УПРАВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКОЙ, ДВИЖУЩЕЙСЯ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ РЕАКТИВНОЙ СИЛЫ И СИЛЫ ТЯЖЕСТИ, С НЕРАЗДЕЛЁННЫМИ МНОГОТОЧЕЧНЫМИ ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

CONTROL OF A PARTICLE MOVING IN A VERTICAL PLANE UNDER THE ACTION OF REACTIVE FORCEAND GRAVITY, WITH UNDIVIDED MULTIPOINT INTERMEDIATE CONDITIONS

Бирюков Виталий Витальевич
Солодуша Светлана Витальевна

Ключевые слова: неразделённые промежуточные условия

Рассмотрена задача о движении материальной точки в вертикальной плоскости [1]

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{P} + \vec{f} \qquad (1)$$

под действием реактивной силы $\vec{f}$ и силы тяжести $\vec{P}$. Будем считать реактивную силу управляющим воздействием. Следуя [1], выполним проекцию (1) на оси координат. Введя далее нужные обозначения, уравнение движения (1) представим в нормальной форме

$$\dot{x}_1 = x_2,\ \ \dot{x}_2 = u_1,\ \dot{x}_3 = x_4,\ \ \dot{x}_4 = u_2 - g\ , \qquad (2)$$

где $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$ – фазовый вектор, u_1, u_2 – проекции реактивной силы на координатные оси, g – ускорение свободного падения, $x = x(t)$, $u = u(t)$, $t \in [t_0, T]$.

Пусть известны начальное $x(t_0) = (x_1(t_0), x_2(t_0), x_3(t_0), x_4(t_0))^T$ и конечное $x(T) = (x_1(T), x_2(T), x_3(T), x_4(T))^T$ состояния системы, а также следующие неразделенные [2] условия для координат фазового вектора $x = x(t)$:

$$\begin{aligned} x_1(t_1) + x_3(t_1) + x_1(t_2) + x_3(t_2) = \alpha_1, \\ x_2(t_1) + x_4(t_1) + x_2(t_2) + x_4(t_2) = \alpha_2, \end{aligned} \qquad (3)$$

где α_1, α_2 – некоторые константы, t_1, t_2 – промежуточные моменты времени, такие что $0 \le t_0 < t_1 < t_2 < T$.

Требуется найти управляющее воздействие $u = u(t)$ и соответствующие явные выражения для фазовых координат движения $x(t)$ материальной точки, переводящие ее из начального в конечное состояние с учетом условия (3). Отметим, что вид (3) обусловлен наличием ограничений при измерении конкретных параметров объекта в промежуточные моменты времени.

Анализ научно-технической литературы показал актуальность применения неразделенных промежуточных условий при проектировании систем управления различными механическими системами и техническими устройствами, например, при уточнении точек переключения релейных управлений [3], при моделировании полета беспилотного летательного аппарата [4] и т.д.

По аналогии с [2, 5] находим формулы для вычисления управляющего воздействия $u(t)$ на временных интервалах $[t_0, t_1]$, $(t_1, t_2]$ и $(t_2, T]$ соответственно. Подстановка в (2) полученных выражений для $u(t)$ и дальнейшее интегрирование уравнений дают функцию движения $x(t)$, отображающую переход материальной точки из начального в конечное состояние с учетом ограничений (3).

Таким образом, для системы линейных дифференциальных уравнений (2) с условиями (3) и известными значениями фазового вектора получены явные выражения для управления $u(t)$ и соответствующего движения $x(t)$. Конструктивный алгоритм решения сформулированной задачи реализован на языке программирования Python 3.8 с использованием сторонних библиотек.

Литература

1. Красовский Н.Н. Теория управления движением. Линейные системы. – М.: Наука, 1968. – 476 с.

2. Барсегян В.Р. Управление составных динамических систем и систем с многоточечными промежуточными условиями. – М.: Наука, 2016. – 230 с.

3. Ащепков Л.Т., Бадам У. Оптимизация параметров разрывных динамических систем // Автоматика и телемеханика, 1979, № 8, с. 13–20.

4. Барсегян В.Р., Закоян Н.Т. Об одной задаче управления квадрокоптером // Тр. VI Междунар. конф. «Актуальные проблемы механики сплошной среды», 2019, с. 56–59.

5. Барсегян В.Р., Барсегян Т.В. Об одном подходе к решению задач управления динамическими системами с неразделенными многоточечными промежуточными условиями // Автоматика и телемеханика, 2015, № 4, с. 3–15.