

ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ МИНИМИЗАЦИИ СИСТЕМ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

В. В. Малеев, А. С. Казимиров

В синтезе логических схем нередко встаёт задача реализации какой-либо булевой функции через как можно меньшее количество элементов. Поэтому для данной области актуальны различные алгоритмы минимизации булевых функций, однако, в случае реализации одновременно нескольких функций, для достижения наилучших результатов, логичней рассматривать их совокупность, а не по отдельности.

При минимизации подобной совокупности мы стараемся уменьшить общее количество логических схем, необходимых для реализации функций, в то же время сами функции нам выгодно представлять через повторяющиеся схемы, так как их можно реализовать всего один раз.

Для дальнейшего рассмотрения темы введу основные определения.

Моном – это конъюнкция переменных или их отрицаний, где каждая переменная встречается только один раз.

Полином – это сложение по модулю два некоторых мономов.

Совокупность функций от одинакового числа переменных будем называть системой булевых функций. Сами же функции будем представлять в виде полиномов.

Задачу минимизации системы из двух булевых функций можно свести к задаче минимизации одной функции [1]. Однако, если система состоит из трёх и более функций, то такой метод уже не применим.

Поэтому для приближённой минимизации системы от большего числа функций был разработан генетический алгоритм.

Принцип работы данного алгоритма рассмотрим на системе, состоящей из k булевых функций от n переменных.

Особь представляет собой набор k множеств мономов от n переменных. Каждое такое множество соответствует функции из системы.

Приспособленность считается по следующей формуле:

$$J(\{M_1, \dots, M_k\}) = \left| \bigcup_{i=1}^k M_i \right| + \sum_{i=1}^k L(f_i \oplus P(M_i)),$$

где M_i – множество мономов особи, $P(M_i)$ – полином, равный сумме всех мономов из соответствующего множества, L – сложность.

Оператор кроссовера реализуется в виде обмена мономами между соответствующими множествами двух особей. Обмен происходит по случайно выбранной переменной, то есть из множеств первой особи выбираются мономы, в которых присутствует выбранная переменная, а из второй – мономы, в которых эта переменная отсутствует. Также нужно учитывать, что особи с меньшим значением приспособленности с большей вероятностью будут выбраны для размножения.

Оператор мутации представляет собой добавления или удаления мономов из множеств особи. Для этого из множества всех возможных мономов от n переменных случайным образом выбираются некоторое число мономов,

которые с некоторой вероятностью добавляются в множества мономов особи, если их там нет, или же удаляются оттуда, если они там есть.

Для случаев вырождения популяции, то есть ситуации, когда все особи имеют примерно одинаковые значения приспособленности, что равносильно сваливанию алгоритма к одному экстремуму, возможно, не глобальному, предусмотрен механизм уничтожения популяции. Для этого из всей популяции выбирается некоторое количество лучших особей, с наименьшими значениями приспособленности. Далее, если за определённое количество итераций алгоритма ни одна из новых особей не смогла превзойти результаты лучших, то вся популяция, кроме лучших особей, уничтожается, а новая создаётся с помощью применения оператора кроссовера к лучшим и случайно образованным особям.

Данный алгоритм был протестирован на 100 системах из двух и 100 системах из трёх булевых функций. В случае системы из двух функций алгоритм в среднем уступает по сложности на 0.7 по сравнению с точной минимизацией каждой функции по отдельности, но уже в случае трёх функций алгоритм превосходит в среднем на 2.2 результаты точной минимизации.

Литература

1. Казимиров, А. С. Генетический алгоритм поиска минимальных полиномиальных представлений систем булевых функций / А. С. Казимиров, С. Ю. Реймеров // Известия Иркутского государственного университета. Серия: Математика. — 2010. — Т. 3, № 4. — С. 1–5.