УДК 514.1

Казаков Н.А., alphan95@mail.ru,
Московский государственный областной университет (МГОУ)
Кузнецова Т.И., kuzti45@gmail.com,
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
(МГУ имени М.В. Ломоносова)

Применение интерактивных геометрических сред в кружковой работе при решении геометрических софизмов

Аннотация

Одной из ярких тем для математического кружка является тема «математические софизмы». Математические софизмы могут рассматриваться обучающимися различных классов, в зависимости от изучаемого урочного материала. В широком классе задач на математические софизмы выделяют: арифметические, алгебраические и геометрические софизмы. В частности, при знакомстве школьников с геометрическими софизмами сталкиваются с двумя возможностями - поиск ошибки в алгебраическом преобразовании какого-либо хода решения, поиск ошибки в исходном чертеже. В первом случае выявляется неравносильный алгебраический переход, что само по себе редко вызывает сложности у обучающихся. Второй же случай подразумевает самостоятельное исследование предложенной геометрической модели. Отличным средством в решении последней задачи является применение интерактивных геометрических сред (ИГС), таких, как «Живая геометрия», «1С: Математический конструктор» и GeoGebra, наглядно демонстрирующих справедливость геометрических отношений. В нашей статье мы приведём методические рекомендации на примерах решения геометрических софизмов.

Ключевые слова: математический софизм, интерактивная геометрическая среда (ИГС), «Живая геометрия», «1С: Математический конструктор», GeoGebra, модель задачи.

Человек может допустить ошибку; признание ее облагораживает его.
Но дважды облагораживает, если человек исправит ошибку. *Мира Алишер.*

Математический софизм представляет собой некоторое математическое утверждение с приведённым к нему доказательством или обоснованием, в котором скрыта ошибка. Эта ошибка и приводит к противоречивости исходного суждения. Основная задача - поиск скрытой ошибки. Рассмотрим геометрические софизмы, связанные с поиском ошибок чертежа [1]. Обучающимся необходимо сделать собственный чертёж, удовлетворяющий условию. Здесь актуализируются задачи на построение. Не всегда процесс построения является очевидным для школьников. Наглядности и доступности отвечает применение интерактивных геометрических сред (ИГС), которые используются для построения модели задачи. Наиболее простыми и часто используемыми в практике обучения математике ИГС являются «Живая геометрия», «1С: Математический конструктор» и GeoGebra. Последняя из них имеет онлайн версию, более широкие возможности, а также, при авторизации предоставляет доступ к облачному хранилищу и библиотеке [5; 7]. Облачная среда является перспективным направлением использования средств ИКТ. Педагог может заранее подготовить модели и ему не обязательно иметь особое программное обеспечение или хранить модели на внешних носителях: вся информация будет доступна через личный кабинет педагога в среде. Кроме того, облегчается организация распространения моделей среди обучающихся: достаточно лишь организовать доступ по ссылке.

С методической точки зрения работа может быть организована следующим образом. Обучающимся предлагается к решению задача-софизм, в которой совместными усилиями выявляется противоречие и таким образом формируется проблемная ситуация [3; 4]. Далее возможны два варианта: 1) обучающиеся выполняют построение в тетрадях, самостоятельно приходят к знанию (целесообразно при работе с сильным классом), а затем демонстрируется общая модель как средство проверки и корректировки результатов; 2) обучающимся сразу демонстрируется модель, по которой они делают заключения, а затем выполняют собственные построения в тетради.

Пример 1. *Прямой угол равен тупому углу*. Этот софизм появился в результате следующих рассуждений. *На рис. 1а рассмотрим четырёхугольник *ABCD*. В этом четырёхугольнике =
90°, *AD = CC, ABBC*- тупой. Проведём через середины сторон *AB*
и *DC* перпендикуляры к этим сторонам; они пересекутся в некоторой точке *S* . Соединим точку *S* со всеми вершинами четырёхугольника. Тогда *SA* = *SB* и *SD* = *SC*, и потому AS^*D*^ASTJ*C*. Отсюда следует, что *DS^D=ZCBC*. Почленно вычитая из последнего равенства соотношение *BBAB=AABA*, получаем *BAAD* = *ABBC* = 90°. Таким образом, тупой угол равен прямому*.

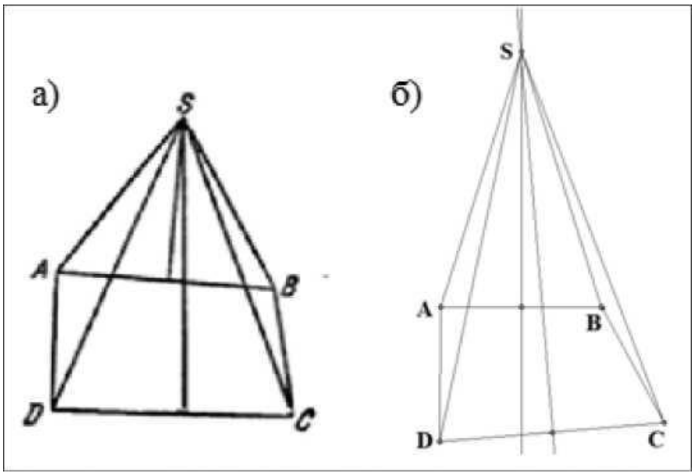

Рис. 1. К примеру 1

Данная задача требует от школьников самостоятельного построения чертежа.

