

## Моделирование динамики численности бентоса в районе южного Байкала

*Д. Е. Копылов, А. В. Аргучинцев*

Рассмотрена динамика популяции бентоса в районе южного Байкала. Данные были собраны в районе Байкальского целлюлозно-бумажного комбината (БЦБК) за период 1970-1991 [1]. Задача состояла в поиске математической модели, которая бы адекватно описывала динамику численности бентоса.

Работа с данными в формате таблицы excel в исходном виде не является удобной и быстрой. Была написана программа – надстройка над классом таблицы из библиотеки pandas языка python 3.8. В этой программе реализованы функции, позволяющие сортировать данные и группировать их. Такая программа будет полезна для дальнейшей работы с этой базой данных (БД). Для численных расчетов и построения графиков также было написано несколько скриптов, используя библиотеки matplotlib, numpy и scipy. Скрипты позволили увеличить скорость исследования.

Имея программу для изучения БД, были исследованы данные на возможность дальнейшего построения модели. Информации по конкретным видам мало, так как замеры проводились в разных локализациях и бентос делился по видам без указания рода или семейства. В таком случае бентос рассматривался как единое целое без учета локализации. Так же наблюдался разброс значений в небольших временных промежутках. Эта проблема была решена группировкой показателей по месяцам.

Классической моделью описывающей динамики многих видов является уравнение Ферхюльста

$$\frac{dN}{dt} = \alpha N \left(1 - \frac{N}{K}\right),$$

где  $t$  – время, функция  $N$  определяет численность популяции,  $\alpha$  – коэффициент роста,  $K$  – предельное количество особей. Данное уравнение хорошо описывает динамику развития видов, причем чем примитивнее вид, тем больше вероятность, что данная модель будет являться адекватной. На ранних этапах развития организмов и при его вымирании является одной из самых лучших моделей.

В качестве неизвестного был выбран коэффициент роста. Используя функцию least\_squares из модуля optimize библиотеки scipy, методом наименьших квадратов было найдено численное значение коэффициента. Для численности было замечено, что данная модель не подходит. Построение модели динамики бентоса по его биомассе дало адекватный результат.

Анализируя график соединяющий близлежащие точки, были замечены колебания. Такой эффект свойственен модели Лотки-Вольтерры

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (\alpha - \beta y)x, \\ \frac{dy}{dt} = (-\gamma + \delta x)y, \end{cases}$$

где  $t$  – время,  $x$  – количество жертв,  $y$  – количество хищников,  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  – коэффициенты отражающие взаимодействия между видами. Понять кто является хищником достаточно тяжело для бентоса, ведь он является пищей для многих рыб Байкала. Найти данные хотя бы по какому-то виду рыбы в данных районах не удалось. Данные по хищнику в этой модели необходимы для ее составления. Роль хищника в районе БЦБК мог играть также и сам завод. В этом случае коэффициенты  $\beta, \gamma, \delta$  – являлись бы искусственными и не имели за собой биологического значения (возможно и технического тоже).

Колебания также характерны для моделей содержащими запаздывания. Примером такой модели является модель Хатчинсова

$$\frac{dN}{dt} = \alpha N(t) \left( 1 - \frac{N(t-h)}{K} \right),$$

где  $h$  – это репродукционный возраст вида, все остальные обозначения совпадают с моделью Ферхюльста. Колебания, которые удалось заметить в данных, имеют период 8-12 лет. Для представителей видов из бентоса половая зрелость наступает в 1-2 года. Таким образом, это уравнение можно будет попробовать для  $h$  полученного из наблюдений, а не для фактического репродукционного возраста.

В процессе поиска подходящей модели для описания популяции бентоса было обнаружено два подхода для будущего изучения данной темы. Первый, это составить модели для отдельных видов, примерно 3-4 из них имеют достаточно информации для ее детального анализа. Также можно продолжать искать другие модели. Такой подход является сугубо математическим, когда дана задача и все исходные данные для ее решения. Сейчас же исследования все чаще проводятся на стыке нескольких наук, что наталкивает на второй подход. Он заключается в том, чтобы поработать с самими исходными данными. Можно попытаться объединить виды в семейства и классы. Класс или семейство будет развиваться по схожим законам и тогда модель Ферхюльста или модель Хатчинсова может вести себя гораздо лучше, чем на данный момент. Эти же несколько классов могут иметь связь на подобие связи в модели Лотки-Вольтерры. Работа с данными в этом случае сводится опять к их манипуляции, что делает написанную

программу для исследования еще более актуальной и дает направления для ее развития.

### **Литература**

1. База данных № 2020620736: Пространственно-временная изменчивость популяций олигохет в районе сброса промышленных очищенных сточных вод Байкальского целлюлозно-бумажного комбината: заявл. 03.04.2020: опубл. 29.04.2020 / А. В. Аргучинцев, Л.С. Кравцова, В. С. Кедрин, И. М. Добринец.