

«ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ НА
РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУР В ИЗОТРОПНОМ ТЕЛЕ»

М.М. Руденко¹, М.Г. Руденко²

¹ Соучредитель Объединенной строительной компании, г. Санкт-Петербург.

² Профессор кафедры физики Иркутского национального исследовательского технического университета

Пусть во всех точках изотропного тела температура одинакова. В некоторый, начальный момент времени, на поверхность тела воздействует тепловое излучение переменной интенсивности. Определим распределение температур в теле и на его поверхности, используя в качестве допущения утверждения о том, что на всех точках поверхности:

1. интенсивность излучения в данный момент времени одинакова;
2. излучение направлено по нормали к поверхности тела.

Расположим ось x внутрь по нормали к поверхности тела, а оси y и z – по его поверхности. Тогда в сечении $x=const$ температура $T=const$ и мы приходим к рассмотрению одномерной задачи нестационарной теплопроводности [1]:

$$a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

где: $0 \leq x \leq L$, $t > 0$, L – толщина нагреваемого тела; a – коэффициент температуропроводности.

Граничные условия будем использовать в виде

$$T(0, t) = T(x, t) + \frac{\partial T}{\partial x} dx \quad (2)$$

Где по закону Фурье [2]

$$\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{q}{\lambda} \quad (3)$$

Здесь q – плотность теплового потока и λ – коэффициент теплопроводности тела

Начальные условия определены постановкой задачи:

$$T(x, 0) = T_0 \quad (4)$$

Введем новые переменные:

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{t} = \frac{t \cdot a}{L^2}, \quad \bar{T} = \frac{T - T_0}{T_0^+ - T_0} \quad (5)$$

Тогда (1), граничные и начальные условия будут иметь вид:

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{x}^2} - \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} = 0 \quad (6)$$

Начальные условия:

$$\bar{T}(x, 0) = 0 \quad (7)$$

Граничные:

$$\bar{T}(0, t) = \bar{T}(1, t) - \frac{q \cdot L}{\lambda(T_0^+ - T_0)} d\bar{x} \quad (8)$$

При этом плотность теплового потока при уменьшении интенсивности представим в виде

$$q = q_0 \cdot \left(\frac{t_0 - t}{t_0}\right)^2$$

соответственно, при увеличении интенсивности потока

$$q = q_0 \cdot \left(\frac{t}{t_0}\right)^2$$

t_0 – суммарное время взаимодействия тела с источником излучения, $t \in [0; t_0]$.

Изменения интенсивности теплового излучения отражены на рисунке 1.

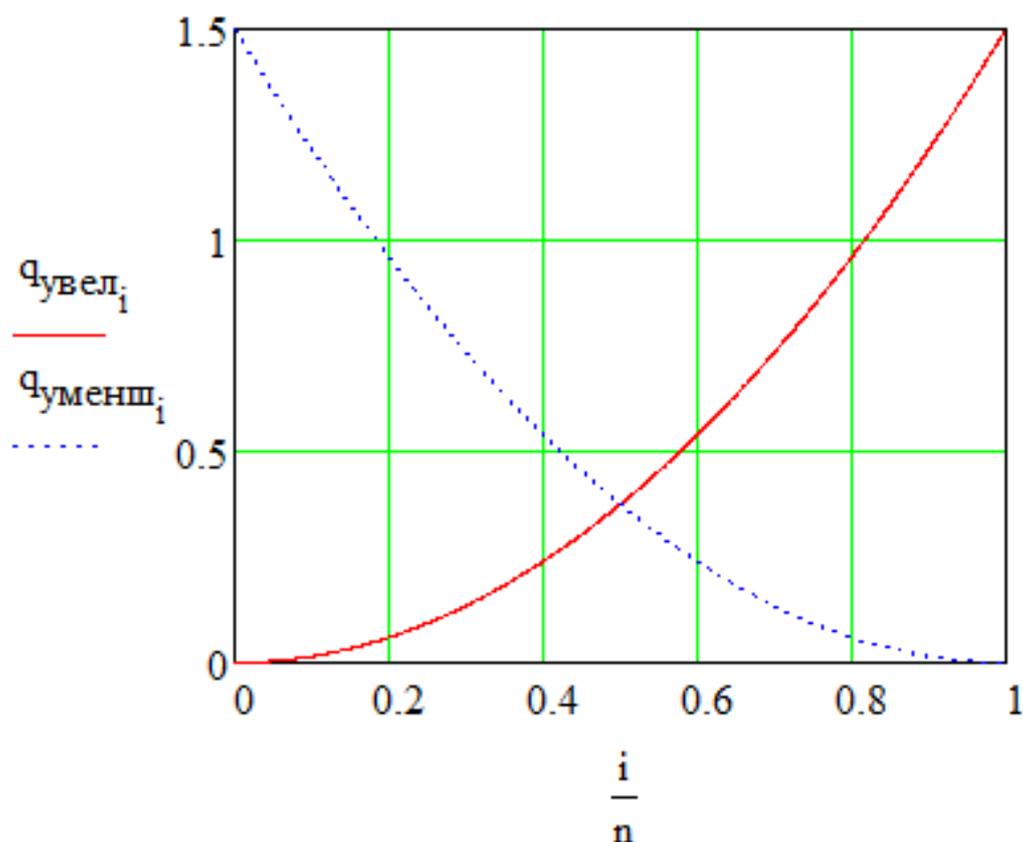


Рисунок 1. Динамика увеличения и уменьшения интенсивности теплового излучения

Представив производные в разностном виде, получим для (6):

$$\frac{\bar{T}_{i+1,j} - 2\bar{T}_{i,j} + \bar{T}_{i-1,j}}{h^2} - \frac{\bar{T}_{i,j+1} - \bar{T}_{i,j}}{k} = 0 \quad (9)$$

