}(4,3;\ {}^{i}g)$ получен из таблицы, представленной в [4] на стр. 48.

Спецификация расщепленного А-полинома представляет собой множество (состоящее из подмножеств), включающее значения таких характеристик полинома, как: коэффициенты при слагаемых и индексы множителей слагаемых.

Пример 2. Спецификацию полинома $\tilde{A}(4,3;\ {}^{i}g)$ можно представить следующим образом:

$$\{(2,1,1,2,1,3,2)(2,1,1,2,1,3,1)(2,1,2,2,1,3,1)\}$$

Поскольку для хранения числовых характеристик каждого множителя используется 2 элемента подмножества, а также дополнительный элемент подмножества x_i хранит значение коэффициента при слагаемом, то общее количество элементов каждого подмножества составляет $(2 * k + 1)$, следовательно, диапазон значений переменной j составляется из чисел от 0 до $2k$.

Структуру для хранения данных спецификации расщепленного полинома также предлагается выбрать динамической, поскольку количество слагаемых и множителей каждого полинома является переменной величиной.

Для хранения спецификации полинома используется вложенная структура Qlist<Qlist <float>>. Длина вложенного списка определяется количеством слагаемых полинома.

Представление спецификации полинома $\tilde{A}(4{,}3;\ {}^{i}g)$ в памяти вычислительной системы вышеописанным способом показано на рис. 2.

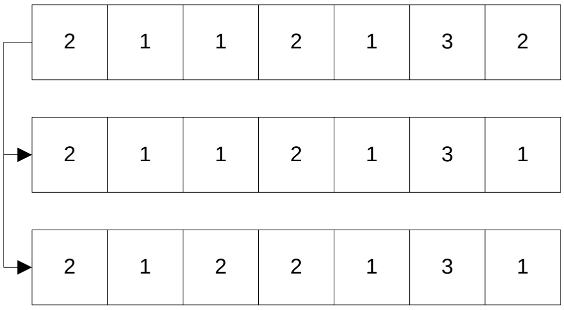

Рис. 2. Структура для хранения данных спецификации расщепленного полинома $\tilde{A}(4{,}3;\ {}^{i}g)$.

При составлении основного алгоритма комплекса возникает необходимость хранения и использования столбцов полиномов, для этого применяются списки тройной вложенности Qlist <Qlist<Qlist < float >>>.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузьмин О.В. Обобщенные пирамиды Паскаля и их приложения. Новосибирск: Наука. Сибирская издательская фирма РАН, 2000. 294 с.

2. Bell E. F. Exponential polynomials // Ann. Math, 1934. Vol 35, P. 258-277.

3. Докин В.Н., Жуков В.Д., Колокольникова Н.А., Кузьмин О.В., Платонов M.JI. Комбинаторные числа и полиномы в моделях дискретных распределений. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990.

4. Баранчук А.Л. Алгоритмические исследования комбинаторных чисел и полиномов [Текст] : дис. ... канд. физ.-мат. наук : 01.01.09 / А. Л. Баранчук ; Науч. рук. О. В. Кузьмин ; Иркутский гос. ун-т. - Иркутск, 2005. - 92 с.

5. Кузьмин О.В. Комбинаторные методы моделирования дискретных распределений:учебн.пособие / О.В. Кузьмин – Иркутск: Иркут.ун-т, 2006. – 138 с.

6. Балагура, А. А. Перечислительные свойства комбинаторных полиномов разбиений/ А. А. Балагура, О.В. Кузьмин // Дискретн. анализ и исслед. опер. - 2011. - 18:1, - С. 3–14.

7. Кузьмин О. В., Мельникова В. А. Алгоритмический комплекс построения однородных полиномов Платонова на основе метода рекуррентных соотношений // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2013. № 2 (38). С.46-51.

8. Вычисление параметров процесса планирования запасов топлива ТЭЦ на основе матриц из однородных полиномов Белла Кузьмин О.В., Мельникова В.А.Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2013. № 4 (40). С. 8-14.

9. Алгоритм построения спецификации комбинаторного полинома, полученного в результате нахождения его частной производной по переменной g_i Мельникова В.А. В сборнике: Прикладные задачи дискретного анализа. Сборник научных трудов. Под ред. О.В. Кузьмина. Иркутск, 2019. С. 129-133.

10. Бланшет Ж. Qt 4: Программирование GUI на С++. 2-е дополненное издание / Ж. Бланшет, М. Саммерфилд - М.: «КУДИЦ-ПРЕСС», 2008. – 736 с.

ABOUT THE EXPERIENCE OF DYNAMIC DATA STRUCTURES APPLICATION FOR STORING AND PROCESSING SPECIFICATIONS OF THE SPLITTED BELL POLYNOMIALS

Abstract. The report is devoted to the problem of the specification of a combinatorial split polynomial and program coding of algorithms. Some features and peculiarities of the proposed method of data storage are considered. The prospects of use in various software environments are also highlighted.

Keywords: combinatorial partial polynomials, algorithmic complex, dynamical data structure.