УДК681.5

***О комбинаторных задачах на уроках математики в школе***

***Антонова Л.В., Бурзалова Т.В.***

ФГБОУ ВО «Бурятский государственный университет», г. Улан-Удэ

**Аннотация.** Решение комбинаторных задач в школе играет важную роль в развитии логического мышления и способности к решению проблем у учеников. Эти задачи помогают развивать креативный подход к задаче и выявлению нестандартных решений , что стимулирует интерес к математике. Основы комбинаторики очень важны для оценки вероятностей случайных событий, т.к. именно они позволяют подсчитать принципиально возможное количество различных вариантов развития событий.

**Ключевые слова**: Комбинаторика, перебор, критическое мышление, дерево исходов, комбинации.

Annotation. Solving combinatorial problems in school plays an important role in the development of logical thinking and problem-solving skills in students. These tasks help to develop a creative approach to the task and identify non-standard solutions, which stimulates interest in mathematics. The basics of combinatorics are very important for estimating the probabilities of random events, because they allow us to calculate the fundamentally possible number of different scenarios.

Keywords: Combinatorics, iteration, critical thinking, outcome tree, combinations.

Роль комбинаторных задач в формировании приемов умственных действий, в развитии критичности и вариативности мышления очень высока. Раздел математики, в который включены комбинаторные задачи, содержит небольшое количество формул и определений, однако решение комбинаторных задач вызывает затруднение у обучающихся практически сразу на стадии анализа, где важно определить, какая из формул подойдет для решения и почему. Для того чтобы обучающиеся научились «видеть», какую формулу им нужно применить, необходимо совершенствовать следующие мыслительные операции: анализ, обобщение, сравнение, рефлексия. Умение использовать эти мыслительные операции, позволит обучающимся искать методы решения комбинаторных задач в их нестандартном виде.

Нередко возникают проблемы, которые имеют не один, а несколько вариантов решения. И для того, чтобы сделать правильный выбор, важно не упустить ни один из них. Поэтому надо уметь осуществлять перебор всех возможных вариантов или хотя бы подсчитать их число.

Решение таких задач требует от обучающихся развития следующих умений:

1. Умение работать с информацией, а именно: умение анализировать, систематизировать и обобщать информацию, делать выводы.
2. Умение выдвигать гипотезы о возможных вариантах решения данной задачи, предвидеть конечный результат.
3. Умение аргументировать свою точку зрения.
4. Умение варьировать способы решения задачи в связи с изменяющимися обстоятельствами.
5. Умение признавать свои ошибки, принимать точку зрения других людей в случае неправильно решенной задачи.

Особенность таких задач заключается в том, что нет единого алгоритма их решения. В процессе решения комбинаторных задач обучающиеся расширяют свои представления о различных методах их решений (метод перебора, табличный метод, дерево вариантов, формульный), следовательно, учатся выбирать наиболее эффективный метод решения задачи в зависимости от конкретной ситуации, развиваются гибкость, вариативность и креативность мышления.

Методы решения комбинаторных задач подразделяют на

«формальные» и «неформальные».

«Неформальный» путь решения комбинаторной задачи предусматривает составление всех возможных вариантов (комбинаций) данных элементов. К неформальным методам решения можно отнести следующие:

1. Перебор («метод проб и ошибок»).

Данный метод решения комбинаторной задачи является одним из самых простых, но в то же время и самых долгих. Суть данного метода заключается в том, что нужно перебрать всевозможные варианты решения задачи без использования различных схем и таблиц. При этом важно организовать процесс перебора таким образом, чтобы не упустить ни один из вариантов. Зачастую сделать это бывает трудно, поэтому такой метод подходит для задач, в которых количество возможных вариантов сравнительно невелико.

1. Построение дерева возможных вариантов.

Такой метод заключается в построении схемы (графа), которая внешне напоминает дерево. В данной схеме обязательно должна быть указана информация о каждом элементе.

1. Составление таблиц.

Данный метод решения задач схож с методом построения дерева возможных вариантов, так как они оба предлагают наглядное решение проблемы. Для того чтобы решить задачу необходимо составить таблицу. Возможные варианты будут получаться на пересечении столбцов и строк, кроме тех значений, которые находятся на пересечении строк и столбцов с одинаковыми данными.

