УДК 514.12

Специфика преподавания геометрии студентам направления «Педагогическое образование»

Осипенко Л.А[1]

Аннотация. Учебная дисциплина «Геометрия» относится к обязательной части образовательной программы направления подготовки «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» и направлена, в частности, на формирование у студентов представлений о важности изучения геометрии для осуществления будущей профессиональной деятельности и понимания о возможностях геометрии для развития универсальных учебных действий учащихся.

В докладе демонстрируются методы достижения поставленных задач как на примерах изучения отдельных тем дисциплины, так и на взаимосвязи этих тем между собой и со смежными дисциплинами.

Ключевые слова: аналитическая геометрия, метод координат, педагогическое образование.

Specifics of teaching geometry to students in the field of “Pedagogical Education”

Osipenko L.A

Abstract. The academic discipline “Geometry” belongs to the mandatory part of the educational program of the training direction “Pedagogical education (with two profiles of training)” and is aimed, in particular, at developing students’ ideas about the importance of studying geometry for future professional activities and understanding the possibilities of geometry for development universal educational actions of students.

The report demonstrates methods for achieving the set objectives both through examples of studying individual topics of the discipline, and at the relationship of these topics with each other and with related disciplines

Keywords: analytical geometry, coordinate method, teacher education.

Преподавание аналитической геометрии в вузе не начинается с нуля. В школьных учебниках геометрии, в частности, в учебниках Л. С. Атанасяна и В.Т. Базылева для 9 и 11 классов [1,2] изучаются темы «Векторы» и «Метод координат» (на плоскости и в пространстве, соответственно). Однако, знания, полученные школьниками по этим темам оказываются поверхностными, что

[1] Осипенко Лариса Анатольевна, доцент кафедры теории вероятностей и дискретной математики ИМИТ ИГУ, кандидат физико-математических наук.

связано, возможно, с тем, что они не требуются для успешной сдачи ЕГЭ. Простейшие задачи на метод координат в заданиях ЕГЭ встречаются в разделе «Наглядная геометрия», а применение этого метода при решении задач стереометрии из второй части не приветствуется составителями, что отражается в комментариях к оцениванию: любая ошибка при определении координат точек приводит к оцениванию задания в 0 баллов Такое отношение к применению метода координат в стереометрии понятно: при аналитическом решении почти отсутствует сама геометрия. Тем не менее, наличие этих тем в школьных учебниках предполагает, что преподавание в вузе должно идти с опорой на школьные знания, которых фактически нет. Сложности возникают и при изучении других тем. Например, такие кривые как парабола и гипербола в школе изучаются в рамках предмета «Алгебра и начала математического анализа» как графики соответствующих функций, а в вузе – как геометрические места точек на плоскости с определенными свойствами. В результате у студентов создается впечатление, что в школе и вузе изучаются разные предметы (а не одна и та же математика, но на разных уровнях глубины и взаимосвязи).

Таким образом, при обучении будущих учителей математики, необходимо не только вооружить их знаниями по предмету, но и восстановить преемственные связей со школьным курсом геометрии.

Согласно учебному плану ИМИТ ИГУ для студентов направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профиль «Математика-информатика», дисциплина «Геометрия» изучается на протяжении 3 семестров. Основные темы первого и второго семестров – аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве, третьего семестра – геометрия преобразований и проективная геометрия. Для организации и контроля самостоятельной работы студентов в первом и втором семестре используются учебное пособие [4] и пособия по математике серии ≪ЕГЭ» [5,6].

Начинается знакомство с дисциплиной с темы «Векторы на плоскости и в пространстве», которая лежит в основе изучения линейных образов. В дальнейшем прямая на плоскости рассматривается, с одной стороны, как пример гиперплоскости, с другой стороны, как прямая в пространстве размерности 2; приводятся различные уравнения прямой в векторной форме. Такой подход позволяет обобщить полученные в этом разделе формулы на соответствующие образы в трехмерном пространстве и дать понятие о многомерной геометрии. В процессе обучения идет постоянное обращение к содержанию школьных учебников, в частности к учебнику [2]. Анализируя содержание приведенных там понятий и теорем по темам «Векторы в пространстве» и «Метод координат в пространстве» можно прийти, например, к выводу, что теорема о разложении вектора по трем некомпланарным векторам, это по-другому сформулированная теорема о линейной зависимости четырех векторов в пространстве, а формула деления отрезка в данном отношении в векторной форме содержится в учебнике в виде задачи (с решением).

В учебном пособии [4] приводятся примеры решения задач из курса планиметрии векторным методом и методом координат, в частности с использованием формулы деления отрезка в данном отношении. Приведем пример.

Задача. На медиане AD треугольника ABC взята точка E, причем AE:ED=1:3. В каком отношении прямая BE делит сторону AC (рис.1)?

