РАНДОМИЗАЦИЯ В ВЕРОЯТНОСТНЫХ МОДЕЛЯХ СТРАХОВАНИЯ

RANDOMIZATION IN PROBABILISTIC MODELS OF INSURANCE

Потапова Ирина Владимировна
Колокольникова Наталья Арсеньевна

Ключевые слова: рандомизация, модель индивидуального риска.

Рандомизация является важным элементом для описания моделей индивидуальных рисков, особенно при учете структуры портфеля. Это связано с тем, что в таких моделях риск зависит не только от самого объекта страхования, но и от ряда факторов, таких как сезонность, экономические условия и т.д. Например, медицинском страховании вероятность наступления страхового случая (например, болезни или травмы) может зависеть от возраста застрахованного лица, который в свою очередь может зависеть от таких факторов, как образ жизни, питание, наследственность и т.д. Рандомизация позволяет учесть эти факторы и оценить риски более точно.

В ходе исследования модели индивидуального риска возникла проблема поиска распределения суммарной величины выплат. Для её решения была использована процедура рандомизации.

Общая процедура рандомизации имеет следующий вид:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(x,\ y) \cdot G(y) dy, \quad [1, с. 31]$$

где $F(x,\theta)$ - распределение заданной случайной величины, параметр θ - случайная величина с распределением $G(\text{y})$.

Решение задачи поиска распределения суммарной величины выплат

Предположим, что число поступающих исков – случайная величина, распределённая по геометрическому закону с параметром p:

$$P\{\vartheta = n\} = q^{n-1}p, n \geq 1.$$

Величина каждого иска ξ – случайная величина, распределённая по экспоненциальному закону с параметром μ:

$$P_{\xi}(x) = \mu e^{-\mu x}, x \geq 0.$$

Тогда суммарный иск по n договорам $S_n = \sum_{i=1}^{n} \xi_i$ – величина, имеющая Г-распределение с параметрами μ, n:

$$P_{S_n}(x) = \mu^n \frac{x^{n-1}}{\Gamma(n)} e^{-\mu x}, x \geq 0$$

Обозначим η размер выплаты по поступившему случайному числу исков. Функция плотности вероятности этой величины имеет вид

$$
\begin{aligned}
P_\eta(x) &= \sum\nolimits_{n=1}^{\infty} P\{\vartheta = n\} \cdot P_{S_n}\{x|\vartheta = n\} \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} P\{\vartheta = n\} \cdot P_{S_n}(x) \\
&= pe^{-\mu x} \sum_{n=1}^{\infty} q^{n-1}\mu^n \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} = p\mu e^{-\mu x} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(q\mu x)^{n-1}}{(n-1)!} \\
&= p\mu e^{-\mu x} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(q\mu x)^n}{n!} = p\mu e^{-\mu x} e^{q\mu x} = p\mu e^{-\mu x(1-q)} \\
&= p\mu e^{-p\mu x}, x \geq 0.
\end{aligned}
$$

Таким образом, величина выплат η по поступившему случайному числу исков представляет собой случайную величину, распределённую по экспоненциальному закону с параметрами μ и p.

Литература

1. Фалин Г.И. Математический анализ рисков в страховании. Российский юридический издательский дом, Москва, 1994. – 130 с.