Все указанные методы не требуют от учащихся знаний определений и формул комбинаторики, поэтому их можно использовать на начальных этапах решения простейших комбинаторных задач, при этом развиваются умения догадываться, варьировать и выбирать варианты решения задачи, выстраивать логику рассуждений.

«Формальный» путь решения заключается в определении характера выборки, то есть необходимо выбрать соответствующую формулу или комбинаторное правило (сложения, умножения). Результатом такого метода является количество всевозможных вариантов, но при этом сами варианты образовываться не будут. К формальным методам решения комбинаторных задач относятся:

1. Комбинаторное правило сложения.
2. Комбинаторное правило умножения.
3. Перестановки.
4. Размещения.
5. Сочетания.
6. Перестановки (сочетания, размещения) с повторениями.

Для формирования критического мышление у обучающихся старших классов при решении комбинаторных задач важно выделить особенности этих задач.

Существование большого количества методов решения комбинаторных задач, позволяет формировать одну из главных характеристик критического мышления. Обучающимся необходимо выбирать именно тот метод, который эффективен для решения данной задачи.

Для формирования умения грамотного выбора методов решения комбинаторной задачи, на первом этапе учителю целесообразно отбирать для работы стандартные задачи, потому что именно на таких задачах происходит закрепление полученных знаний и соответствующих формул. И лишь потом переходить к этапу усложнения задач. На этапе усложнения задач появляется возможность обучения анализу поиска решения - условие усложняется, следовательно, усложняется и поиск. Как правило, решение таких задач сопровождается следующими вопросами:

* Какие из методов подходят для решения задачи? Какой из них окажется рациональным?
* Какая из формул подойдет для решения данной задачи?
* Что будет если взять иную формулу?
* Какой из полученных результатов окажется верным?
* Какое из условий задачи является существенным для выбора формулы?
* Правильно ли решена задача? И так далее.

Поиск ответов на данные вопросы будет способствовать формированию у учащихся критического мышления, которое характеризуется оценкой результатов деятельности, тем, насколько безошибочно принятое решение. Для критического мышления так же важен и ход рассуждений, то, как обучающиеся пришли к полученным выводам и какие факты они учли при принятии решения.

Проиллюстрируем возможность развития критического мышления у обучающихся на примере решения следующей комбинаторной задачи:

«Спонсоры муниципальной математической викторины для учащихся 10 классов приняли решение ввести уникальное отождествление количества участников и номера шифровок проделанных ими работ. Чтобы узнать, какое количество участников нужно позвать на викторину, надо сделать подсчет всех возможных вариантов трёхзначных чисел, которые можно сформировать из цифр 1, 2, 3, 4, 5 так, чтобы каждая цифра в числе применялась один раз».

Чтобы правильно решить задачу, *на первом этапе* очень важно верно определить множество, над которым будут проводиться все последующие рассуждения. Для этого необходимо провести анализ условия задачи, который является одним из существенных признаков критического мышления. Путем анализа учащиеся выделяют основное множество А - множество всех возможных трёхзначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 так, чтобы каждая цифра в числе применялась один раз.

Так как обучающимся необходимо составить трехзначные числа, то для упрощения рассуждений *на втором этапе* они могут выбрать любые три цифры из предложенных. Например: 2, 4, 5.

*На третьем этапе* из выбранных обучающимися цифр, составляются все возможные варианты их перестановок: {2, 4, 5}; {2, 5, 4}; {4, 2, 5} и так далее. При этом школьник делает это не наугад, он находит некоторую закономерность: на первом месте число может быть только 2 раза, так же на втором и на третьем месте.

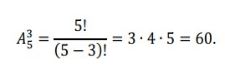
*На четвертом этапе* осуществляется вывод о том, различными ли будут данные перестановки в полученных множествах вычлененных элементов исходя из условия задачи.

