СЛОЖНОСТЬ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ФОРМ НЕКОТОРЫХ СЕМЕЙСТВ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

Э. С. Соснерж

В работе исследуются сложности представлений в классе всех полиномиальных нормальных форм (ПНФ) нескольких семейств булевых функций, которые были получены как самые сложные в классах расширенных двупорожденных операторных форм.

Данные классы являются расширениями серии классов ПНФ, среди которых находится совершенная полиномиальная нормальная форма, класс поляризованных полиномов Жегалкина, класс кронекеровых форм [1]. Интерес к исследованию различных классов расширенных двупорожденных операторных форм возник при рассмотрении задачи обратимых представлений булевых функций в базисе Тоффоли. В работе рассматриваются 3 семейства булевых функций:

$$M_n^i = \{p_n^j(\tilde{x}), q_n^j(\tilde{x}), t_n^j(\tilde{x})\}, n \ge 3, j \in \{1,2,\ldots,6\},$$

$$V_n = \{p_n(\tilde{x}), q_n(\tilde{x}), t_n(\tilde{x})\}, n \ge 4,$$

$$Sh_n = \{p_n(\tilde{x}), q_n(\tilde{x}), t_n(\tilde{x})\}, n \ge 1$$

Во время работы был реализован алгоритм полного перебора для нахождения минимальных сложностей функций по формуле:

$$l(f_n) = \min_{i=0}^{2^n} (l(f_{n-1}^i) + l(f_{n-1}^1 \oplus f_i) + l(f_{n-1}^0 \oplus f_i))$$

С помощью этой формулы представляется возможным нахождение минимальных сложностей всех функций от 3 до 5 переменных переменной. Для функций от 7 переменных, нахождение минимальных сложностей через алгоритм полного перебора в данный момент не представляется возможным. В представленной работе использован «Генетический алгоритм» [2]. В результате работы генетического алгоритма были получены следующие данные:

n	2	3	4	5	6	7
Sh_n	2	3	6	9	15	26(ген.)
M_n^i	-	2	3	6	9	18(ген.)
V_n	-	-	5	8	14	28(ген.)

При исследовании полученных оценок возникла гипотеза об эквивалентности указанных функций в одном семействе и эквивалентности семейств. Для проверки этого предположения использовались следующие алгоритм перестанови переменных и алгоритм, использующий следующие разложения:

$$f_{n1} = x_n f_n^0 \oplus \bar{x}_n f_n^1$$

$$f_{n2} = x_n f_n^0 \oplus \bar{x}_n f_n^{'}$$

$$f_{n3} = x_n f_n^1 \oplus \bar{x}_n f_n^0$$

$$f_{n4} = x_n f_n^1 \oplus \bar{x}_n f_n^{'}$$

$$f_{n5} = x_n f_n^{'} \oplus \bar{x}_n f_n^0$$

$$f_{n6} = x_n f_n^{'} \oplus \bar{x}_n f_n^1$$

Вычислительные эксперименты показали, что функции в семействах не являются эквивалентными, также и не являются эквивалентными и сами семейства.

Литература:

[1] Жегалкин, И. И. Арифметизация символической логики / И. И. Жегалкин // Матем. сборник. 1928. Т.35 С. 311377.
[2] А.С. Казимиров Генетический алгоритм поиска минимальных полиномиальных представлений систем булевых функций/ А.С. Казимирова, С.Ю. Реймеров// - 2011: 5 с.