ФИНАНСОВЫЕ РИСКИ В ТЕОРИИ СТРАХОВАНИЯ

Выдрина Анна Алексеевна
Колокольникова Наталья Арсеньевна

Ключевые слова: модель индивидуального риска, модель коллективного риска, вероятность разорения.

Одна из важнейших задач страховой математики – определение вероятности разорения страховой компании. В работе на конкретном примере демонстрируется способ нахождения такой вероятности.

В теории страхования компании важную роль играют две математические модели, ставящие своей целью описание разных видов деятельности страховой компании. Построение этих моделей и проведение на их основе расчетов таких важных характеристик работы страховой компании, как расчет тарифной ставки, вероятности разорения и других, позволяют определить варианты решений для управляющих компанией.

Принципы построения модели индивидуального риска - это совокупность объектов страхования, сформированная в портфель в один момент времени, значительно меньший срока действия договора; в течение этого срока могут происходить страховые события, приводящие к необходимости выплат по требованиям страхователей.

Модель коллективного риска это - динамическая модель, предусматривающая возможность заключения страховых договоров в произвольный момент времени, что приводит к появлению случайного процесса. Очевидно, что в период действия договора могут наступать страховые случаи, по которым страховая компания должна делать выплаты по искам.

Вероятность разорения страховой компании - вероятность ситуации, когда страховая компания не может исполнять свои финансовые обязательства ввиду отсутствия денежных средств при различных предположениях о потоках, поступающих в компанию страховых премий и страховых выплат, производимых страховой компанией.

Для иллюстрации рассмотрим задачу нахождения вероятности разорения в модели коллективного риска. Относительно динамики активов страховой компании известно, что:

1. Размеры страховых возмещений взаимно независимы и равномерно распределены на интервале (0, 10);

2. В каждый момент времени 1,2,3,... может происходить не более одного страхового случая;

3. В другие моменты времени страховые случаи не наступают;

4. Премии платятся в каждую единицу времени, величина премии равна 6;

5. Начальные активы равны 1.

Найти вероятность разорения в момент 2, если в момент 1 разорения не было.

Решение задачи:

В каждую единицу времени может произойти ровно 1 страховой случай и страховое возмещение в среднем равно 6, поэтому в единицу времени должна собираться нетто-премия 6. К моменту 1 активы компании будут равны 7. Обозначим Y расход компании в момент времени 1. По предположению, $Y \le 7$. После выплаты активы компании равны $7-Y$.

К моменту 2 активы вырастут до величины $7-Y+6 = 13-Y$.

В этот момент наступит второй страховой случай, и компания должна будет выплатить страховое возмещение величиной W.

Компания разорится в момент 2, если размер этого страхового возмещения больше, чем активы компании: $W > 13-Y$.

Итак, искомая вероятность P равна $P(Y \le 7, W > 13 - Y)$.

Проще всего подсчитать эту вероятность, используя понятие геометрической вероятности (рис. 1). Поскольку случайные величины Y и W независимы и равномерно распределены на интервале (0, 10), точка (Y, W) равномерно распределена на квадрате. $K = \{(x, y)|0 < x, y < 10\}$.

Искомая вероятность может рассматриваться как вероятность попадания случайной точки (Y, W) в область $D = \{(x, y)|0 < x \le 7, y > 13 - x\}$.

Поэтому P равняется отношению площадей фигур D и K. Площадь квадрата K, очевидно, равна 100. Область D, как легко видеть, является равнобедренным прямоугольным треугольником с катетами, равными 4, и поэтому ее площадь равна 8. Таким образом, P = 0.08

рис. 1