

АЛГОРИТМЫ НА ГРАФАХ: БИНАРНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КОРНЕВЫХ ДЕРЕВЬЕВ

Терехова А.В., Кузьмин О.В.

Ключевые слова: бинарные последовательности, корневые деревья, обход графа, кодирование, операции над множеством бинарных последовательностей.

Корневые деревья – универсальный инструмент в работе с данными. Они применяются в системах принятия решений, СУБД, DOM и файловых системах.

Корневым деревом называют связный ациклический граф с выделенной вершиной – корнем дерева. Листом (висячей вершиной) называют вершину, имеющую одно инцидентное ребро, т.е. у вершины есть только родительская вершина и нет потомков.

Известно множество алгоритмов обхода и кодирования корневых деревьев [см.1], большинство из них фокусируются на записи посещенных вершин. Следующий способ включает запись не посещенных и посещенных ребер, таким образом формируется бинарная последовательность. Совершая данный обход, спускаемся в глубину дерева: от корня к листьям; записывается «1», если ребро не было посещено, «0» - поднимаемся наверх к корню, если уже было посещено.

При заранее оговоренных условиях обхода графа, а именно от корня к висячим вершинам и слева направо, сформулируем утверждения [см.2].

Утверждение 1. Любое дерево можно описать бинарной последовательностью, притом единственной.

Утверждение 2. Бинарная последовательность описывает единственное дерево с точностью до изоморфизма.

Утверждение 3. Если бинарная последовательность описывает дерево, то ее вес w равен половине длины последовательности n , первая позиция – 1, последняя – 0.

В обратную сторону утверждение 3 не работает, чтобы увидеть это, достаточно привести тривиальный пример (рис. 1):

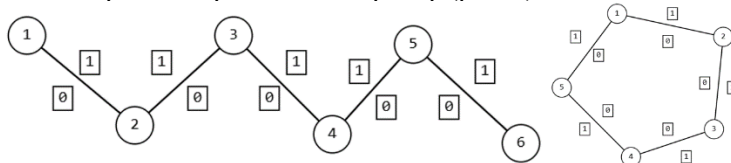


Рис. 1. Пример построения разных графов для последовательности 1111100000

Операция «прививка черенка»

Данная операция является аналогом добавления новых данных. Для реализации «прививки черенка» необходимо найти заранее известную вершину в бинарной последовательности, описывающей дерево и вставить «прививаемый черенок» - дерево, описывающее новые данные. Обозначать данную операцию будем символом «+», аналогичным знаку сложения (рис. 2).

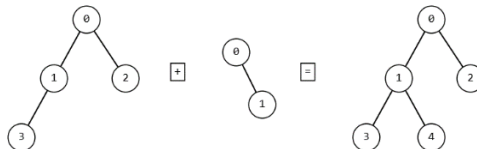


Рис. 2. Операция «прививка черенка»

Операция R

При необходимости сравнения и объединения данных можно использовать операцию R (рис. 3). Ее реализация включает в себя рекурсивное разделение деревьев на части до тех пор, пока мы не получим либо одинаковые бинарные последовательности, либо тривиальные случаи в виде пустых последовательностей. В результате, мы получаем корневое дерево, содержащее в себе оба графа из входных данных.

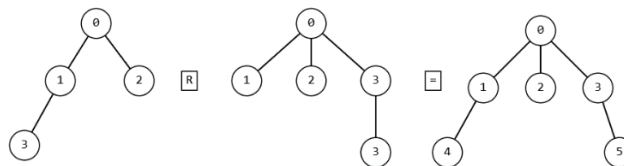


Рис. 3. Операция R

Список литературы

1. Кузьмин, О. В. Автоматизация комбинаторного кодирования и декодирования корневых деревьев / О. В. Кузьмин, А. Г. Чернигова // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2015. – № 1(45). – С. 84-88. – EDN TQAQKN.
2. Кузьмин, О. В., Терехова А. В. Комбинаторное кодирование и декодирование корневых деревьев / Кузьмин, О. В., Терехова А. В. // Комбинаторные и вероятностные задачи дискретных структур: Сборник научных трудов. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2026. – С. 71-77.