

ЗАДАЧИ О РАЗМЕЩЕНИЯХ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Шапкина С.А.

Ключевые слова: комбинаторика, размещения, схемы, частицы, ячейки

Комбинаторные методы применяются в теории случайных процессов, статистике, математическом программировании, вычислительной математике, планировании экспериментов, в экономическом обосновании числовых лотерей и многих других сферах деятельности. Комбинаторика развивает у школьников логическое и стратегическое мышление, системный подход и внимательность к деталям, а также способствует пониманию вероятности, поскольку в теории вероятностей комбинаторные методы являются неотъемлемой частью.

В результате своей работы мы собрали сборник задач о размещениях для школьников. Данный сборник ориентирован на школьников с 7 по 11 класс, а также на учителей, репетиторов и руководителей математических кружков. В нём представлены понятные теоретические пояснения с примерами, задачи возрастающей сложности и блок олимпиадных задач для каждого класса. Олимпиадные задачи взяты из соревнований разных уровней: ВсОШ, «Высшая проба», «Воробьёвы горы», «Формула Единства», «Шаг в будущее» и других, а также добавлены задачи, придуманные лично.

К основным понятиям комбинаторики можно подойти, рассматривая задачу о размещении частиц по ячейкам. Так же такие задачи называют задачами о размещениях. При этом случайные размещения могут быть разными, в зависимости от нескольких факторов: различимы ли между собой частицы, различимы ли между собой ячейки, возможен ли исход, при котором ячейки окажутся пустыми? Схема размещения частиц по ячейкам является основой для многих комбинаторных задач. Не всегда можно даже догадаться, что в той или иной задаче речь идёт об уже знакомых размещениях. Рассмотрим некоторые из них.

Задачи на дни рождения относятся к классическим задачам теории вероятностей и комбинаторики, которые демонстрируют интуитивно неожиданные результаты.

Задачи на стрельбу по мишеням, рассматриваемые как задачи на случайное размещение по ячейкам, представляют собой комбинаторные проблемы, где мы анализируем вероятности различных распределений попаданий при стрельбе по мишени, разбитой на несколько областей. В данном типе задач распределение n попыток в k областей мишени соответствует размещению неразличимых частиц в различимые ячейки.

Задачи на классификацию относятся к комбинаторным задачам и фокусируются на количестве способов, которыми n различных событий могут произойти за k дискретных периодов времени (или в k различных местах, если рассматривать пространственное, а не временное распределение).

Лифт с n пассажирами развозит людей по зданию из k этажей. Распределение пассажиров по группам соответственно этажу, на котором они выйдут, соответствует размещению n различных частиц по k ячейкам. При этом k – всегда различимы, поскольку у каждого этажа есть номер, а пассажиры могут быть как различимы.

С задачами об игральном костях учащиеся знакомятся в 7-м классе, когда проходят теорию вероятностей. Если представить, что каждая грань игральной кости соответствует ячейке с порядковым номером от 1 до 6, то количество игральных костей будут равны n . Различные исходы бросания n игральных костей соответствуют размещению n различных частиц по $k = 6$ ячейкам.

Задачи на распределение игровых карт при игре относятся к комбинаторным задачам, где мы анализируем различные способы раздачи карт игрокам. Сложность задачи зависит от того, что нас интересует: только количество способов раздать карты или же вероятность получить определенную комбинацию карт.

Есть три основных вида таких расстановок: за стол, в ряд и на карусель. При этом каждая задача имеет свои особенности – за столом учитываются соседи с обеих сторон, в то время как в ряд при посадке первого или последнего учитывается лишь один. А на карусели номер сиденья вообще не имеет значения из-за её движения.