Решение. Воспользуемся формулой деления отрезкав данном отношении, получаем, $\overrightarrow{CE} = \frac{\overrightarrow{CA}+\lambda\cdot\overrightarrow{CD}}{1+\lambda}$, где по условию $\lambda = \frac{\overrightarrow{AE}}{\overrightarrow{ED}} = \frac{1}{3}, \overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$, то есть $\overrightarrow{CE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{8}\overrightarrow{CB}$.

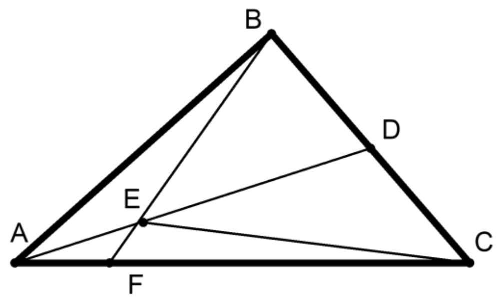

Рис. 1

С другой стороны, $\overrightarrow{CE} = \frac{\overrightarrow{CF}+\mu\cdot\overrightarrow{CB}}{1+\mu}$, где $\mu = \frac{\overrightarrow{FE}}{\overrightarrow{EB}}$.

Пусть $\overrightarrow{CF} = x \cdot \overrightarrow{CA}$ тогда $\overrightarrow{CE} = \frac{x}{1+\mu}\overrightarrow{CA} + \frac{\mu}{1+\mu}\overrightarrow{CB}$. Так как разложение вектора в данном базисе *единственное,* то $\frac{x}{1+\mu} = \frac{3}{4}$, $\frac{\mu}{1+\mu} = \frac{1}{8}$, отсюда $\mu = \frac{1}{7}, x = \frac{6}{7}$. Таким образом, получаем $\frac{CF+FA}{CF} = \frac{7}{6}$ или $\frac{AF}{FC} = \frac{1}{6}$.

Ответ 1:6.

Очевидно, это не единственный и, возможно, не самый рациональный метод решения этой задачи. Но в дальнейшем (в курсе «Элементарная математика» и при изучении раздела «Геометрические преобразования») будут рассмотрены и другие методы ее решения: с помощью теоремы Фалеса, с помощью теоремы Менелая, средствами аффинной геометрии.

При изучении темы «Кривые второго порядка» обращается внимание на использование геометрических методов при решении задач из других разделов школьной математики. Например, в рамках аналитической геометрии, при решении задачи 405 2) из сборника [3] (определить при каких значениях углового коэффициента k прямая $y = kx$ касается окружности $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$?) приходим к выводу, что решение задачи сводится к ответу на вопрос: при каком значении параметра k система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0 \\ y = kx \end{cases}$ имеет единственное решение? Для ответа на вопрос

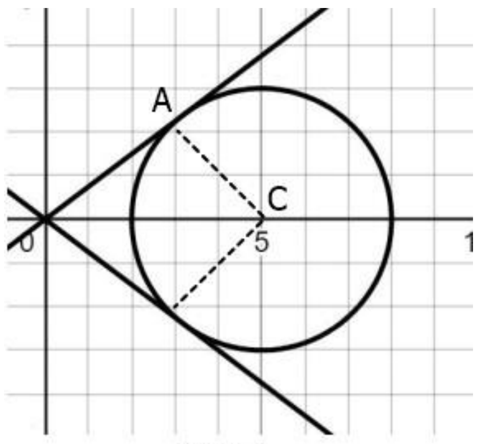

Рис.2

достаточно, подставив значение у из второго уравнения системы в первое, потребовать, чтобы дискриминант полученного квадратного уравнения был равен 0. Но, с другой стороны, если бы нам было изначально предложено решить полученную задачу с параметром, мы могли бы перейти к ее геометрической интерпретации и решить

чисто геометрическим методом: из треугольника АОС $k_{OA} = tg\angle AOC = \frac{3}{4}$.
Для второй прямой $k = -\frac{3}{4}$.

Таким образом, в результате обучения аналитической геометрии по описанной методике происходит повторение знаний, приобретённых в школе, их взаимосвязь с общим курсом и другими разделами математики.

Литература.

1. Атанасян Л.С . Геометрия 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев, С.Б. Кадомцев и др.]– М.: Просвещение, 2010;
2. Атанасян Л.С . Геометрия 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. Учреждений, базовый и профильный уровни / [Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев, С.Б. Кадомцев и др.]– М.: Просвещение, 2010;
3. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии / Д.В. Клетеник. - М., “Лань”, 2018;
4. Осипенко Л.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие/Л.А. Осипенко, Л.Н. Шеметова. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2019;
5. ЕГЭ 2019. Математика. Геометрия. Стереометрия. Задача 14 (профильный уровень) / Под ред. И. В. Ященко. — М.: МЦНМО, 2019;
6. ЕГЭ 2019. Математика. Геометрия. Планиметрия. Задача 16 (профильный уровень) / Под ред. И. В. Ященко. — М.: МЦНМО, 2019.