При правильном построении обучающиеся должны получить результат, изображённый на рис.1б. Модель задачи, построенная в среде GeoGebra, может быть продемонстрирована школьникам как до построения ими чертежа - с целью актуализации знаний, так и после - с целью контроля выполненных учебных действий. Особенностью правильного чертежа является то, что *AABA + AABC CABC*, поэтому *CABC ASBA Ф CAIK'*, а значит, *DM) ^CABC.*

Пример 2. *Из вершины треугольника можно опустить две высоты к противолежащей стороне.* Этот софизм появился в результате следующих рассуждений (см. рис. 2а). *На рис. 3 а дан треугольник *CE.E*. Построим на сторонах *DC* и *CE* окружности как на диаметрах, точки *G* и *F* - точки пересечения окружностей со стороной *DE* соответственно. Тогда *DFCC* = *EGC* = 90°, как вписанные углы, опирающиеся на диаметры. Значит *CF ± EE, CG ± EE.* Таким образом, из вершины треугольника к противолежащей стороне опущено две высоты*.

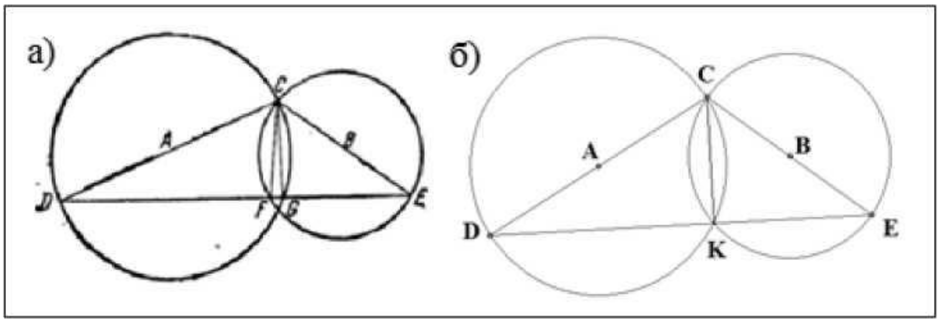

Рис. *2*. К примеру *2*

В данной задаче актуализируются построения с помощью циркуля и линейки. Для разрешения софизма школьникам требуется построить треугольник и окружности на его сторонах, как описано выше. В результате правильного построения окружности должны пересечь сторону *DE* в единственной точке *K* , что в свою очередь подтверждает единственность перпендикуляра *CK* (рис.2б). Данный чертёж был выполнен в интерактивной среде GeoGebra. Демонстрация динамической модели чертежа даёт возможность убедиться в справедливости верных геометрических отношений — вне зависимости от вида треугольника и длин его сторон.

В заключение сделаем вывод о том, что применение интерактивных геометрических сред, таких, как «Живая геометрия», «1С: Математический конструктор» и GeoGebra, наглядно демонстрирующих справедливость геометрических отношений, является отличным методом решения геометрических софизмов. При привнесении ИГС в совместную (урочную или внеурочную) деятельность педагога и учащихся педагог не только демонстрирует межпредметную связь «математика-информатика», но и отвечает требованиям по формированию и развитию компетентности в области использования ИКТ как со своей стороны, так и со стороны обучающихся [5]. Кроме того, необходимо отметить, что предлагаемая методика способствует реализации индивидуализации и дифференциации обучения [2; 6]. Вообще, использование современных средств ИКТ является мощным инструментом современного педагога для повышения качества образовательного процесса.

Литература

1. *Лямин А.А.* Математические парадоксы и интересные задачи: сборник задач для любителей математики. — М.: Типография Г. Лисснера и Д. Собко, 1911. - 336 с.

2. *Пикалова В.В.* Сотрудничество с Международным институтом GeoGebra как инструмент совершенствования математической подготовки будущего педагога. [Электронный ресурс]. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/sotrudnichestvo-s-mezhdunarodnym-institutom-geogebra-kakinstrument-sovershenstvovaniya-matematicheskoy-podgotovki-buduschego (дата обращения 16.12.2017).

3. *Пойа Д.* Как решать задачу: Пособие для учителей / Д. Пойа - М.: Государственное учебно-педагогическое издательство Министерства просвещения РСФСР, 1959. - 208 с.

4. *Саранцев Г.И.* Методика обучения математике: методология и теория. [Электронный ресурс]. URL: http://www.twirpx.com/file/583820/ (дата обращения: 16.12.2017).

5. Страница сети Интернет математического пакета GeoGebra [Электронный ресурс]. URL: https://www.geogebra.org/ (дата обращения: 16.12.2017).

6. *Шевченко В.Г.* Облачные технологии как средство формирования ИКТ-компетентности будущих учителей информатики: Автореф. ... канд. пед. наук. - Москва, 2016. - 27 с.

7. *Andraphanova N.V.* About experimental opportunities of dynamic geometry system called GeoGebra. [Электронный ресурс]. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/about-experimental - opportunities-of-dynamic-geometry-system-called-geogebra (дата обращения 16.12.2017).