

Вопросы к экзамену по курсу «Аналитическая геометрия»

1. Определение вектора. Коллинеарные и компланарные векторы. Равенство векторов.
1. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость векторов. Теоремы о линейной зависимости векторов на плоскости и в пространстве (с доказательством).
2. Базис (аффинный и декартов) на плоскости и в пространстве. Разложение вектора по базису. Координаты вектора в данном базисе.
3. Система координат. Преобразование системы координат (параллельный перенос и поворот). Вывод формул.
4. Деление отрезка в данном отношении. Координаты середины отрезка.
5. Скалярное произведение, его свойства (без доказательства). Вычисление в ортонормированном базисе (без доказательства).
6. Вычисление с помощью скалярного произведения длины вектора, угла между векторами, проекции вектора на ось. Признак ортогональности векторов.
7. Векторное произведение, его свойства (без доказательства). Вычисление в ортонормированном базисе (вывод формулы).
8. Смешанное произведение трех векторов. Его геометрическая интерпретация (с доказательством). Признак компланарности векторов. Свойства (без доказательства). Вычисление в ортонормированном базисе.
9. Различные типы уравнения прямой на плоскости (общее, в отрезках, каноническое параметрические с угловым коэффициентом). Уравнение пучка прямых.
10. Нормальное уравнение прямой (вывод), формула для вычисления отклонения и расстояние от точки до прямой на плоскости (с доказательством).
11. Вычисление угла между прямыми, заданными уравнением с угловым коэффициентом, условия параллельности и перпендикулярности.
12. Различные типы уравнений плоскости в трехмерном пространстве (общее, в отрезках, параметрические (с выводом)).
13. Неполные уравнения плоскости.
14. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки (с выводом).
15. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние и отклонение от точки до плоскости (без доказательства).
16. Угол между плоскостями, взаимное расположение плоскостей (условия параллельности, перпендикулярности, совпадения).
17. Различные типы уравнений прямой в трехмерном пространстве (канонические, параметрические - вывести). Уравнение пучка прямых.
18. Угол между прямыми в пространстве, взаимное расположение прямых (условия параллельности, совпадения, пересечения и скрещивания).
19. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
20. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
21. Угол между прямой и плоскостью, взаимное расположение прямых и плоскостей.
22. Эллипс. Определение. Каноническое уравнение. Вывод формул для вычисления фокальных радиусов.
23. Исследование формы эллипса. Эксцентриситет.
24. Гипербола. Определение. Каноническое уравнение. Сопряженная гипербола.
25. Исследование формы гиперболы. Эксцентриситет, асимптоты.
26. Директрисы эллипса и гиперболы: уравнения свойства (доказать).
27. Парабола, каноническое уравнение (вывод).
28. Фокальные свойства кривых второго порядка.

29. Параметр эллипса и гиперболы. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат (вывести).
30. Инварианты кривой второго порядка. Определение типа кривой второго порядка по инвариантам.
31. Центр кривой второго порядка (определение, вывод формулы для вычисления координат). Центральные кривые.
32. Приведение уравнения центральных кривых к каноническому виду.
33. Приведение уравнения нецентральных кривых к каноническому виду.
34. Поверхности второго порядка. Построение методом сечений.
35. Классификация поверхностей второго порядка по их инвариантам.
36. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида (вывод).
37. Поверхности второго порядка как геометрические места точек.