

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Перминова Н.О.

Ключевые слова: динамические системы, модель Рамсея, модель Фишера, Mathcad

Исследование динамических экономических систем позволяет анализировать процессы, изменяющиеся во времени, такие как экономический рост и инвестиции. В данной работе рассматриваются вычислительные эксперименты, проведенные при помощи приложения Mathcad с двумя классическими динамическими моделями: с макроэкономической моделью экономического роста Ф. Рамсея и с моделью поведения потребителя И. Фишера [1].

Модель Рамсея описывает оптимальное распределение национального дохода между фондами потребления и накопления. Подход Рамсея носит нормативный характер: он не просто описывает текущие процессы, а ищет траекторию оптимального развития, максимизирующую общественное благосостояние на бесконечном временном горизонте.

Основное уравнение, описывающее динамику капитала $K(t)$, выражается формулой

$$\dot{K}(t) = Y(t) - C(t). \quad (1)$$

Экономический смысл уравнения (1) прозрачен: прирост запаса капитала $\dot{K}(t)$ в точности совпадает с потоком чистых инвестиций, вычисляемых как разница между национальным доходом (чистым выпуском) $Y(t)$ и фондом потребления $C(t)$. Здесь $Y(t)$ удобно вычислять с помощью производственной функции Кобба-Дугласа $Y(t) = A \cdot K(t)^\alpha$.

Дифференциальное уравнение (1) описывает эволюцию системы. Оно показывает, что чистые инвестиции — это отложенное на будущее потребление.

С помощью блока «Given/Odesolve» в приложении Mathcad была проведена серия расчетов: решая дифференциальные уравнения при различных значениях параметров модели, автором экспериментально подтверждено, что при увеличении темпа технологического прогресса A экономика переходит на более высокий уровень стационарного потребления, однако путь к нему сопровождается временным снижением темпов накопления.

Модель И. Фишера фокусируется на рациональном распределении дохода между текущим и будущим периодами под влиянием процентной

ставки i . В отличие от статических задач, здесь учитывается дисконтирование будущих благ. Основное уравнение бюджета в непрерывном времени имеет вид

$$\dot{K}(t) = iK(t) + \omega(t) - C(t), \quad (2)$$

где i — процентная ставка, ω — заработок, C — потребление.

В рамках экспериментов в приложении Mathcad были построены модели для двух сценариев: уравнение (2) интегрировалось при различных значениях параметров, а получаемые траектории наглядно отражались на графиках.

В первом сценарии при высокой ставке потребитель минимизирует текущие расходы ради значительного роста капитала в будущем.

Во втором сценарии при низких ставках и высоком ожидаемом доходе в будущем наблюдается эффект «жизни в долг» в начальные периоды.

Также интерес представил эксперимент с начальным уровнем капитала. Доказано, что, при одинаковом уровне потребления и заработной плате потребитель с низким начальным капиталом обанкротится, а потребитель с высоким начальным капиталом увеличит свой капитал. Из данного эксперимента можно увидеть, как сильно начальный капитал влияет на накопления.

Проведенные эксперименты наглядно демонстрируют, что обе модели адекватно описывают поведение рационального агента. Модель Фишера лучше подходит для краткосрочного планирования бюджета, в то время как модель Рамсея является фундаментальной для анализа долгосрочного экономического роста и накопления капитала.

Список литературы

1. Дыхта В.А. Модели оптимального управления в макро и микроэкономике: учебное пособие / В.А. Дыхта, Н.В. Деренко. — Иркутск: Иркутская государственная экономическая академия, 2002. — 180 с.