Наконец, принимая $r = k/h^2$ и игнорируя знаки обезразмеривания, получим расчетное уравнение:

$$T_{i,j+1} = r \cdot T_{i+1,j} + (1 - 2r) \cdot T_{i,j} + r \cdot T_{i-1,j} \quad (10)$$

Результаты расчетов распределения температур в изотропном теле при увеличении и уменьшении интенсивности теплового излучения представлены на рисунке 2.

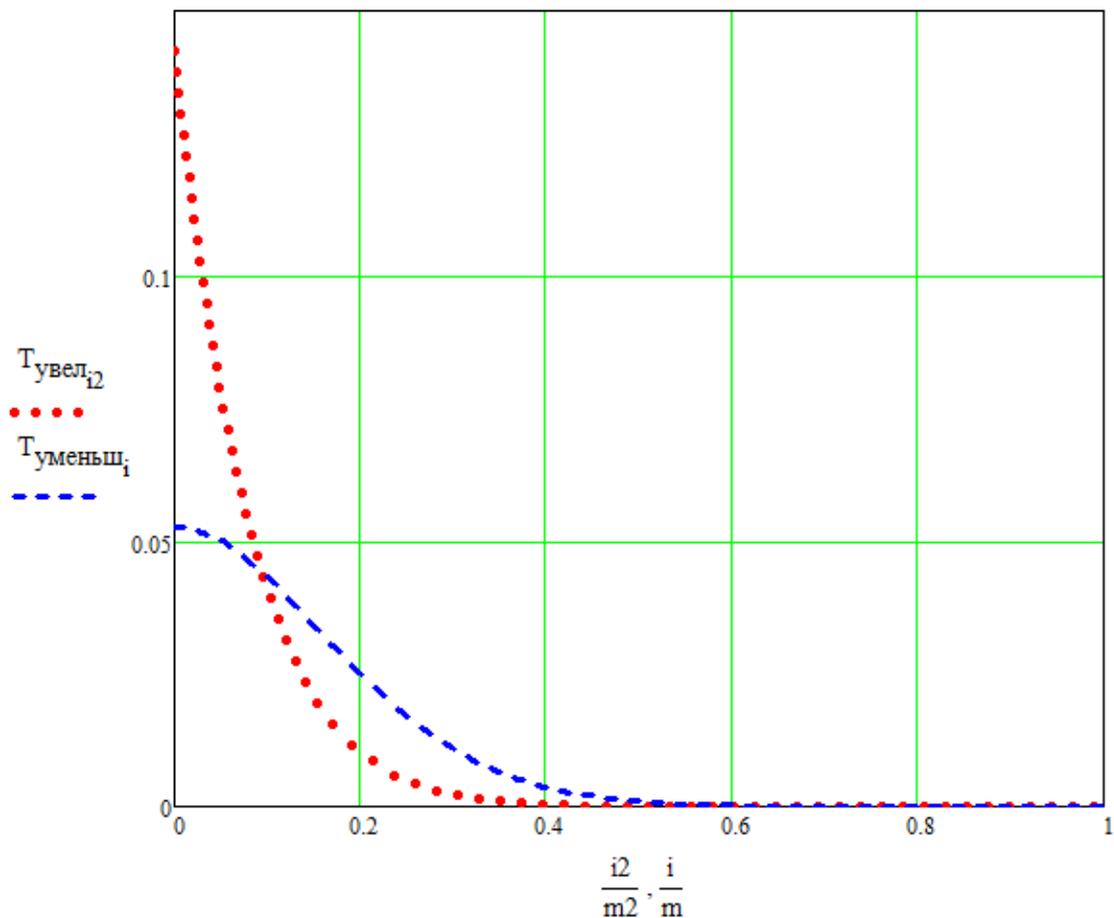


Рисунок 2. Распределение температур в теле при увеличении и уменьшении интенсивности теплового излучения

Как следует из полученных данных, распределение температур в изотропном теле существенно зависит от знака изменения интенсивности излучения. Подчеркнем, что в обоих случаях при расчетах использовалось условие равенства тепловой энергии, переданной на границу тела.

Температура на поверхности тела при увеличении интенсивности теплового излучения выше, чем в случае уменьшения интенсивности.

На некотором расстоянии от поверхности, температура тела выше при уменьшении интенсивности. Полученный результат можно объяснить тем, что в данном случае основной поток тепловой энергии

успевают пройти внутрь тела на большее расстояние, чем при увеличении интенсивности тепловой энергии.

Литература

1. Crank, J.; Nicolson, P. & Hartree, D. R. (1987), A Practical Method for Numerical Evaluation of Solutions of Partial Differential Equations of the Heat-Conduction Type, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society T. 43: 50–67.
2. Д. В. Сивухин. Общий курс физики: термодинамика и молекулярная физика. – М.: Физматлит, 2006. — С. 345.