Учащиеся выдвигают гипотезу о важности или неважности порядка. При этом они отвечают на вопрос: «Действительно ли это так?». Затем с помощью последующих рассуждений они либо ее опровергают, либо подтверждают. В данной задаче при перестановке цифр будут получаться разные числа, значит, важен порядок расположения элементов.

На данном этапе обучающиеся учатся аргументировать свои решения и идеи; если решение неправильное, обучающиеся учатся принимать и исправлять свои ошибки.

Таким образом, на данном шаге развиваются следующие качества: готовность исправлять свои ошибки, поскольку критически мыслящий человек не будет оправдывать свои неправильные решения, а сделает правильные выводы и воспользуется ошибкой для продолжения обучения; выдвижение гипотез; аргументация фактов.

*На пятом этапе* происходит окончательное решение поставленного вопроса (проблемы), выбирается необходимая формула. Учащиеся установили, что порядок цифр в перестановках важен, следовательно, используется понятие «размещение».



*На шестом этапе* происходит запись ответа.

При прохождении этапов решения данной задачи учащимся необходимо было критически оценивать информацию, определить, сколько существует вариантов решения данной проблемы, а затем, опираясь на знания, сделать правильный выбор.

Опираясь на психолого-педагогическую характеристику данного возраста, можно сделать вывод, что дети обладают:

1) способностью устанавливать смысловые связи;

2)желанием выражать и отстаивать свои мысли и идеи;

3) развитым теоретическим мышлением, то есть обучающиеся способны строить гипотезы решения данной проблемы и проверять их правильность относительно применимости к ней;

4) рефлексивным характером мышления, то есть учащиеся способны к проверке, переосмыслению, категоризации, анализу, систематизации, возможной переоценке значимости и получению новых выводов.

В связи с этим, можно выделить следующие методы решения комбинаторных задач:

- перебор, построение дерева возможных вариантов;

- комбинаторные правила сложения и умножения;

- перестановки;

- сочетания;

- размещения.

Некоторыми особенностями комбинаторных задач, как средства формирования критического мышления учащихся, является то, что они должны:

1. позволять учащимся варьировать способы действий, изменять систему знаний, умений и навыков относительно изменяющихся условий.

2. иметь несколько вариантов решения и позволять учащимся изучить разные подходы к ее решению, исследовать различные варианты постановки этой проблемы в зависимости от изменяющихся условий.

3. позволять учащимся аргументировать свои идеи.

4. давать возможность учащимся применять рефлексию к своей деятельности и к деятельности одноклассников.

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

1. Комбинаторные задачи связаны с практической деятельностью, следовательно, обучение их решению помогает ученикам лучше ориентироваться в окружающем мире, учит рассматривать все имеющиеся возможности и делать оптимальный выбор.

2. Процесс решения комбинаторных задач требует от обучающихся использования таких мыслительных операций, как анализ, синтез и сравнение. При систематическом решении комбинаторных задач будут развиваться указанные мыслительные операции.

3. Обучение решению комбинаторных задач будет способствовать формированию критичности, вариативности, гибкости, глубины и креативности мышления, так как, решая такие задачи, ученики должны находить различные решения, разнообразные способы реального преобразования объекта.

4. В процессе решения комбинаторных задач обучающиеся учатся рассуждать точно и логично, выстраивать свои мысли в определенной последовательности.

5. Решая комбинаторные задачи, появляется возможность развивать мышление обучающихся от наглядно-действенного к наглядно-образному и абстрактному. Так как на первом этапе решения комбинаторных задач, должны подбираться такие задачи, которые дают возможность учащимся выполнять практические действия с реальными объектами. По мере усложнения задач, будет осуществляться перенос наглядного приема в мысленную сферу, что способствует развитию наглядно-образного мышления. А уже при применении комбинаторных правил суммы, произведения и соответствующих формул будет развиваться абстрактное мышление.

6. При систематическом решении комбинаторных задач будет расширяться объем и концентрация внимания, память. Обучающиеся будут развивать речь, поскольку при решении данных задач будет вырабатываться умение грамотно оформлять свои рассуждения, объяснения и доказательства, как в устной, так и в письменной форме.

Все выделенные умения очень важны в плане получения хорошего результата при обучении математике в школе.